

MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR



**ÍVELT FOGÚ KÚPKEREK FOGFELÜLETEINEK MATEMATIKAI
MODELLEZÉSE ÉS A MODELLEK FELHASZNÁLÁSI
LEHETŐSÉGEI**

PHD ÉRTEKEZÉS

Készítette

Várkuli Miklós Gábor
Gépészmérnök (MSc)

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
GÉPEK ÉS SZERKEZETEK TERVEZÉSE TÉMATERÜLET
GÉPEK ÉS ELEMEIK TERVEZÉSE TÉMACSOPORT

Doktori Iskola Vezetője

Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella
DSc, egyetemi tanár

Témacsoport vezető

Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella
DSc, egyetemi tanár

Tudományos vezető

Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella
DSc, egyetemi tanár

Konzulens

Dr. Sente József
PhD, címzetes egyetemi tanár

Miskolc
2023

Tartalomjegyzék

Tudományos vezetők ajánlása.....	3
Jelölések	4
LATIN BETŰK	4
GÖRÖG BETŰK	7
INDEXEK	8
1 Bevezetés.....	9
2 Az ívelt fogú kúpkerékrendszerének rendszerezése és alkalmazási területei.....	11
2.1 AZ ÍVELT FOGÚ KÚPKEREK RENDSZERÉNEK	11
2.2 AZ ÍVELT FOGÚ KÚPKEREK ALKALMAZÁSI TERÜLETEI	13
3 Történeti áttekintés	15
3.1 GYÁRAK ÉS GÉPEK	15
3.2 KUTATÓK ÉS EREDMÉNYEK	17
4 A fogfelületek matematikai modellezése	22
4.1 A SZÁRMAZTATÓ FELÜLETEK	22
4.2 A FOGFELÜLET MEGHATÁROZÁSA LEFEJTŐ GYÁRTÁSI ELJÁRÁS ESETÉN	24
4.3 A FOGFELÜLET MEGHATÁROZÁSA PROFILOZÓ ELJÁRÁSSAL	29
5 Kúpkerék-pár tervezése zérus kinematikai hibával	32
5.1 KAPCSOLÓVONAL A FOGFELÜLETEKEN	33
5.1.1A kapcsolóvonal meghatározása az 1. gyártási modell esetén	33
5.1.2A kapcsolóvonal meghatározása az 2. gyártási modell esetén	36
5.2 A GÉPBEÁLLÍTÁSOK MEGHATÁROZÁSA	37
5.2.1Gépbeállítási adatok kétoldalas késfejjel előállított kúpkerék esetén	38
5.2.2Gépbeállítási adatok egyoldalas késfejjel előállított kúpkerék esetén	38
5.3 A KORLÁTOZOTT FOGÉRINTKEZÉS BIZTOSÍTÁSA	40
6 A fogérintkezés elemzése, a szerelési hibák hatása	45
7 Felületpontok meghatározása végeselemes vizsgálathoz és koordináta-mérőgépen történő méréshez.....	49
7.1 A PONTHÁLÓ FELVÉTELE	49
7.2 A HÁLÓPONTOK KOORDINÁTÁINAK MEGHATÁROZÁSA	50
7.3 A FOGFELÜLET MODELLEK LÉTREHOZÁSA	52
7.4 A FOGFELÜLET KOORDINÁTÁI A HÁLÓPONTOKBAN	53
8 A fejszalag-vastagság meghatározása	54
8.1 AZ AGMA 929 SZERINTI SZÁMÍTÁS	54
8.1.1A Tredgold közelítés alkalmazása ívelt fogú kúpkerékekre	54
8.1.2A fejszalag-vastagság meghatározása	55
8.2 VALÓS FELÜLETI PONTOKRA ÉPÜLŐ SZÁMÍTÁS	57
8.2.1A vizsgálni kívánt pontok kijelölése	57
8.2.2A kijelölt pontokhoz tartozó paraméterek és koordináták a fogfelületeken	58
8.2.3A fejszalag-vastagság számítása.....	58
9 A kapcsolószám meghatározása.....	59
9.1 A KAPCSOLÓSZÁM SZÁMÍTÁSÁNAK HAGYOMÁNYOS MÓDSZEREI	59
9.1.1A profil-kapcsolószám számítása	59
9.1.2Az átfedés számítása a képzeltek síkkerék osztósíkján	60
9.1.3Az átfedés számítása a virtuális hengeres kerék alapján	61
9.1.4Az átfedés számítása AGMA szerint.....	61
9.2 A KAPCSOLÓSZÁM ÁLTALÁNOS ÉRTELMEZÉSE	61
9.3 A KAPCSOLÓVONAL ÉS A KAPCSOLÓSZÁM	62
10 A bemutatott módszerek gyakorlati alkalmazása.....	63
10.1 A VIZSGÁLT FOGASKERÉKPÁR ADATAI	63
10.2 SZERSZÁM- ÉS GÉPBEÁLLÍTÁSI ADATOK	63

10.3 A FEJSZALAG-VASTAGSÁG MEGHATÁROZÁSA	64
10.4 HÁLÓPONTOK CMM MÉRÉSHEZ ÉS VEM VIZSGÁLATHOZ	64
10.5 FOGFELÜLET PONTOK CMM MÉRÉSHEZ ÉS VEM VIZSGÁLATHOZ	65
10.6 A KAPCSOLÓSZÁM SZÁMÍTÁSA	68
10.7 A KAPCSOLÓVONAL VÁLTOZÁSA SZERELÉSI HIBÁK HATÁSÁRA	69
11 Tézisek – Új tudományos eredmények	74
12 Összefoglalás.....	75
13 Summary	76
Köszönetnyilvánítás	77
Irodalomjegyzék.....	78
A kutatási témához kapcsolódó publikációk.....	88
Mellékletek.....	89

Tudományos vezetőik ajánlása

Az ívelt fogú kúpkerék legjelentősebb felhasználója a járműipar. Ez egészen nagy, a gépjárművek számával arányos, leginkább annak többszörösét kitevő mennyiséget jelent. Az ívelt fogú kúpkerékpárok fejlesztése hosszú időn át a „próba-hiba” módszerre épült, ami a gyártás – ellenőrzés - módosítás folyamat többszöri ismétlésével valósult meg. A számítógépek hatékony alkalmazása tette lehetővé, hogy számos feladat a tervezés fázisában elvégezhetővé vált, kiváltva ezzel a költséges eljárásokat. Ilyen eszköz a fogfelületek matematikai modellezése, mely a tervezés számos részterületén hasznosítható: geometriai rendellenességek kimutatásában, a gyártási pontosság ellenőrzésében, működési szimulációkban, a kapcsolódási viszonyok vizsgálatában, terhelhetőségi vizsgálatokban.

Várkuli Miklós értekezésében a fogfelületek matematikai modellezését felhasználva oldott meg az ívelt fogú kúpkerék tervezéséhez kapcsolódó részfeladatokat.

- A fogkapcsolódás elemzésére számítógépes eljárást dolgozott ki, mely alkalmas a kapcsolódási pontok helyének meghatározására, azok összességéként a kapcsolóvonal előállítására, továbbá a szerelési hibák kapcsolódásra gyakorolt hatásának vizsgálatára.
- A számítógépes eljárás alkalmazásával új módszert dolgozott ki az ívelt fogú kúpkerék kapcsolószámának meghatározására. A valós működés modellezése révén a kapcsolószám pontosan meghatározható. A szakirodalomban fellelhető közelítő pontosságú módszerekkel szemben alkalmas a lokalizált hordkép figyelembevételére is.
- Elkészítette a fogfelületek koordináta-mérőgépen történő ellenőrzéséhez szükséges ponthálót. Ezt az elméleti fogfelületre illesztve meghatározta a kijelölt pontok koordinátáit, amelyek referencia értéként szolgálnak a méréshez. Az elméleti fogfelület adatait egybevetve a kész fogaskerék mért értékeivel, elvégezhető a pontossági kiértékelés.
- A 3D méréshez kifejlesztett eljárást mindkét fogoldalra, és tetszés szerinti számban kijelölt felületi pontra alkalmazva, előállította azt a pontfelhőt, melyet CAD rendszerben feldolgozva elkészíthető a fogaskerék végeelemes vizsgálatra alkalmas CAD modellje.
- Új módszert dolgozott ki a fejszalag-vastagság pontos számítására. A korábban ismert eljárások a helyettesítő hengeres kerékpárra épülnek és ennek megfelelően közelítő pontosságúak.

A Jelölt az értekezés új eredményeit a felsorolt részterületekre vonatkozó vizsgálatokra alapozva fogalmazta meg. A gyakorlatban való alkalmazhatóságukat mellékletek és számpéldák igazolják.

Várkuli Miklós az elért eredményeiről rendszeresen beszámolt a különböző szakmai fórumokon, eleget téve a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola publikációs követelményeinek.

Az értekezés gondos munkáról tanúskodik, szövegezése szakszerű, ábrái igényesek. Az elvégzett munkát a mellékletek háttéranyagként jól alátámasztják. Az elért eredmények, a megfogalmazott tézisek a doktori (PhD) cím elnyeréséhez előírt követelményeket messzemenően kielégítik.

Miskolc, 2023. május 12.

Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella

Dr. Sente József

Jelölések

Latin betűk

a	késfej profil egyenes szakasza
a_v	virtuális hengeres fogaskerékpár tengelytávja
b	késfej profil körív szakasza; fogszélesség
B	hordkép tényező; normál foghézag a külső fogvégen
d_e	osztókörtmérő
E_{m2}	gyártási tengelytáv a nagykerék gyártásakor
H_2	késfej vízszintes elhelyezése a nagykerék gyártásakor
h_{ae}, h_{ae1}, h_{ae2}	külső fejmagasság
h_{ai}	belső fejmagasság
h_{am}, h_{am1}, h_{am2}	középső fejmagasság
h_f, h_{f1}, h_{f2}	lábmagasság
h_{fe1}	lábmagasság a külső fogvégen
h_{fi1}	lábmagasság a belső fogvégen
h_{fm}	középső lábmagasság
i_c	lefejtő mozgás áttétele
K_z	átfedés tényező
L	kapcsolóvonal tengelyirányú koordinátája
L_A, L_B, L_C, L_D	felületháló határpontjainak tengelyirányú koordinátái
l_B	hordkép hossza
\mathbf{L}_{b22}	\mathbf{M}_{b22} 3x3 almátrixa
\mathbf{L}_{c2g}	\mathbf{M}_{c2g} 3x3 almátrixa
l_G	foghossz
\mathbf{L}_{h1}	\mathbf{M}_{b11} 3x3 almátrixa
\mathbf{L}_{hb1}	\mathbf{M}_{hb1} 3x3 almátrixa
$L_{i,j}$	hálópontok tengelyirányú koordinátái, $i=1 \dots 5, j=1 \dots 9$
\mathbf{L}_{m2c2}	\mathbf{M}_{m2c2} 3x3 almátrixa
$\mathbf{M}_{of}^{(1)}$	transzformáció mátrixa S_f rendszerből $S_0^{(1)}$ rendszerbe
$\mathbf{M}_{of}^{(2)}$	transzformáció mátrixa S_f rendszerből $S_0^{(2)}$ rendszerbe
$\mathbf{M}_{10}^{(1)}$	transzformáció mátrixa $S_0^{(1)}$ rendszerből S_1 rendszerbe
$\mathbf{M}_{20}^{(2)}$	transzformáció mátrixa $S_0^{(2)}$ rendszerből S_2 rendszerbe
\mathbf{M}_{2b2}	transzformáció mátrixa S_{b2} rendszerből S_2 rendszerbe
\mathbf{M}_{2g}	transzformáció mátrixa S_g rendszerből S_2 rendszerbe
\mathbf{M}_{a2m2}	transzformáció mátrixa S_{m2} rendszerből S_{a2} rendszerbe
\mathbf{M}_{b11}	transzformáció mátrixa S_1 rendszerből S_{b1} rendszerbe
\mathbf{M}_{b22}	transzformáció mátrixa S_2 rendszerből S_{b2} rendszerbe
\mathbf{M}_{b2a2}	transzformáció mátrixa S_{a2} rendszerből S_{b2} rendszerbe
m_{c2}	lefejtő mozgás áttétele a nagykerék gyártásakor
\mathbf{M}_{c2g}	transzformáció mátrixa S_g rendszerből S_{c2} rendszerbe
\mathbf{M}_{hb1}	transzformáció mátrixa S_{b1} rendszerből S_h rendszerbe
\mathbf{M}_{hb2}	transzformáció mátrixa S_{b2} rendszerből S_h rendszerbe
\mathbf{M}_{m2c2}	transzformáció mátrixa S_{c2} rendszerből S_{m2} rendszerbe
m_{mn}	középső normálmodul

m_{te}	külső homlokmodul
\mathbf{n}_1	kiskerék fogfelületének normális egységvektora az S_1 rendszerben
\mathbf{n}_2	nagykerék fogfelületének normális egységvektora az S_2 rendszerben
$\mathbf{n}_g^{(a)}$	nagykerék kúpos származtató felületének normális egységvektora
$\mathbf{n}_g^{(b)}$	nagykerék tórusz származtató felületének normális egységvektora
$\mathbf{n}_h^{(1)}$	kiskerék fogfelületének normális egységvektora az S_h rendszerben
$\mathbf{n}_h^{(2)}$	nagykerék fogfelületének normális egységvektora az S_h rendszerben
$\mathbf{n}_{m2}^{(a)}$	származtató felület normális egységvektora az S_{m2} rendszerben
p_{mt}	középső homlokosztás
P_w	kétoldalas késfej csúcstávolsága
q, q_2	késfej elhelyezési szöge a nagykerék gyártásakor
q_{pi}, q_{po}	egyoldalal késfej beállítási szöge
R	kapcsolóvonal sugárirányú koordinátája
\mathbf{r}_1	kapcsolóvonal helyvektora a kiskeréken; kiskerék fogfelületének helyvektora az S_1 rendszerben
\mathbf{r}_2	kapcsolóvonal helyvektora a nagykeréken; nagykerék fogfelületének helyvektora az S_2 rendszerben
$\mathbf{r}_2^{(a)}$	származtató felület helyvektora az S_2 rendszerben
$\mathbf{R}_2^{(a)}$	nagykerék fogfelületének helyvektora az S_2 rendszerben
$\mathbf{r}_2^{(b)}$	fogtő származtató felületének helyvektora az S_2 rendszerben
$\mathbf{R}_2^{(b)}$	nagykerék fogtő-felületének helyvektora az S_2 rendszerben
R_A, R_B, R_C, R_D	felületháló határpontjainak sugárirányú koordinátái
r_{av1}, r_{av2}	virtuális hengeres fogaskerék fejkörsugara
r_{bv1}, r_{bv2}	virtuális hengeres fogaskerék alapkörsugara
R_e	külső osztókúphossz
R_g	kétoldalas késfej csúcssugara
$\mathbf{r}_g^{(a)}$	nagykerék kúpos származtató felületének helyvektora
$\mathbf{r}_g^{(b)}$	nagykerék tórusz származtató felületének helyvektora
$\mathbf{r}_h^{(1)}$	kiskerék fogfelületének helyvektora az S_h rendszerben
$\mathbf{r}_h^{(2)}$	nagykerék fogfelületének helyvektora az S_h rendszerben
R_i	belső osztókúphossz
$R_{i,j}$	hálópontok sugárirányú koordinátái, $i=1\dots5, j=1\dots9$
R_m	középső osztókúphossz
$\mathbf{r}_{m2}^{(a)}$	származtató felület helyvektora az S_{m2} rendszerben
R_p	egyoldalal késfej névleges sugara
r_{pi}	egyoldalal késfej sugara (homorú fogoldalhoz)
R_{pi}, R_{po}	egyoldalal késfej sugara gépbeállításhoz
r_{po}	egyoldalal késfej sugara (domború fogoldalhoz)
R_u	kétoldalas késfej névleges sugara
r_{v1}, r_{v2}	virtuális hengeres fogaskerék osztókörsugara
$r_{vanm}, r_{vane}, r_{vani}$	virtuális hengeres fogaskerék fejkörsugara a középső, a külső és a belső normálsíkban
$r_{vbnm}, r_{vbne}, r_{vbni}$	virtuális hengeres fogaskerék alapkörsugara a középső, a külső és a belső normálsíkban
$r_{vnm}, r_{vne}, r_{vni}$	virtuális hengeres fogaskerék osztókörsugara a középső, a külső és a belső normálsíkban

$S_0^{(1)}(x_0^{(1)}, y_0^{(1)}, z_0^{(1)})$	álló segéd-koordinátarendszer
$S_0^{(2)}(x_0^{(2)}, y_0^{(2)}, z_0^{(2)})$	álló segéd-koordinátarendszer
$S_1(x_1, y_1, z_1)$	kiskerékhez kötött forgó koordinátarendszer
$S_2(x_2, y_2, z_2)$	nagykerékhez kötött forgó koordinátarendszer
$S_{a2}(x_{a2}, y_{a2}, z_{a2})$	fogazógéphez kötött álló segéd-koordinátarendszer a nagykerék gyártásakor
S_{am}, S_{ae}, S_{ai}	fejszalag-vastagság a homloksíkban, a fog közepén, valamint a külső és a belső fogvégen
$S_{anm}, S_{ane}, S_{ani}$	fejszalag-vastagság a normálsíkban, a fog közepén, valamint a külső és a belső fogvégen
$S_{b1}(x_{b1}, y_{b1}, z_{b1})$	álló segéd-koordinátarendszer
$S_{b2}(x_{b2}, y_{b2}, z_{b2})$	fogazógéphez kötött álló segéd-koordinátarendszer a nagykerék gyártásakor
$S_{b2}(x_{b2}, y_{b2}, z_{b2})$	álló segéd-koordinátarendszer
$S_{c2}(x_{c2}, y_{c2}, z_{c2})$	bölcsőhöz kötött forgó koordinátarendszer a nagykerék gyártásakor
$S_f(x_f, y_f, z_f)$	álló koordinátarendszer
S_g	nagykerék kúpos származtató felületének paramétere
$S_g(x_g, y_g, z_g)$	nagykerék származtató felületéhez kötött koordinátarendszer
$S_h(x_h, y_h, z_h)$	álló koordinátarendszer
$S_{m2}(x_{m2}, y_{m2}, z_{m2})$	fogazógéphez kötött álló koordinátarendszer a nagykerék gyártásakor
S_p	kiskerék kúpos származtató felületének paramétere
$S_p(x_p, y_p, z_p)$	kiskerék származtató felületéhez kötött koordinátarendszer
S_r, S_{r2}	késfej sugárirányú elhelyezése a nagykerék gyártásakor
$S_{vanm}, S_{vane}, S_{vani}$	virtuális hengeres fogaskerék fejszalag-vastagsága a középső, a külső és a belső normálsíkban
$S_{vnm}, S_{vne}, S_{vni}$	virtuális hengeres fogaskerék fogvastagsága az osztókörön, a középső, a külső és a belső normálsíkban
t	kapcsolóvonal paramétere az 1. gyártási modellhez
U_m, U_e, U_i	sugárirányú koordináta a fejkúpalkotó közepén, külső és belső végén
V_2	késfej függőleges elhelyezése a nagykerék gyártásakor
V_m, V_e, V_i	tengelyirányú koordináta a fejkúpalkotó közepén, külső és belső végén
$\mathbf{v}_{m2}^{(g2)}$	származtató felület és a nagykerék relatív sebességvektora az S_{m2} rendszerben
w	kétoldalas késfej fél-szélessége az osztósíkban
W_{e1}	lábszalag-szélesség a külső fogvégen
W_{i1}	lábszalag-szélesség a belső fogvégen
X_{B2}	vágási mélység a nagykerék gyártásakor
X_{D2}	osztókúp távolsága a gép középvonalától a nagykerék gyártásakor
X_f	egyoldalas késfej fejel lekerekítés középpontjának távolsága a tengelytől
X_w	kétoldalas késfej fejel lekerekítés középpontjának távolsága a tengelytől
z_1	kiskerék fogszáma

z_2	nagykerék fogszáma
z_c	képzelt síkkerék fogszáma

Görög betűk

ΔA_1	kiskerék tengelyirányú szerelési hibája
ΔA_2	nagykerék tengelyirányú szerelési hibája
ΔE	tengelytáv eltérés
Δk	relatív görbület
$\Delta l_i, \Delta l_e$	hálópontok tengelyirányú felosztása
$\Delta r_i, \Delta r_e$	hálópontok sugárirányú felosztása
$\Delta \phi_2$	áttétel változása
$\Delta \gamma$	tengelyszög eltérés
$\Delta \varphi$	fogaskerék elfordulási szöge a kapcsolódás alatt
$\Delta \rho$	görbületi sugár változás
α	késfej profilszöge
α_g	kétoldalas késfej profilszöge, nagykerék kúpos származtató felületének profilszöge
α_p	egyoldalas késfej profilszöge, kiskerék kúpos származtató felületének profilszöge
α_{vt}	virtuális hengeres fogaskerékpár kapcsolószöge
β_e	külső foghajlásszög
β_i	belső foghajlásszög
β_m	középső foghajlásszög
δ	osztókúpszög
δ_1	kiskerék osztókúpszöge
δ_2	nagykerék osztókúpszöge
ε_α	profil-kapcsolószám
ε_β	átfedés
ε_γ	össz-kapcsolószám
ϕ	síkkerék elfordulási szöge
ϕ_1	kiskerék elfordulási szöge működéskor
ϕ_2	nagykerék elfordulási szöge működéskor
$\phi_{dm}, \phi_{de}, \phi_{di}$	poláris koordináta a domború fogoldalon, a fog közepén, valamint a külső és belső fogvégen
$\phi_{hm}, \phi_{he}, \phi_{hi}$	poláris koordináta a homorú fogoldalon, a fog közepén, valamint a külső és belső fogvégen
γ_{m2}	gyártási lábkúpszög a nagykerék gyártásakor
φ_{max}	fogaskerék elfordulási szöge a kapcsolódásból kilépéskor
φ_{min}	fogaskerék elfordulási szöge a kapcsolódásba belépéskor
λ_f	egyoldalas késfej fejjel lekerekítés paramétere
λ_w	kétoldalas késfej fejjel lekerekítés paramétere
θ_1	kiskerék foglábszöge
θ_2	nagykerék foglábszöge

θ_g	nagykerék kúpos származtató felületének paramétere
θ_p	kiskerék kúpos származtató felületének paramétere
ρ	kétoldalas késfej görbe vágóélének görbületi sugara
ρ_f	egyoldalas késfej fejjél lekerekítési sugara
ρ_{gi}, ρ_{go}	származtató felület görbületi sugara
ρ_{pi}, ρ_{po}	származtató felület görbületi sugara
ρ_w	kétoldalas késfej fejjél lekerekítési sugara
σ	átfedési szög
τ	síkkerék szögosztása
ω_1	kiskerék szögsebessége
ω_{1c}	relatív szögsebesség a kiskerék és a síkkerék között
ω_2	nagykerék szögsebessége
ω_{2l}	relatív szögsebesség a két kúpkerek között
ω_{2c}	relatív szögsebesség a nagykerék és a síkkerék között
ω_c	bölcső szögsebessége, síkkerék szögsebessége
ω_g	kúpkerek szögsebessége
$\omega_{m2}^{(2)}$	nagykerék szögsebessége az S_{m2} rendszerben
$\omega_{m2}^{(c)}$	bölcső szögsebessége az S_{m2} rendszerben
ω_r	relatív szögsebesség
ψ_2	nagykerék elfordulási szöge a lefejtő mozgásban
ψ_{c1}	bölcső elfordulási szöge a kiskerék gyártásakor
ψ_{c2}	bölcső elfordulási szöge a nagykerék gyártásakor

Indexek

1	kiskerék
2	nagykerék
e	külső fogvég
d	domború fogoldal
h	homorú fogoldal
g	nagykerék származtató felülete
i	belső fogvég
k	fogoldalra vonatkozó
l	foghossz mentén értelmezett
m	fogközép
p	kiskerék származtató felülete

1 Bevezetés

Napjainkban a fogaskerék tervezés nélkülözhetetlen eszköze a fogfelületek matematikai modellezése. Hatványozottan igaz ez a bonyolult geometriájú hajtópárokra, így az ívelt fogú kúpkerékekre. Az iparban egyre nagyobb figyelem irányul a nemkívánatos rezgésekre és ezek kiküszöbölésének lehetőségeire. Ezen belül is két jelentős területet lehet megemlíteni, melyek a kutatások fókuszában állnak. E két terület a felület megmunkálási, illetve kapcsolódási hibák okozta zajterhelés továbbá az élettartam, illetve tönkremenetel vizsgálatának a területe. A tervezési és kivitelezési fázisban a pontosabb kapcsolódási viszonyok biztosításával csökkenthetők a káros rezgések a rendszerben, mely egyrészt biztosítja a berendezések csendesebb üzemét, másrészt a jobb érintkezési viszonyokból adódóan csökken az alkatrészek elhasználódása. A fogfelület modellek a tervezés számos részterületén hasznosíthatók: geometriai rendellenességek kimutatásában, a gyártási pontosság ellenőrzésében, működési szimulációkban, a kapcsolódási viszonyok vizsgálatában, terhelhetőségi vizsgálatokban, stb.

Az értekezés célja, hogy a fogfelületek matematikai modellezését eszközként felhasználva, az ívelt fogú kúpkerékek tervezésének alábbi részterületeihez jobbitó javaslatot tegyen:

- alacsony zajszintű kúpkerékek tervezése elméletben kinematikai hibától mentes hajtópárral,
- felületpontok meghatározása 3D koordináta-mérőgépen történő mérés referencia értékeként,
- fogfelületek előállítása CAD szoftverbe importálható pontfelhőként, a végeelemes vizsgálathoz szükséges CAD modell alapjául,
- a fejszalag-vastagság pontos számítása a fogkihegyesedés vizsgálatához, közelítő módszer kiváltása,
- a kapcsolószám pontos számítása, a közelítő módszerek kiváltása.

Pár tipikus területet említsünk meg a teljesség igénye nélkül melyeknél nagy jelentősége van a pontos fogazattervezésnek.

Helikopterek és repülőgépek hajtóműveinek tervezésénél (kritikus terület a biztonság és élettartam szempontjából).

Szárazföldi járművek esetén (hajtáslánc-elemek zajcsökkentése, hatásfok növelése és élettartam növelése).

Vízi járművek esetén (katonai és luxus járműveknél elsősorban a csendes üzem és élettartam, míg civil alkalmazásoknál, mint pl. személyszállító és áruszállító hajók, az elsődleges szempont a nagy terhelhetőség és az élettartam).

Fontos megemlíteni, hogy nagyon sok értékes kutatási eredmény született magyar kutatók vonatkozásában is. Szinte lehetetlen lenne összefoglalni az összes kiemelkedő munkát, ezért a teljesség igénye nélkül bemutatok néhányat, hogy egy kicsit teljesebb képet kapjunk a meghatározó hazai fogazatkutatásokról.

Fogaskerék kutatások Magyarországon

Az első nemzetközi jelentőségű kutatási eredmény Vidéky Emil nevéhez fűződik. Vidéky elsőként javasolta a fogfelületi teherbírás számítására a Hertz-féle feszültséget [VID08]. Ez a javaslat annyira sikeres volt, hogy – némi pontosítással – jelenleg is a fogfelületi szilárdság számításának alapját képezi.

Követői kiváló magyar szakkönyvekkel gazdagították a fogaskerekes szakirodalmat. Szeniczai Lajos munkái [SZE41, SZE57] nagy lökést adtak az általános fogazat alkalmazásának és a csigahajtások kutatásának. Vörös Imre [VÖR45, VÖR68], Erney György [ERN83, ERN59] és Rohonyi Vilmos [ROH80] munkái átölelik a fogaskerekek teljes kínálatát, kiterjednek a tervezés, a gyártás, a mérés és gyártó szerszámok területére. Drobni József [DRO01], Dudás Illés [DUD00, DUD04, DUD07] Maros Dezső és szerzőtársai [MAR70] a csigahajtások részletes elemzését adták. Terplán Zénó és szerzőtársai [TER79] a fogaskerekek sajátos alkalmazási formái, a bolygóművek tervezési kérdéseivel foglalkoztak.

Botka Imre a Ganz–Botka fogazattal új fogazatrendszer alkotott [BOT56]. Felismerte a hármas kiegyenlítés [BOT53], ill. a hőkiegyenlítés [BOT64] törvényszerűségeit. Utóbbi területen munkáját Kolonits Ferenc [[KOL75, KOL76] fejlesztette tovább.

Az ismertettekén túl, a Magyarországon folytatott fogaskerék kutatásokat tematikus rendszerezésben mutatjuk be.

Fogazott hajtópárok gyártásgeometriai kérdéseivel foglalkozott Drahos István [DRA87], Dudás László [DUD91], Óváriné Balajti Zsuzsanna [BAL07], Groma István [GRO10].

A fogaskerék bolygóművek tervezése, elemeinek terhelése, sebességváltókban történő alkalmazása állt Terplán Zénó [TER65], Lévai Zoltán [LÉV65], Apró Ferenc [APR79], Döbröczeni Ádám [DÖB86, DÖB91], Czégé Levente [CZÉ10] kutatásainak középpontjában.

A fogaskerék hullámhajtóművek ismeretanyagát bővítette Házkötő István [HÁZ78, HÁZ86], Péter József [PÉT81, PÉT92], Krisch Róbert [KRI10].

A csigahajtások különböző típusainak (globoid, ívelt profilú, kúpos csigás, belső csigás) vizsgálatával számos kutató foglalkozott, így Magyar József [MAG60], Drobni József [DRO67], Bercsey Tibor [BER77], Dudás Illés [DUD80, DUD88], Hegyháti József [HEG88], Siposs István [SIP90], Simon Vilmos [SIM94, SIM96], Pay Gábor [PAY01], Horák Péter [HOR03], Bányai Károly [BÁN07], Bodzás Sándor [BOD14]. Munkásságuk felölelte a csigahajtások kapcsolódási, gyártási, szerszámozási, tribológiai kérdéseit.

A hengeres fogaskerekek különféle problémáit elemezte Kamondi László [KAM85, KAM97], Sente József [SZE85], Tomori Zoltán [TOM19], Debreczeni Dániel [DEB21].

A kúpkerék kutatása területén Lévai Imre, Simon Vilmos, Lelkes Márk [LEL01, LEL02, LEL04], továbbá a BME Közlekedési és Járműmérnöki Karának Járműelemek és Hajtások Tanszéke, Klingelberg fogazatokkal kapcsolatos [DEV05] munkáját, valamint Patai Patrik Gleason spirálkerék fogazatgeometriájának 3D mérési pontból történő generálása és a kúpfogaskerékpár parasolid modelljének elkészítése terén végzett kutatását kell kiemelni. Lévai és Simon tevékenységét a nemzetközi kutatásokat bemutató 3.2. fejezetben részletezzük.

A fogaskerekek sajátos tervezési területével foglalkozott Lévai Imre [LÉV66] a nemkör alakú fogaskerekek, Eleőd András [ELE79, ELE80, ELE83] a fogaskerekek tribológiai kérdései, Bihari János [BIH17] a műanyag fogaskerekek tervezése, Sarka Ferenc [SAR14] a fogaskerekek környezetszempontrú tervezése vonatkozásában.

2 Az ívelt fogú kúpkerék rendszerezése és alkalmazási területei

2.1 Az ívelt fogú kúpkerék rendszerezése

A kúpkerék metsző, vagy kitérő tengelyek között forgó mozgás és nyomaték átvitelére alkalmazott gépelemek, melyeket az ipar számos területén hasznosítanak.

Az ívelt fogú kúpkerék előállítására kétféle gyártási elv honosodott meg: a homlokmarás (face milling) és a lefejtőmarás (face hobbing). Az eljárások jellemzőit a 2.1. táblázat tartalmazza.

2.1. táblázat. Ívelt fogú kúpkerék gyártási módszereinek fő jellemzői

	homlokmarás	lefejtőmarás
osztás	egyedi	folyamatos
fogirányvonal	kör	ciklois
fogmagasság	változó	állandó

A két eljárást egybevetve, egyértelmű sorrendet nem lehet felállítani, de a másikkal szemben előnyöket meg lehet állapítani:

- homlokmarásnál a fogfelület a körív fogirányvonal miatt köszörülhető, a változó fogmagasságból adódóan a belső fogvégen kisebb az alámetszés és a kihegyesedés veszélye;
- lefejtőmarásnál a folyamatos osztás miatt kisebb az osztáshiba kockázata, az állandó fogmagasságból adódóan megvalósítható a konjugált fogazat.

A 2.2. táblázat a jelenleg ismert gyártási módszereket és azok legfontosabb jellemzőit mutatja be.

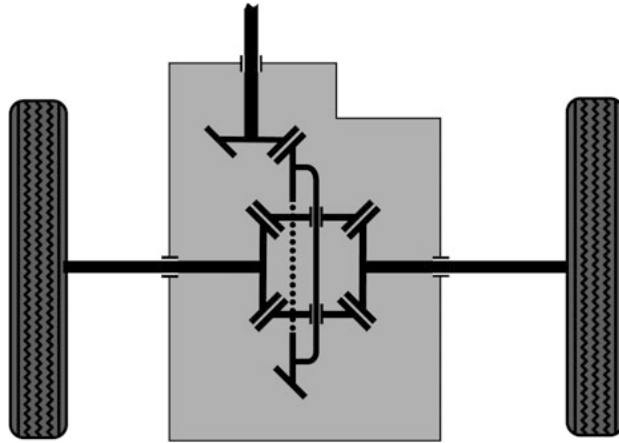
2.2. táblázat. Ívelt fogú kúpkerekek gyártási módszerei és azok jellemzői [KLI16]

Gyártási módszer	Osztás megvalósítása	Fogirányvonal alakja	Fogmagasság	Fogárok szélesség a lábkúp normálmetszetében		Profil domborítás	Foghossz irányú domborítás
				kiskerék	nagykerék		
Ciklopalloid, Ciklomet	Folyamatos	Epiciklois	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Sugár különbség
Palloid	Folyamatos	Evolvens	Állandó	Állandó	Állandó	Szerszám fejcsonkítással	Szerszámból
N-módszer	Folyamatos	Epiciklois	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Emelkedési szög különbség
Spiroflex, Spirac	Folyamatos	Epiciklois	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Késfej billentés
TRI-AC, PENTAC-FH	Folyamatos	Epiciklois	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Késfej billentés
Kurvex	Egyedi	Körív	Állandó	Változó	Változó	Szerszám protuberanciával	Sugár különbség
Arcoid	Egyedi	Körív	Változó	Változó	Változó/Állandó	Gép mozgása	Késfej billentés
Five-cut	Egyedi	Körív	Változó	Változó	Állandó	Gép mozgása	Sugár különbség
Completing	Egyedi	Körív	Változó	Állandó	Állandó	Gép mozgása	Késfej billentés
Wiener 2	Egyedi	Körív	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Sugár különbség
Wiener 1	Egyedi	Körív	Állandó	Változó	Állandó	Szerszámból	Sugár különbség
Semi-Completing	Egyedi	Körív	Állandó	Változó	Változó	Szerszámból	Sugár különbség

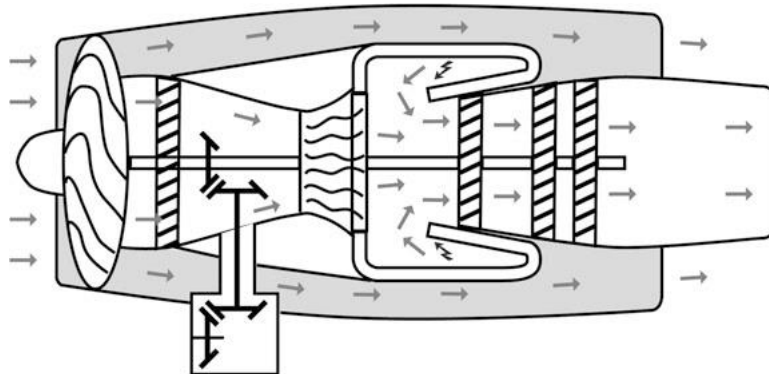
2.2 Az ívelt fogú kúpkerekek alkalmazási területei

A kúpkerekek, különösen az ívelt fogú kúpkerekek jellegzetes alkalmazási területe a járműipar. Kúpkerekeket használnak személygépkocsokban, haszongépjárművekben, légi járművekben, vízi járművekben, stb.

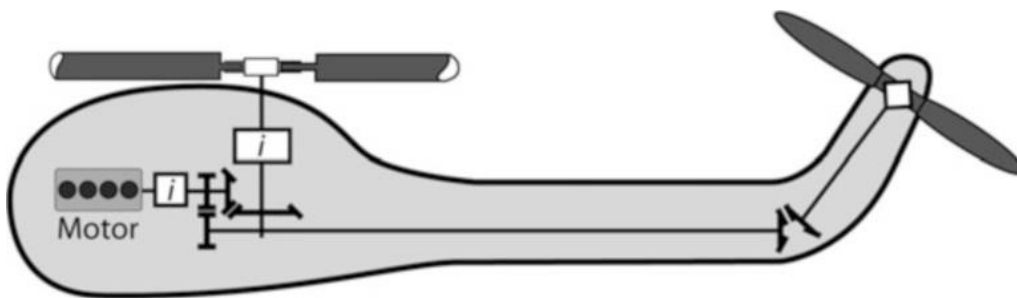
A következő ábrákon néhány tipikus járműipari megoldás látható.



2.1. ábra. Gépjármű hátsókerék hajtása differenciálművel [KLI16]



2.2. ábra. Repülőgép gázturbina kúpkerekes hajtóműve [KLI16]



2.3. ábra. Helikopter fő rotor és far rotor hajtása [KLI16]



2.4. ábra. Hajócsavar (propeller) hajtása [KLI16]

3 Történeti áttekintés

A kúpkerek gyártására szolgáló szerszámgépek fejlesztése meghatározta az azokon gyártott kúpkerek működési jellemzőit. Egy adott géptípus alapvetően egy adott kúpkér típus gyártását tette lehetővé. Míg egy evolvens profilú hengeres fogaskerékpárnál gond nélkül megoldható, hogy a két kerék más gyártási elven készüljön, ez a kúpkerekéknél elképzelhetetlen. Ennek megfelelően a szerszámgépek gyártói egyben a kúpkerek fejlesztői is lettek. A gépeken végrehajtott fejlesztések háttérét üzleti megfontolásból nem fedték fel, így a gyári szakemberektől származó publikációk zömében ismeretterjesztő, figyelemfelkeltő jellegűek voltak, és nem mutatták be a megoldások részleteit, nem közöltek számításokat. A felhasználók a megvásárolt gépek mellé számítási utasításokat (calculation instructions) kaptak, melyekkel a kúpkérpár tervezése, a gépbeállításához szükséges számítások elvégezhetőek voltak. Ezek a számítási lapok „kódoltak” voltak, vagyis nem a szükséges képleteket tartalmazták, hanem néhány alapadat megadása után a műveleteket azonosító sorszámokkal végezték. A visszafejtés igen nehézkes volt, mivel esetenként több száz sort kellett volna feldolgozni, amire általában a vásárlóknak sem ideje, sem igénye nem volt, hiszen ők gyártani akarták a kúpkereket. Később a kézi számításokat programok váltották fel, melyek még jobban elfedték a tartalmat. Napjainkban minden fogazógép gyártó bonyolult és drága programokat kínál a felhasználónak, melyekkel a kúpkerek tervezéséhez, gyártásához, ellenőrzéséhez szükséges számítások elvégezhetőek. Vagyis a programokkal kiváló működési tulajdonságú kúpkerek tervezhetőek és gyárthatók, míg ezek nélkül a programok nélkül a fogazógép csak egy rendkívül drága vastömeg. A programokat házilag nem lehet kiváltani.

3.1 Gyárak és gépek

A fejezet alapjául a következő források szolgáltak: [STA93], [LIT97], [www.g, www.k].

A kúpkerek kutatásának, fejlesztésének története összefonódik a kúpkerek fogazására szolgáló szerszámgépeket gyártó vállalatok működésével. Három cég nevét kell kiemelni, ezek: az amerikai Gleason Works, a svájci Oerlikon Bührle és a német Klingelberg Söhne.

A Gleason és az Oerlikon története sok hasonlóságot mutat. Mindkét cég esztergák, fűrógépek, marógépek gyártásával foglalkozott, majd a 19. és a 20. század fordulóján kezdtek egyenes és ferde fogú kúpkerek gyártására alkalmas szerszámgépeket előállítani. Ekkor még a kúpkerek profiljának kialakítása sablon alapján történt.

Egyenes fogú kúpkerek lefejtéssel történő előállítása először a századforduló körül valósult meg, és Oscar Beale nevéhez fűződik, aki a gyártáshoz két tárcsa alakú szerszámot használt. Ez az eljárás tekinthető a Gleason Coniflex eljárás őséneke.

Érdekes módon a Gleason és az Oerlikon fejlesztései egy ideig ugyanazt az utat követték: lefejtőmarással, vagyis folyamatos osztással episzinoid fogirányvonalú ívelt fogú kúpkereket állítottak elő. Az episzinoid egy haladó és egy forgó mozgás kombinációjaként alakul ki. Ez a módszer sokkal termelékenyebb volt, mint az egyenes vagy ferde fogazat lefejtő gyalulása, ráadásul a nagyobb kapcsolószám nagyobb nyomaték átvitelét tett lehetővé. A Gleason 1928-ban jelentkezett a fenti elven működő fogazógéppel. Ezzel egyidejűleg az Oerlikon is kifejlesztette hasonló rendszerű gépét, *Brandenberger* találmányára építve.

A Klingelberg egészen más utat követett, mint a Gleason és az Oerlikon. Fogazógépük egy lefejtőmarógép volt, mely *Schicht* és *Preis* 1921-ből származó szabadalmára épült, és 1923-ban jelent meg FK 150 típusjellel. Az eljárás a Palloid elnevezést kapta, mely a hengeres

fogaskerek Pfauder-féle lefejtőmarásának kúpkerékekre adaptált változata volt. Szerszáma egy kúpos lefejtőmaró.

Az ívelt fogú kúpkerékek késfejjel történő lefejtő megmunkálása Paul *Böttcher* 1910-ből származó elgondolására épül. A Gleason, Böttcher-től függetlenül, ugyanazon a fejlesztésen dolgozott, és a kiváló géptervező, James Gleason 1913-ban bemutatta az első homlokkéses késfejjel felszerelt gépet. Ezt követően, 1919-ben, Gleason megszerezte a Böttcher szabadalmak kizárólagos jogát.

A kor legjelentősebb gépe a Gleason No.16, amely a legkorszerűbb építési elveket követte, de még nem rendelkezett hipoid elállítási lehetőséggel. A Gleason gép egyedi osztással működött, és Böttcher fejlesztéseivel ellentétben változó fogmélységet állított elő a foghossz mentén. Az elképzelések szerint ez a módszer az amerikai gépjárműipar speciális tömegtermelési feltételeinek kívánt megfelelni. Öt munkalépésre volt szükség a kúpkerékpár gyártásához, erre utal az „5 vágás (five cut) módszer” elnevezés.

1945-ben az Oerlikon hasonló gépet kínált az ívelt fogú kúpfogaskerek folyamatos osztású előállítására. Az úgynevezett Spiromatic No.2 gépen a késfejet nagyoló, valamint a külső és a belső késekkel szerelték fel. Ez lehetővé tette a fogaskerék egy felfogással történő vágását. A fogoldal domborítását a profil irányában görbe vágóélű késekkel, hosszanti irányban a késeknek a - ciklois fogirányhoz viszonyítva - speciális elrendezésén keresztül érték el. Mivel minden kúpkerékhez és tányérkerékhez csak egy szerszámmra volt szükség, és a gépet nagyon gyorsan fel lehetett szerelni, ez a gép széles körben elfogadottá vált a gépiparban, később pedig az autóiparban is. A Gleason No.16 fogazógépehez hasonlóan, a Spiromatic No.2 is megtalálható volt sok fogazóüzemben még az 1980-as években is.

1925-ben a Gleason módosította a No.16 fogazógépet, ezzel alkalmassá tette kúpkerékek hypoid elállítással való gyártására. Típusjele: No.16H lett.

1930 körül a Gleason újabb jelentős fejlesztéssel jelentkezett: a megdöntött szerszámtartó orsóval. Ezzel a megoldással többféle hatást lehetett elérni:

- szabványos profilszögű késfejjel más profilszögű kúpkeréket gyártani,
- lokalizált hordképhez domborított fogazatot előállítani,
- profilozott tányérkerékhez konjugált kúpkeréket készíteni.

A következő korszak gépeire a minimális elektronikus vezérlés és a maximális mechanikus „intelligencia” volt jellemző. A korszak tipikus gépe volt a Gleason No.116, 1954-ből. Rendkívül sikeres konstrukció volt, még megjelenését követően 40 évvel is használták. Modern korrekciós mechanizmusokkal szerelték fel: dönthető késfej (cutter tilt), módosítható lefejtő mozgás (modified roll) és csavarmozgást biztosító mechanizmus jellemezte. Ez volt az első gép, amely képes volt a magasabb szintű fogazáselméletet a gyakorlatban megvalósítani. Mindezt mechanikus eszközökkel: cserekerékkel, excenter mechanizmussal, bütyöktárcsákkal. A gép alkalmas volt a profilozott (formate) tányérkerékhez kúpkerék gyártására.

Az Oerlikon fejlesztési célja a dönthető késfej megvalósítása volt, ami 1960-ban a Spiromatic No.1 géppel teljesült. Mivel a késfej megdöntése korlátozott mértékű, kb. 10° volt, ezért csak a foghossz irányú domborításra lehetett használni. Ezzel szemben a Gleason 0° és 30° közötti állítási tartománya többféle felhasználási lehetőséget kínált.

Újabb fejezetet jelentett a PLC vezérlések megjelenése a kúpkerékfogazó gépekben. Ilyen az Oerlikonnak az 1973-ban piacra kerülő Spiromatic S17 gépe. Az S17 átvette a Gleason No.116 késfej-döntési megoldását, az állítási tartomány 30°-ra növekedett, ezzel lehetővé vált a profilozott tányérkerékhez kúpkerék gyártása (Spirac eljárás).

A Gleason első PLC vezérlésű gépe, az 1977-ben bevezetett, No.641. A korábbi típusokhoz képest megnövelt merevségű volt, ezzel lehetővé vált a „komplett” fogazás (completing), azaz egy műveletben készre munkálás. Ehhez olyan késfejet használtak, amely három késétípust tartalmazott: egy előnagylót és két simítót a fogárok két oldalára.

Hengeres fogaskerekek gyártására 1981-ben a Pfauter, kúpkerékhez 1986-ban a Gleason fejlesztette az első számjegyvezérlésű szerszámgépet, a GMAXX 2010 típusjelűt. Utóbbi történelmi jelentőségű volt, mert ez volt az első olyan gép, amely a kétféle gyártási elvet, vagyis az egyedi osztásút és a folyamatos osztásút is meg tudta valósítani. A késfej, a munkadarab és a bölcső összehangolt forgását NC programmal vezérelték, ugyanakkor a mechanikus gépeknél megszokott koncentrikus bölcső kialakítást megtartották.

1989-ben az Oerlikon is bemutatta számjegyvezérlésű szerszámgépét, a Spiromatic tensor S20 jelűt. Ez a gép is felépítésében még követte a hagyományos koncentrikus bölcső koncepciót, de az összes kinematikai kapcsolatot elektromos hajtásokkal oldotta meg.

1989-ben a Klingelberg is jelentkezett saját fejlesztésű, KNC 40 típusjelű NC fogazógépével. A másik két típushoz képest hátránya volt, hogy nem rendelkezett dönthető késfejjel, ezért alkalmazási lehetősége behatárolt volt.

Az első teljesen automatizált, univerzális számjegyvezérlésű fogazógépet a Gleason fejlesztette, és 1989-ben Phoenix néven jelentkezett vele a piacon. Az univerzális elnevezés arra utal, hogy a gép tetszőleges fogaskerék típus gyártására alkalmas. Ezt 6 tengellyel biztosítja, melyek közül 3 forgó, 3 haladó mozgást tesz lehetővé. A késfej döntését mozgásokkal helyettesítették, így merev szerkezetet kaptak. Ugyanakkor az adatbevitelnél megtartották a hagyományos gépeken megszokott fogalmakat és az univerzális gép számára „fogyasztható” formára alakítás a működtető programmal történik.

A 21. század fejlesztései a számjegyvezérlésű szerszámgépek tökéletesítéséről szólnak. Nagy teljesítményű fogköszörűk és szárazon (kenés nélkül) forgácsoló marógépek jelennek meg. Jelentős fejlődésen megy át a tervezés támogatása a KISSsys és a GEMS (Gleason Engineering and Manufacturing System) szoftverek összekapcsolásával.

3.2 Kutatók és eredmények

A 3. fejezet bevezető részében megállapítottuk, hogy az ívelt fogú kúpkerék fejlesztése a fogazógépgyártóknál, körív fogirányvonal esetén a Gleason-nál történik. A külsős kutatók munkája az esetek többségében követő jellegű, a bevezetett eljárások, módszerek elméleti háttérének megfejtésére irányul, mivel ezeket a gyárak üzleti megfontolásból nem teszik közzé. Példaként említhetjük a Gleason-nak a szerszámtartó orsó megdöntésével működő, ún. tilt eljárását, mely már az 1930-as évek elején bevezetésre került, ugyanakkor az elméleti háttér szakirodalomban történő feltárására csak 1988-ban került sor [LIT88].

Az elmúlt mintegy 50 évben az ívelt fogú kúpkerék kutatás-fejlesztése a gyári tervezési szoftver egyre bővülő szolgáltatásaiban jelentkezik. Az eredetileg a gépbeállítások terjedelmes kézi számításainak kiváltására készült program folyamatosan bővült a fejlesztések eredményeivel. A teljesség igénye nélkül néhány beépülő modul:

- fogérintkezés elemző program (TCA = Tooth Contact Analysis) a hordkép és a mozgásátadás vizsgálatára;
- terheléses fogérintkezés elemzés (LTCA = Loaded Tooth Contact Analysis);
- felület topográfia (Ease-off);
- végeelemes vizsgálat lehetősége (FEA = Finite Element Analysis);

- A CNC fogazógépek lehetőségeit kihasználva a gépbeállítási adatok magasabb rendű polinomokkal történő megadása.

Az eddigiekből következik, hogy az itt felsorolt kutatók többségében a Gleason munkatársai voltak, hiszen az eredeti fejlesztések itt történtek. Az alábbi, szűk listára azok a kutatók kerültek fel, akik tevékenysége – természetesen szubjektív megítélés alapján – a legnagyobb hatással volt a körív fogirányvonalú ívelt fogú kúpkerék fejlesztésére.

Ernst *Wildhaber* az egyik legismertebb feltaláló a fogaskerekek tervezése és gyártása területén. 279 szabadalommal rendelkezik, melyeket jórészt a Gleason Works tanácsadó mérnökeként dolgozott ki, és amelyek közül többet is széles körben alkalmaztak a fogaskerékiparban. Leghíresebb találmányai: a hipoid fogaskerékpár, amelyet napjainkban is használnak a gépjárművekben, és a Revacycle módszer, amely egy nagyon termelékeny eljárás az egyenes fogú kúpfogaskerekek előállítására. 1924-től dolgozott a Gleason Works-nél, ahol karrierje legsikeresebb időszakát töltötte kreatív mérnökként és feltalálóként. Elméleti munkásságát a kúpkerékekről 1945-ben [WIL45a, WIL45b, WIL45c, WIL45d] és a hipoid hajtásokról 1946-ban [WIL46a, WIL46b, WIL46c, WIL46d, WIL46e, WIL46f, WIL46g, WIL46h] megjelent két cikksorozat fémjelzi, melyek megjelenésükkor a témakör legátfogóbb munkái voltak, és számos megállapításuk napjainkban is helytálló és korszerűnek számít. Példaként a duplex eljárást, a hipoid hajtás aszimmetrikus profilját, a határ-kapcsolószöveget említhetjük.

Meriwether L. *Baxter* 1935-ben kezdte mérnöki és tudományos munkáját a Gleason Works-nél, ahol 1975-ben bekövetkezett nyugdíjazásáig vezető kutatómérnökként és mérnök igazgatóként, később tanácsadóként dolgozott. Korai éveiben Baxter *Wildhaber* irányításával kúp- és hipoid kerékpárok elméletével foglalkozott [BAX60, BAX61a, Bax61b, BAX66b], és a Revacycle eljárás vált szakterületévé. Felismerte, hogy a számítógép hatékony eszköz lehet a fogaskerék elmélet területén [BAX86]. Mentesheti a mérnököket a hosszú, fárasztó számítási eljárásoktól, amelyek szükségesek a gépbeállításokhoz a kúp- és hipoid hajtópárok előállítása során. Rájött, hogy a számítógépnél praktikus a vektor- és mátrixjelöléseket alkalmazni a fogazáselemzés területén, és ezzel úttörő szerepet töltött be a fogazatok számításában és elméletében [BAX66a, BAX73]. Legfigyelemreméltóbb eredményei a fogak kontaktanalízise (TCA), egy alámetszés program és a duplex helical eljárás gépbeállításához pontos számítási módszer kidolgozása volt. Hét szabadalma született a fogaskerekek gyártásával kapcsolatban.

Theodor J. *Krenzer* az 1960-as évek elejétől, 31 éven át foglalkozott kutatással és fejlesztéssel a Gleason vállalatnál. Nyugdíjba vonulása előtt a kutatás-fejlesztési igazgatói posztot töltötte be. Eredményei közé tartozik a Gleason lefejtőmarási eljárásának kifejlesztése; a számítógépes rendszerek továbbfejlesztése; kúpfogaskerekek modellezésének és szimulációjának módszertana, mint a fogfelület lefejtése és a fogérintkezés elemzése (TCA); kúpfogaskerekek terhelés alatti fogérintkezés elemzésének (LTCA) fejlesztése; az első hipoid CNC fogazógép gépbeállítási képleteinek levezetése; mért fogfelületi koordinátákon alapuló kúpfogaskerékes korrekciós technológia elindítása és fejlesztése. Jelentős közreműködője volt a modern számítástechnika alkalmazásának és ötvöztetésének a kúpfogaskerekek szintézisével és elemzésével. Munkásságát egy könyv [KRE12] és számos, a felsorolt témakörökben közreadott szakcikk fémjelzi [KRE76, KRE781, KRE784, KRE07].

Wells *Coleman* és Lowel L. *Wilcox* munkássága a kúpkerék teherbírásának, valamint a terhelésből adódó deformációk meghatározására [COL75a, COL75b] irányult. Tevékenységük lefedte a fogfelületi szilárdság [COL52, COL68], a fogtőszilárdság [COL69b, WIL81, WIL85],

és a berágódási szilárdság [COL67, COL69a] vizsgálatát. Úttörőnek számítottak a végeelem módszer kúpkerékekre történő alkalmazásában [WIL73].

Herman J. *Stadtfeld* tudományos kutató munkáját az Aacheni Műszaki Egyetem Szerszám gép Laboratóriumában kezdte. 1987-től 1992-ig az Oerlikon Buhrle AG-nél a kúpkerék fogazógépek kutatás-fejlesztési vezetője. 1994-től 2002-ig a Gleason Works munkatársa, előbb kutatás-fejlesztési igazgatóként, majd 1996-tól kutatás-fejlesztési alelnökként. Három év egyetemi oktatásban eltöltött idő után, 2005-ben visszatért a Gleasonhoz a kúpkerék technológia kutatás-fejlesztési alelnöke beosztásban, amit napjainkig ellát. A világ egyik legelismertebb kúpfogaskerék szakértőjeként több mint 300 szakcikket és 10 könyvet publikált ezen a területen [STA95, STA01a, STA14, STA19, STA20]. Több mint 60 találmányra nyújtott be nemzetközi szabadalmi bejelentést, amelyek új hajtóműrendszerekre, fogaskerékgyártási eljárásokra, valamint fogazószerszámokra és fogaskerékgyártó gépekre vonatkoznak. Közreműködésével a kúpkerékek forgácsolása a nemlineáris gépmozgások és az új eljárások miatt megnövelt teljesítménysűrűségű, környezetbarát technológiára tért át (száraz forgácsolás).

A fogaskerekek kapcsolódás-elméletének fejlődésére a legnagyobb hatást Faydor L. *Litvin* munkássága gyakorolta. Tevékenysége az általános elvek megalkotása mellett a fogaskerekek szinte minden típusára kiterjedt. Kutatói pályafutása két részre bontható [GOL16]. 1938 és 1978 között a Szovjetunióban 130 szakcikk és 22 szabadalom fűződik a nevéhez. 1978-tól az Egyesült Államokban élt és dolgozott. Ezt a korszakát 135 szakcikk és 3 szabadalom fémjelzi. Publikációi közül 28 kapcsolódik a kúpfogaskerekekhez. Szoros együttműködés alakult ki Litvin és a NASA között, melynek eredményeként 11 publikációja készült el NASA kiadványként. A gazdag munkásságból itt néhány könyvét [LIT72, LIT89a, LIT94a, LIT97, LIT04] és a későbbiekben a kúpkerékek tárgykörben megjelent dolgozatait emeljük ki.

A magyar kutatók közül az ívelt fogú kúpkerékek területén a legjelentősebb tevékenység Lévai Imre és Simon Vilmos nevéhez fűződik.

Lévai a fogaskerekek több területén is jelentős eredményeket ért el (nemköralakú fogaskerekek, csigahajtások), de különösen igaz ez a hipoid hajtópárokra, melyek az ívelt fogú fogaskerekek kitérő tengelyű alkalmazásai [LÉV80, LÉV83, LÉV94]. Tudományos közleményeinek száma 82.

Simon a fogaskerekek számos típusát sokféle szempont alapján vizsgálta. Hengeres és hipoid fogaskerekek, íveltfogú kúpkerékek, hengeres és globoid csigahajtások geometriája, kinematikája, dinamikája, gyártása és kenése szerepelt kutatásaiban. Tudományos közleményeinek száma 127. Az íveltfogú kúpkerékek és a hipoidhajtások témakörben a terheléseloszlás [SIM07a], a számítógépes fogérintkezés elemzés [SIM07b], az elasztóhidrodinamikusan kenés [SIM81], a fogfelületek optimális módosítása [SIM05], a végeelemes feszültség vizsgálat [SIM00], a számjegyvezérlésű szerszámgépeken való gyártás [SIM11a] szerepelt érdeklődésének középpontjában.

A legjelentősebbnek ítélt kutatók után a legfontosabb kutatási témákat, az azokhoz készült tanulmányokat tekintjük át.

Matematikai modellezés

A számítógépek alkalmazása óta az ívelt fogú kúpkerékek tervezésének alapját a fogfelületek matematikai modellezése adja. A matematikai modellezés során a fogfelületeket leíró egyenleteket a gyártás pontos modellezésével állítjuk elő. Ezek a matematikai modellek sokfélék lehetnek, a fogazógép típusától (hagyományos vagy CNC), a szerszám típusától, a gyártás során megvalósított mozgásoktól függően [LIT82, FON91, TSA93, RAO94, LIN97,

WAN05, WUX11, XUN11, SKA13]. Még egy adott fogazógép kategórián belül, az egyes fejlesztések között is jelentős különbségek lehetnek, melyek megjelennek a matematikai modellekben.

A fogfelület modellek legfontosabb felhasználási területei a következők:

- hordkép vizsgálat a fogfelületek kapcsolódását elemző programmal (TCA = Tooth Contact Analysis);
- a gyártási pontosság ellenőrzése 3D mérőgépen (CMM = Coordinate Measuring Machine) a matematikai modellekből nyert referencia pontok alapján;
- modell biztosítása végeselemes (FEA = Finite Element Analysis) vizsgálathoz.

Számítógépes hordkép vizsgálat

A kúpkerekek fejlesztésének hagyományos eszköze egy erre a célra tervezett vizsgálógép, melyen a fogaskerekek a tervezett működési helyzetnek megfelelően vannak felszerelve. A vizsgálat során a fogaskerekek terheletlen állapotban, ill. minimális terhelés mellett együtt forognak. A kisebb kúpkerek fogfelületét befestékezve, a nagykerék fogfelületén az érintkezési pontok mindegyikét magában foglaló festékfoltot, ún. hordképet kapunk. A vizsgálógépen a kívánt hordkép kifejlesztése bonyolult és hosszadalmas eljárás, mely többszöri próbálkozásra alapszik. Az egyenletes mozgásátvitel (állandó áttétel) megvalósulását zaj- és rezgésmérések alapján minősítik, de nincs lehetőség a kinematikai hiba mérésére.

A TCA egy számítógépes program, mely lehetővé teszi a fogak érintkezésének és a fogaskerekek mozgásátvitelének tanulmányozását. A tapasztalat azt mutatta, hogy a TCA-val kiváltható a fent említett, a vizsgálógépre alapozott, hosszadalmas fejlesztési eljárás.

A TCA első professzionális, üzleti célú alkalmazása a Gleason Works nevéhez fűződik. A szakmai érdeklődők számára az alapelveket a [GLE81] kiadványban tették közzé. Bár maga a szoftver az évek során jelentős változásokon ment át, az alapelv és a felhasználási célok megmaradtak. A TCA eredményeiből két diagramot készítenek: az egyik a hordképet, a másik a mozgásátvitelt ábrázolja. A gyári fejlesztések mellett számos kutató jelentkezett egyedi elemeket tartalmazó TCA programmal [LIT85, LIT87, LIT89b, LIT91a, LIT91b, LIT91c, FAN06, FAN07a, SIM07b].

Terheléses hordkép vizsgálat

A TCA vizsgálat merev fogakkal dolgozik. Ugyanakkor a terhelés hatására a fogak deformálódnak, mely révén a hordkép alakja, mérete és helyzete is megváltozik. A terheléses TCA három elterjedt formája: az analitikus vizsgálat [KRE81, SIM09], az együtt alkalmazott analitikus és végeselemes vizsgálat [FAN07b, VIV18], ill. a végeselemes vizsgálat [HAN91, BIB97, SIM00, DAS17].

Fogfelület topográfia

Az ívelt fogú kúpkerekek fogfelületei nem konjugált felületek, vagyis a viszonylagos mozgásban egymásnak nem kölcsönös burkolói. Ennek praktikus okai vannak. Mivel a kúpkerekek érzékenyek a gyártási és szerelési hibákra, terhelés hatására a fogérintkezés a fogvégekre kerülhet, ami nagy helyi terhelést, annak hatására maradó deformációt, esetleg fogtörést okozhat. A konjugálttól eltérő fogfelületeket domborítással (crowning) érik el. Az így nyert fogfelületek elméletben pontban érintkeznek és kinematikai hibával kapcsolódnak. Az ease-off topográfia a konjugált fogfelület és a domborított fogfelület közötti normális irányban mért eltérést mutatja a felületek rendezetten összetartozó pontjaiban. Az ease-off topográfia a lokalizált hordkép tervezésének alapjául szolgál [STA01b, ALT10, KOL10, SHI10, ART13, FAN16, WAN22].

3D koordinátamérés

Az ívelt fogú kúpkerék fogfelületek pontosságának ellenőrzése 3D koordináta mérőgépekkel történik. Referencia értéként a matematikai modellezéssel nyert elméleti fogfelület pontjai, vagy ún. mesterkerék mért adatai szolgálnak. A CMM mérést bemutató tanulmányok [CHA87, VEA91, LIT93] mellett a koordináta mérőgépek eszközként megjelennek a fogfelület korrekciókkal foglalkozó munkákban.

Fogfelület korrekciók

A fogfelület korrekciók a CMM mérések ismeretében, a CNC fogazógép gépbeállítási adatain végrehajtott változtatások. A gépbeállítási adatokat magasabb rendű polinomokkal írják le. A valós (mért) és az elméleti fogfelületi pontok között normális irányban ún. hibafelületet értelmeznek. A gépbeállítási polinomok együtthatóinak változtatásával az elméleti fogfelület változik, és egy sok elemből álló hibafelület sereg adódik, mely alapján kiértékelhető a fogfelület érzékenysége az egyes gépbeállítási adatokra [LIT91d, FAN08, SHI08, FAN10, SHI17].

Optimális megoldások

Az optimális megoldások valamely működési jellemző kedvező befolyásolására tett intézkedések. Ilyenek: az interferencia elkerülése [FAN11], késfej geometria és gépbeállítások optimális megválasztása a hatékony EHD kenés biztosításához [SIM14a, SIM15], ill. a minimális érintkezési nyomás és minimális kinematikai hiba eléréséhez [SIM14b, SIM14c], polinomokkal előírt gépbeállítások a kinematikai hiba minimalizálása érdekében [SIM11b].

CNC fogazógépek

A számítógéppel vezérelt kúpkerék fogazógépek és az azokon elvégezhető eljárások sokfélesége a szakirodalomban is tükröződik. Egyes tanulmányok gépekhez kötődnek [KRE90, HOT90, SKA12], mások gyártási eljáráshoz [SCO91, KRE93, LIU11a, LIU11b], megint mások adott CNC fogazógép matematikai modelljét mutatják be [CHA97, FON00, SHI07] és vannak, amelyek adott kúpkerék típus, adott CNC gépen történő gyártásának sajátosságait vizsgálják [LIT94b, SUH01, SIM11a, SIM11c, SHI15].

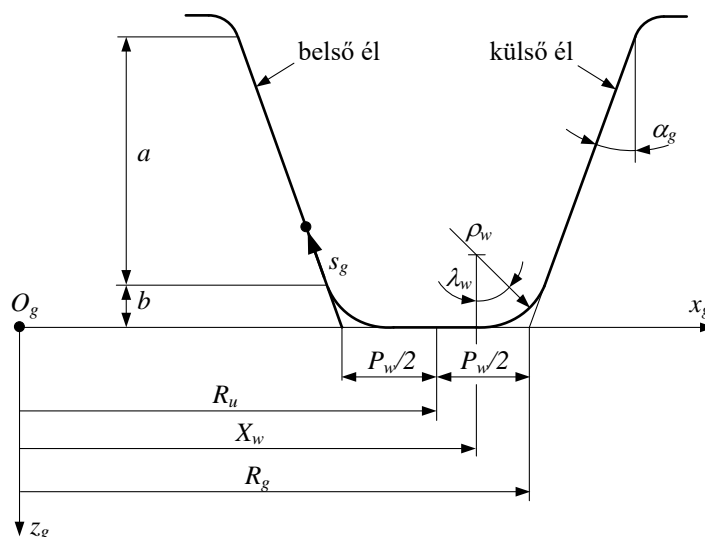
4 A fogfelületek matematikai modellezése

A fogaskerék fogfelületek matematikai modellezését Litvin [LIT72, LIT89a, LIT94a, LIT04] munkái alapozták meg. A fejezetben az általa kidolgozott módszert követem.

4.1 A származtató felületek

Származtató felület alatt a forgó késfej forgácsoló élei által súrolt felületet, vagy a köszörűkorong felületét értjük. A származtató felület valamilyen forgásfelület, a legtöbbször egyenes körkúp.

A 4.1. ábrán egyenes vágóélekkel rendelkező kétoldalas késfej vázlata látható, ami megfelel egy fazék alakú köszörűkorong tengelymetszeti profiljának is. Az ábrán a jellegzetes méreteket is feltüntettük. Az adott szerszám-típus egyidejűleg munkálja meg a kúpkerék két fogoldalát úgy, hogy a külső származtató felület a fogaskerék homorú fogoldalát, a belső származtató felület a domború fogoldalt állítja elő.



4.1. ábra. Kétoldalas késfej vázlata [LIT04]

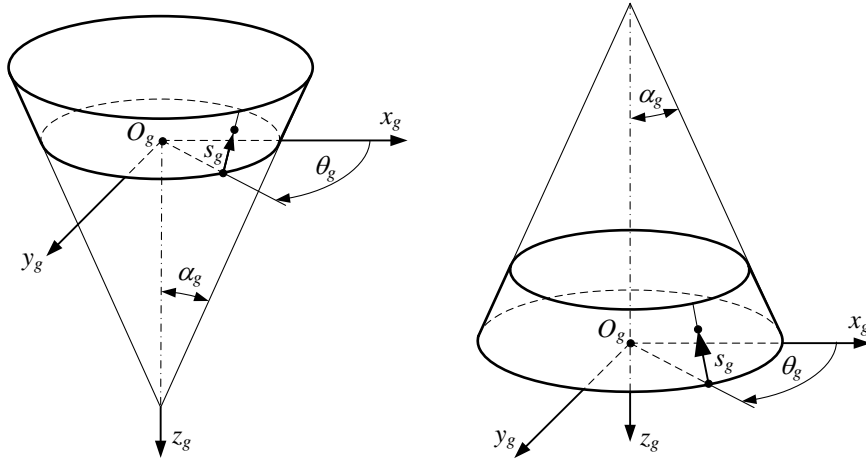
A származtató felület két részre osztható: az egyenes vágóélek forgásából adódó kúpra és a lekerekített fejjel forgatásából származó tóruszfelületre. Az a -val jelölt, α_g hajlásszögű egyenes él a fogoldalt munkálja meg, a b jelű, ρ_w sugárral lekerekített fejjel pedig a fogtőfelületet alakítja ki.

A kúpos származtató felületeket (4.2. ábra) az $S_g(x_g, y_g, z_g)$ koordináta-rendszerben az $\mathbf{r}_g^{(a)}$ vektor határozza meg a következő egyenlettel.

$$\mathbf{r}_g^{(a)}(s_g, \theta_g) = \begin{bmatrix} (R_g \pm s_g \sin \alpha_g) \cos \theta_g \\ (R_g \pm s_g \sin \alpha_g) \sin \theta_g \\ -s_g \cos \alpha_g \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

ahol s_g és θ_g a származtató felület paraméterei, R_g a fejsúcshoz tartozó sugár, ami az R_u közepes késfejsugárral és a P_w csúcstávolsággal fejezhető ki.

$$R_g = R_u \pm P_w / 2. \quad (4.2)$$



4.2. ábra. Külső és belső kúpos származtató felületek [LIT04]

A (4.1) származtató felület normális egységvektora:

$$\mathbf{n}_g^{(a)}(\theta_g) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_g \cos \theta_g \\ \cos \alpha_g \sin \theta_g \\ \pm \sin \alpha_g \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

A tórusz alakú származtató felület egyenletét az $S_g(x_g, y_g, z_g)$ koordináta-rendszerben az $\mathbf{r}_g^{(b)}$ vektor írja le:

$$\mathbf{r}_g^{(b)}(\lambda_w, \theta_g) = \begin{bmatrix} (X_w \pm \rho_w \sin \lambda_w) \cos \theta_g \\ (X_w \pm \rho_w \sin \lambda_w) \sin \theta_g \\ -\rho_w (1 - \cos \lambda_w) \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Itt λ_w és θ_g a származtató felület paraméterei, ρ_w a fejél lekerekítési sugár, X_w a lekerekítési sugár középpontjának helyét meghatározó méret. Utóbbi a következőképpen számítható:

$$X_w = R_g \mp \rho_w (1 - \sin \alpha_g) / \cos \alpha_g. \quad (4.5)$$

A (4.4) egyenlettel megadott származtató felület normálisa a következő:

$$\mathbf{n}_g^{(b)}(\lambda_w, \theta_g) = \begin{bmatrix} \sin \lambda_w \cos \theta_g \\ \sin \lambda_w \sin \theta_g \\ \pm \cos \lambda_w \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

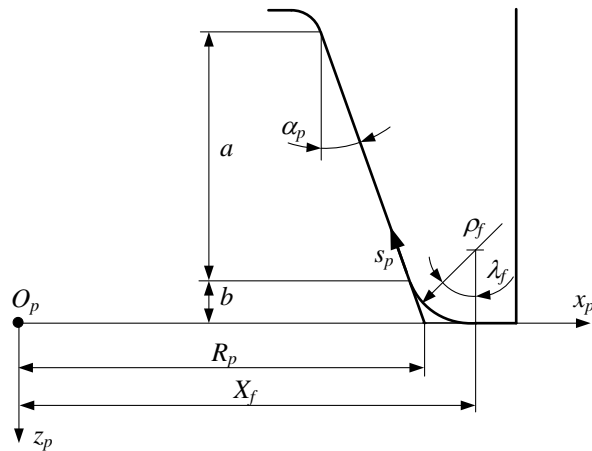
A (4.1)-től a (4.6)-ig számozott egyenletekben a felső előjelet a külső szerszámoldalra, az alsó előjelet a belső szerszámoldal esetén kell használni.

A kétoldalas megmunkálást általában a nagykerék (tányérkerék) gyártásakor használják, míg a kiskerék fogoldalait gyakran két külön szerszámmal, két eltérő gépbeállítással hozzák létre.

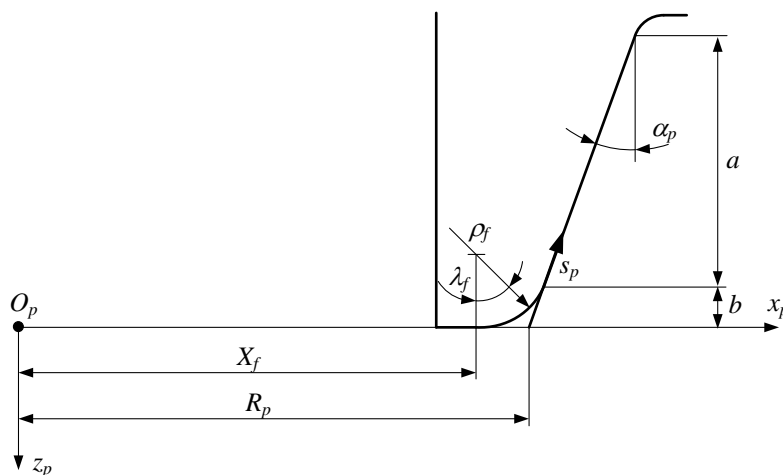
Az egyoldalas szerszámok vázlata a 4.3. és a 4.4. ábrán látható. Esetükben a bemutatott módszert értelemszerűen kell alkalmazni a két fogoldalra. A származtató felületek azonosak lesznek a 4.2 ábrán feltüntetettekkel, mindössze a g indexeket p -re cseréljük.

Az a profilszakaszra vonatkozó egyenletek (4.1) és (4.2) szerint alakulnak azzal, hogy a g indexet itt is p váltja fel. A megadott előjel szabály továbbra is érvényes. Az R_g helyére lépő R_p viszont önálló paraméter, az egyoldalas késfej sugara.

A b profilszakasz leírásához felhasználhatók a (4.4) – (4.6) egyenletek úgy, hogy a g és w indexek helyére p és f kerül. Az egyes új paraméterek értelmezése a 4.3. és a 4.4. ábrákon látható.



4.3. ábra. Egyoldalú belső késprofil [LIT04]

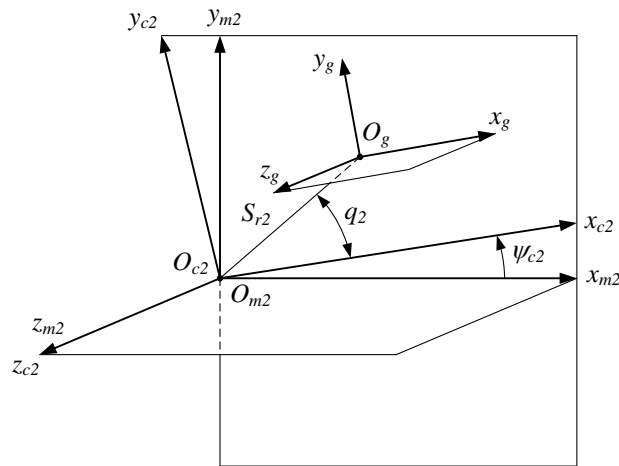


4.4. ábra. Egyoldalú külső késprofil [LIT04]

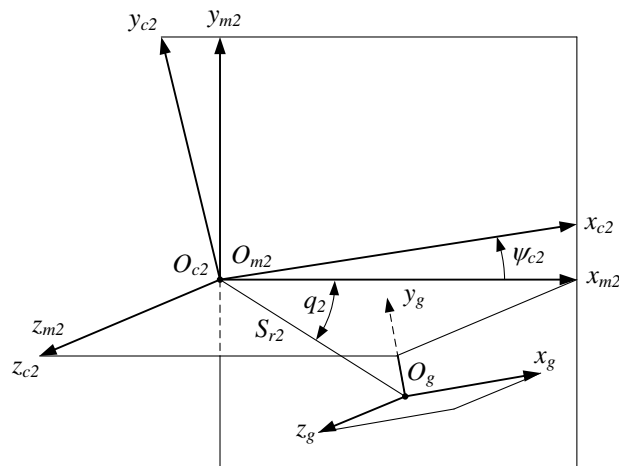
4.2 A fogfelület meghatározása lefejtő gyártási eljárás esetén

Egy kúpkerék lefejtéssel történő előállításánál esetén a fogfelületek a származtató felület burkolófelületeként alakulnak ki. Az alkalmazott koordináta-rendszereket a 4.5., a 4.6. és a 4.7. ábrák szemléltetik. Az ábrákon és a közölt összefüggésekben használt jelölések a nagykerékre (tányérkerékre) érvényesek. A kiskerékre valamennyi ábra és összefüggés felhasználható, ha a $2, g, w$ index-szel rendelkező jellemzők helyére az $1, p$ és f indexű megfelelőjük kerül.

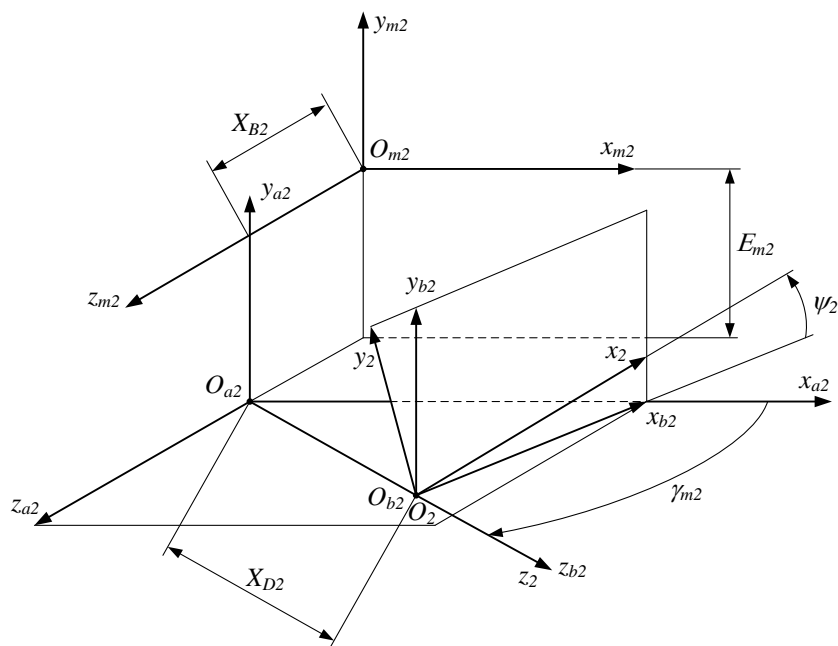
Az $S_g(x_g, y_g, z_g)$ koordináta-rendszert a szerszámhoz rögzítjük. A z_g tengely körül forgó szerszám ebben a rendszerben állítja elő a származtató felületet. A lefejtő mozgás részeként a szerszám együtt forog a bölcsővel, a szerszám gép álló $S_{m2}(x_{m2}, y_{m2}, z_{m2})$ rendszerében. $S_{c2}(x_{c2}, y_{c2}, z_{c2})$ a bölcsőhöz kapcsolt, azzal együtt forgó koordináta-rendszer. $S_{a2}(x_{a2}, y_{a2}, z_{a2})$ és $S_{b2}(x_{b2}, y_{b2}, z_{b2})$ ugyancsak a géphez kötött, álló koordináta-rendszerek. A munkadarab mozgását az S_{b2} rendszerben vizsgáljuk és a fogfelületet a munkadarabhoz rögzített $S_2(x_2, y_2, z_2)$ forgó koordináta-rendszerben határozzuk meg.



4.5. ábra. Koordinátarendszerek: a szerszám elhelyezése jobbhajlású fogaskerekhez [LIT04]



4.6. ábra. Koordinátarendszerek: a szerszám elhelyezése balhajlású fogaskerekhez [LIT04]



4.7. ábra. Koordinátarendszerek: a munkadarab elhelyezése a szerszámgépen [LIT04]

Az ábrákon S_{r2} és q_2 a szerszám elhelyezésének adatai, X_{B2} , E_{m2} , X_{D2} és γ_{m2} a gépbeállítási adatok, ψ_{c2} és ψ_2 a bölcső és a munkadarab elfordulási szögei. A két szög arányos a szögsebességekkel, melyekkel a lefejtő mozgás áttétele:

$$m_{c2} = \frac{\omega^{(c2)}}{\omega^{(2)}} = \frac{d\psi_{c2}/dt}{d\psi_2/dt}, \quad (4.7)$$

ahol $\omega^{(2)}$ a munkadarab, $\omega^{(c2)}$ a bölcső szögsebessége.

A mozgó származtató felület a munkadarabhoz kötött rendszerben egy felületsereget eredményez. A kúpfelületekből álló felületsereg következő egyenlettel határozható meg:

$$\mathbf{r}_2^{(a)}(s_g, \theta_g, \psi_2) = \mathbf{M}_{2g}(\psi_2) \mathbf{r}_g^{(a)}(s_g, \theta_g). \quad (4.8)$$

Itt \mathbf{M}_{2g} az S_g rendszerből az S_2 rendszerbe történő transzformáció mátrixa, $\mathbf{r}_g^{(a)}$ a származtató felületet leíró helyvektor, mely a (4.1) egyenlettel adott.

A transzformáció mátrixa az egyes koordináta-rendszerek közötti átvitel mátrixainak szorzata:

$$\mathbf{M}_{2g}(\psi_2) = \mathbf{M}_{2b2}(\psi_2) \mathbf{M}_{b2a2} \mathbf{M}_{a2m2} \mathbf{M}_{m2c2}(\psi_2) \mathbf{M}_{c2g}. \quad (4.9)$$

Az indexbeli jelölést úgy kell értelmezni, hogy mindig a hátul lévő azonosítóval jelölt rendszerből térünk át az indexben elöl azonosított rendszerbe. Pl. \mathbf{M}_{a2m2} az S_{m2} rendszerből az S_{a2} rendszerbe történő transzformáció mátrixa.

A (4.9)-ben szereplő átviteli mátrixok az alábbi összefüggésekkel határozhatók meg:

$$\mathbf{M}_{c2g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & S_{r2} \cos q_2 \\ 0 & 1 & 0 & S_{r2} \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

$$\mathbf{M}_{m2c2} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{c2} & -\sin \psi_{c2} & 0 & 0 \\ \sin \psi_{c2} & \cos \psi_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

$$\mathbf{M}_{a2m2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & E_{m2} \\ 0 & 0 & 1 & -X_{B2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

$$\mathbf{M}_{b2a2} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_{m2} & 0 & -\cos \gamma_{m2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos \gamma_{m2} & 0 & \sin \gamma_{m2} & -X_{D2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

$$\mathbf{M}_{2b2} = \begin{bmatrix} \cos \psi_2 & \sin \psi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \psi_2 & \cos \psi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

A fogfelület előállításához kapcsolatot kell találnunk a felületsereg 3 paramétere között. Ennek egyik lehetséges módja a parciális deriváltak előállítása és a következő egyenlet megoldása:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_2^{(a)}}{\partial s_g} \times \frac{\partial \mathbf{r}_2^{(a)}}{\partial \theta_g} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_2^{(a)}}{\partial \psi_2} = f_{2g}^{(a)}(s_g, \theta_g, \psi_2) = 0. \quad (4.15)$$

Itt a baloldal első, zárójeles tagja a pillanatnyi érintkezési pontbeli normális, a második a relatív sebességgel arányos mennyiség, ugyanabban a pontban. Gyakran előfordul, hogy deriváltak előállítása bonyolult feladat, és könnyebben meghatározható a viszonylagos mozgás sebessége, valamint a származtató felület normálisa, melyekkel a paraméter kapcsolat ugyancsak adódik, a következő formában:

$$\mathbf{n}_{m2}^{(a)} \cdot \mathbf{v}_{m2}^{(g2)} = f_{2g}^{(a)}(s_g, \theta_g, \psi_2) = 0. \quad (4.16)$$

(4.16) egyenletben a normálist és a relatív sebességet a géphez kötött S_{m2} rendszerben határozzuk meg.

A normális a származtató felület (4.3) egyenletének transzformálásával a következőképpen adódik:

$$\mathbf{n}_{m2}^{(a)} = \mathbf{L}_{m2c2} \mathbf{L}_{c2g} \mathbf{n}_g^{(a)}(\theta_g), \quad (4.17)$$

ahol az \mathbf{L} jelű mátrixok az azonos indexű \mathbf{M} mátrixokból az utolsó sor és az utolsó oszlop elhagyásával nyerhetők.

A viszonylagos mozgás sebessége:

$$\mathbf{v}_{m2}^{(g2)} = (\boldsymbol{\omega}_{m2}^{(c)} - \boldsymbol{\omega}_{m2}^{(2)}) \times \mathbf{r}_{m2}^{(a)} - \overline{O_{m2}O_{a2}} \times \boldsymbol{\omega}_{m2}^{(2)}, \quad (4.18)$$

ahol

$$\boldsymbol{\omega}_{m2}^{(c)} = [0 \quad 0 \quad m_{c2}]^T, \quad (4.19)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{m2}^{(2)} = [\cos \gamma_{m2} \quad 0 \quad \sin \gamma_{m2}]^T, \quad (4.20)$$

$$\mathbf{r}_{m2}^{(a)} = \mathbf{M}_{m2c2} \mathbf{M}_{c2g} \mathbf{r}_g^{(a)}(s_g, \theta_g), \quad (4.21)$$

$$\overline{O_{m2}O_{a2}} = [0 \quad -E_{m2} \quad X_{B2}]^T. \quad (4.22)$$

A (4.15) vagy (4.16) egyenletek egyikéből előállított paraméter-kapcsolat felhasználásával a tányérkerék fogfelületének egyenlete az alábbi formában rendelkezésünkre áll:

$$\mathbf{R}_2^{(a)}(\theta_g, \psi_2) = \mathbf{r}_2^{(a)}(s_g(\theta_g, \psi_2), \theta_g, \psi_2). \quad (4.23)$$

A bemutatott eljárást a fogtő-felületre alkalmazva, a következő egyenletek felhasználásával megkapjuk a tányérkerék fogtő-felületét.

$$\mathbf{r}_2^{(b)}(\lambda_w, \theta_g, \psi_2) = \mathbf{M}_{2g}(\psi_2) \mathbf{r}_g^{(b)}(\lambda_w, \theta_g). \quad (4.24)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_2^{(b)}}{\partial \lambda_w} \times \frac{\partial \mathbf{r}_2^{(b)}}{\partial \theta_w} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_2^{(b)}}{\partial \psi_2} = f_{2g}^{(b)}(\lambda_w, \theta_g, \psi_2) = 0. \quad (4.25)$$

$$\mathbf{n}_{m2}^{(b)} \cdot \mathbf{v}_{m2}^{(g2)} = f_{2g}^{(b)}(\lambda_w, \theta_g, \psi_2) = 0. \quad (4.26)$$

$$\mathbf{R}_2^{(b)}(\theta_g, \psi_2) = \mathbf{r}_2^{(b)}(\lambda_w(\theta_g, \psi_2), \theta_g, \psi_2). \quad (4.27)$$

A hasznos fogfelületek és azok felületi normálisainak részletes kifejtését elvégeztem, és az alábbiakban foglalom össze.

A homorú fogoldal egyenletei:

$$\begin{aligned} x_2 = & \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \sin \gamma_{m2} \cos \psi_2 + \\ & + (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2} \cos \psi_2 + \\ & + \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) + E_{m2} \right] \sin \psi_2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} y_2 = & - \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \sin \gamma_{m2} \sin \psi_2 - \\ & - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2} \sin \psi_2 + \\ & + \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) + E_{m2} \right] \cos \psi_2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} z_2 = & \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \cos \gamma_{m2} - \\ & - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \sin \gamma_{m2} - X_{D2} \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} s_g = & \frac{E_{m2}}{\sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2)} \left[\tan \gamma_{m2} \cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) - \sin \alpha_g \right] - \\ & - R_g \sin \alpha_g - X_{B2} \cos \alpha_g + \\ & + \frac{S_{r2}}{\sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2)} \left[\frac{m_{c2} - \sin \gamma_{m2}}{\cos \gamma_{m2}} \cos \alpha_g \sin(\theta_g - q_2) - \sin \alpha_g \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \end{aligned} \quad (4.31)$$

A homorú fogoldal normálisa:

$$\begin{aligned} n_{x2} = & \left[\cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \gamma_{m2} - \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2} \right] \cos \psi_2 + \\ & + \cos \alpha_g \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \psi_2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} n_{y2} = & \left[-\cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2} \right] \sin \psi_2 + \\ & + \cos \alpha_g \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \cos \psi_2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$n_{z2} = \cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \cos \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \sin \gamma_{m2}. \quad (4.34)$$

A domború fogoldal egyenletei:

$$\begin{aligned} x_2 = & \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \sin \gamma_{m2} \cos \psi_2 + \\ & + (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2} \cos \psi_2 + \\ & + \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) + E_{m2} \right] \sin \psi_2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} y_2 = & - \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \sin \gamma_{m2} \sin \psi_2 - \\ & - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2} \sin \psi_2 + \\ & + \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) + E_{m2} \right] \cos \psi_2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$z_2 = \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + S_{r2} \cos(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \cos \gamma_{m2} - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \sin \gamma_{m2} - X_{D2}, \quad (4.37)$$

$$s_g = \frac{E_{m2}}{\sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2)} \left[\tan \gamma_{m2} \cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) + \sin \alpha_g \right] + R_g \sin \alpha_g - X_{B2} \cos \alpha_g + \frac{S_{r2}}{\sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2)} \left[\frac{m_{c2} - \sin \gamma_{m2}}{\cos \gamma_{m2}} \cos \alpha_g \sin(\theta_g - q_2) + \sin \alpha_g \sin(q_2 + m_{c2}\psi_2) \right] \quad (4.38)$$

A domború fogoldal normálisa:

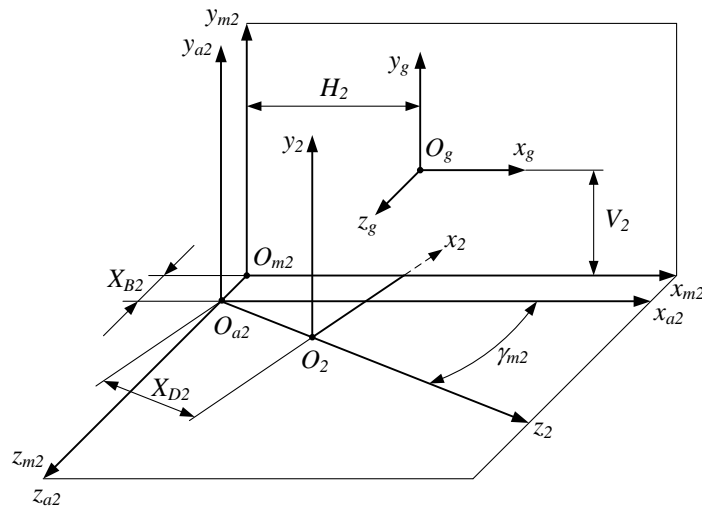
$$n_{x2} = \left[\cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2} \right] \cos \psi_2 + \cos \alpha_g \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \psi_2, \quad (4.39)$$

$$n_{y2} = \left[-\cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \sin \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2} \right] \sin \psi_2 + \cos \alpha_g \sin(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \cos \psi_2, \quad (4.40)$$

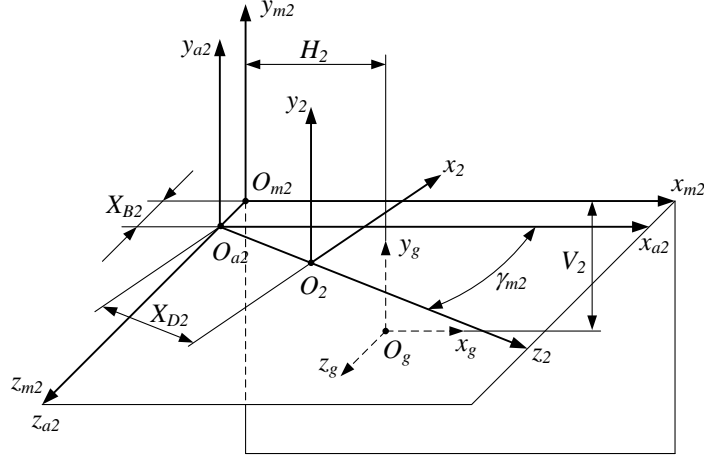
$$n_{z2} = \cos \alpha_g \cos(\theta_g + m_{c2}\psi_2) \cos \gamma_{m2} - \sin \alpha_g \sin \gamma_{m2}. \quad (4.41)$$

4.3 A fogfelület meghatározása profilozó eljárással

A Gleason formate eljárása során a nagyobb kúpkerék fogfelületei a származtató felület másolataként jönnek létre. Az alkalmazott koordinátarendszerek a 4.8. és a 4.9. ábrákon láthatók.



4.8. ábra. Koordinátarendszerek: a szerszám elhelyezése jobbhajlású fogaskerékhez [LIT04]



4.9. ábra. Koordinátarendszerek: a szerszám elhelyezése balhajlású fogaskerékhez [LIT04]

A származtató felületet a munkadarab rendszerébe transzformálva, megkapjuk a hasznos fogfelületet (4.42) és a fogtőfelületet (4.43):

$$\mathbf{r}_2^{(a)}(s_g, \theta_g) = \mathbf{M}_{2g} \mathbf{r}_g^{(a)}(s_g, \theta_g). \quad (4.42)$$

$$\mathbf{r}_2^{(b)}(\lambda_w, \theta_g) = \mathbf{M}_{2g} \mathbf{r}_g^{(b)}(\lambda_w, \theta_g). \quad (4.43)$$

A transzformáció mátrixa az egyes koordináta-rendszerek közötti átvitel mátrixainak szorzata:

$$\mathbf{M}_{2g} = \mathbf{M}_{2a2} \mathbf{M}_{a2m2} \mathbf{M}_{m2g}. \quad (4.44)$$

Az indexbeli jelölést úgy kell értelmezni, hogy mindig a hátul lévő azonosítóval jelölt rendszerből térünk át az indexben elől azonosított rendszerbe. Pl. \mathbf{M}_{a2m2} az S_{m2} rendszerből az S_{a2} rendszerbe történő transzformáció mátrixa.

A (4.44)-ben szereplő átviteli mátrixok az alábbi összefüggésekkel határozhatók meg:

$$\mathbf{M}_{m2g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & H_2 \\ 0 & 1 & 0 & \pm V_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

$$\mathbf{M}_{a2m2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -X_{B2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.46)$$

$$\mathbf{M}_{2a2} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_{m2} & 0 & -\cos \gamma_{m2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos \gamma_{m2} & 0 & \sin \gamma_{m2} & -X_{D2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

A hasznos fogfelület és a fogtőfelület normálisát az alábbi transzformációs egyenletekkel kapjuk meg:

$$\mathbf{n}_2^{(a)} = \mathbf{L}_{2g} \mathbf{n}_g^{(a)}(\theta_g), \quad (4.48)$$

$$\mathbf{n}_2^{(b)} = \mathbf{L}_{2g} \mathbf{n}_g^{(b)}(\theta_g). \quad (4.49)$$

A transzformáció mátrixa az egyes koordináta-rendszerek közötti átvitel mátrixainak szorzata:

$$\mathbf{L}_{2g} = \mathbf{L}_{2a2} \mathbf{L}_{a2m2} \mathbf{L}_{m2g}. \quad (4.50)$$

Az \mathbf{L} jelű mátrixok az azonos indexű \mathbf{M} mátrixokból az utolsó sor és az utolsó oszlop elhagyásával nyerhetők:

$$\mathbf{L}_{m2g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{L}_{a2m2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.52)$$

$$\mathbf{L}_{2a2} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_{m2} & 0 & -\cos \gamma_{m2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \gamma_{m2} & 0 & \sin \gamma_{m2} \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

A hasznos fogfelületek és azok felületi normálisainak részletes kifejtését elvégeztem, és az alábbiakban foglalom össze.

A homorú fogoldal egyenletei:

$$x_2 = \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \cos \theta_g + H_2 \right] \sin \gamma_{m2} + (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2}, \quad (4.54)$$

$$y_2 = (R_g + s_g \sin \alpha_g) \sin \theta_g + V_2, \quad (4.55)$$

$$z_2 = \left[(R_g + s_g \sin \alpha_g) \cos \theta_g + H_2 \right] \cos \gamma_{m2} - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \sin \gamma_{m2} - X_{D2}. \quad (4.56)$$

A homorú fogoldal normálisa:

$$n_{x2} = \cos \alpha_g \cos \theta_g \sin \gamma_{m2} - \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2}, \quad (4.57)$$

$$n_{y2} = \cos \alpha_g \sin \theta_g, \quad (4.58)$$

$$n_{z2} = \cos \alpha_g \cos \theta_g \cos \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \sin \gamma_{m2}. \quad (4.59)$$

A domború fogoldal egyenletei:

$$x_2 = \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \cos \theta_g + H_2 \right] \sin \gamma_{m2} + (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \cos \gamma_{m2}, \quad (4.60)$$

$$y_2 = (R_g - s_g \sin \alpha_g) \sin \theta_g + V_2, \quad (4.61)$$

$$z_2 = \left[(R_g - s_g \sin \alpha_g) \cos \theta_g + H_2 \right] \cos \gamma_{m2} - (s_g \cos \alpha_g + X_{B2}) \sin \gamma_{m2} - X_{D2}. \quad (4.62)$$

A domború fogoldal normálisa:

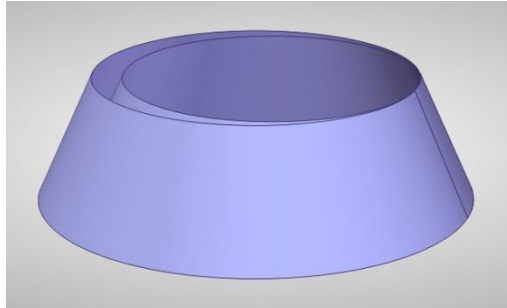
$$n_{x2} = \cos \alpha_g \cos \theta_g \sin \gamma_{m2} + \sin \alpha_g \cos \gamma_{m2}, \quad (4.63)$$

$$n_{y2} = \cos \alpha_g \sin \theta_g, \quad (4.64)$$

$$n_{z2} = \cos \alpha_g \cos \theta_g \cos \gamma_{m2} - \sin \alpha_g \sin \gamma_{m2}. \quad (4.65)$$

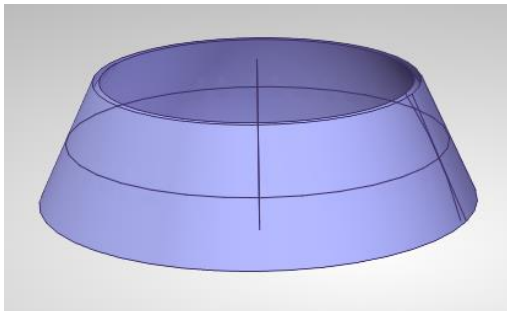
5 Kúpkerékpár tervezése zérus kinematikai hibával

Litvin és szerzőtársai [LIT81, LIT82] olyan tervezési módszert ismertettek, melynek révén a kúpkerékpárok pontérintkezéssel, kinematikai hiba nélkül kapcsolódnak. A módszert kétféle geometriai modellre dolgozták ki. Az első esetben a származtató felületek kúpok, melyek közös alkotó mentén érintkeznek (5.1. ábra).



5.1. ábra. Származtató felületek: közös alkotó mentén érintkező körkúpok

A második modellnél a származtató felületeket egy kúpfelület és egy forgásfelület alkotja, melyek közös forgástengellyel rendelkeznek és a tervezési ponton átmenő kör mentén érintkeznek (5.2. ábra).



5.2. ábra. Származtató felületek: közös kör mentén érintkező kúp és forgásfelület

A két modellben közös: ahhoz, hogy kinematikai hiba nélkül kapcsolódjanak, mindkettő megvalósítása állandó fogmagasságú fogazattal lehetséges. Ennek megfelelően gyártásuk síkkerek elven történik. A két síkkerek forgástengelye egybeesik, azonos ω_c szögsebességgel forognak. A síkkerekhez kötött és velük együtt forgó származtató felületek merev kapcsolatban vannak: a közös kúpalkotó, ill. a közös kör mentén érintkeznek. A síkkerek és a kúpkerék kapcsolatát az 5.3. ábra szemlélteti.

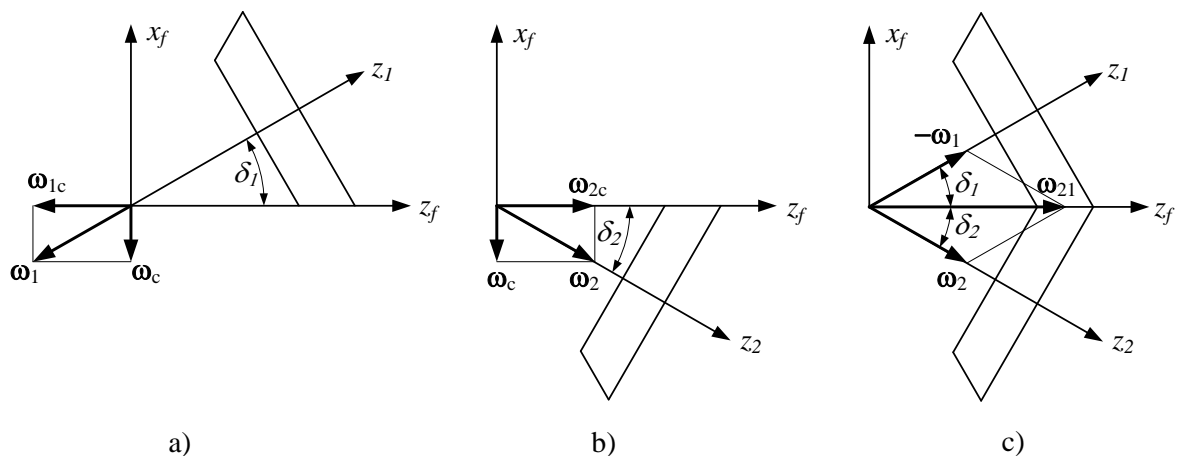
Az 5.3. ábrán x_f a síkkerek forgástengelye, z_1 és z_2 a kúpkerék forgástengelyei, δ_1 és δ_2 az osztókúpszögek. Az a) és a b) ábrákon a két kúpkerék kapcsolódása látható gyártás közben, a saját síkkerekével, a c) ábra a kúpkerék kapcsolódását mutatja működés közben. Mint látható, mindhárom esetben a tagok közötti viszonylagos mozgás a z_f tengellyel egybeeső forgás.

A szögsebességek között a következő összefüggések állnak fenn:

$$\omega_c = \omega_1 \sin \delta_1 = \omega_2 \sin \delta_2, \quad (5.1)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (5.2)$$

ahol z_1 és z_2 a kúpkerék fogszámai.



5.3. ábra. A síkkerekek és a kúpkerék kapcsolata

A relatív szögsebességek:

$$\omega_{1c} = \omega_1 - \omega_c, \quad \omega_{2c} = \omega_2 - \omega_c, \quad \omega_{21} = \omega_{2c} - \omega_{1c} = \omega_2 - \omega_1. \quad (5.3)$$

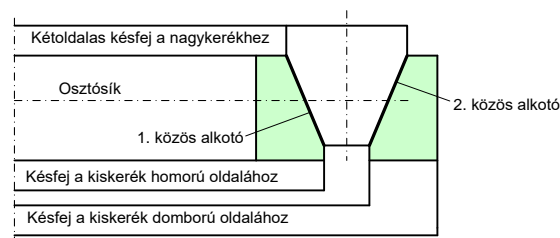
A bemutatott szögsebesség viszonyok mellett a merev kapcsolatban lévő származtató felületek közös vonala (a kúpalkotó, ill. a közös kör) mindkét kúpkerék fogfelületén kapcsolóvonalként jelenik meg. Működés során a kúpkerék érintkezése csak a kapcsolóvonal pontjaiban valósul meg, vagyis pontérintkezés alakul ki, ugyanakkor az áttétel az (5.2) összefüggésnek megfelelően állandó lesz. Ez azt jelenti, hogy a hajtópár – a gyártási és szerelési hibáktól eltekintve – kinematikai hiba nélkül működik.

5.1 Kapcsolóvonal a fogfelületeken

A kapcsolóvonal az érintkezési pontokat magába foglaló térgörbe. Meghatározható az állványhoz kötött, álló koordináta-rendszerben, vagy a kapcsolódó fogaskerekek egyikével együtt forgó koordináta-rendszerben. Utóbbi esetben megkapjuk a kapcsolódási pontok összességét az adott fogfelületen.

5.1.1 A kapcsolóvonal meghatározása az 1. gyártási modell esetén

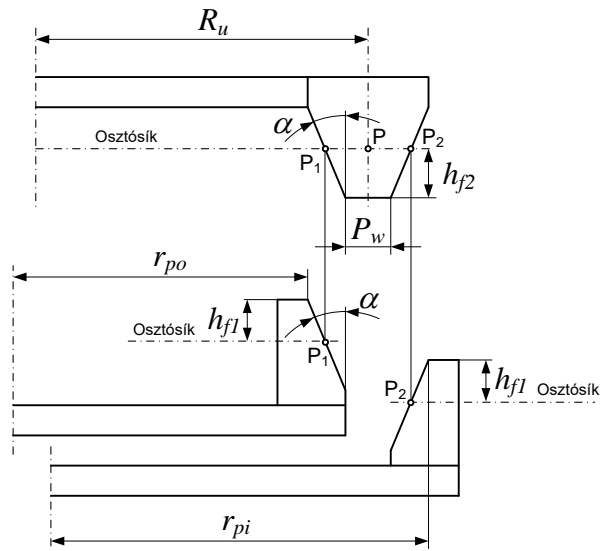
Az 1. gyártási modell esetén a származtató felületek kúpok, melyek közös alkotó mentén érintkeznek (5.1. ábra). A szerszámok elhelyezkedését az 5.4. ábra, a jellegzetes méreteket az 5.5. ábra szemlélteti.



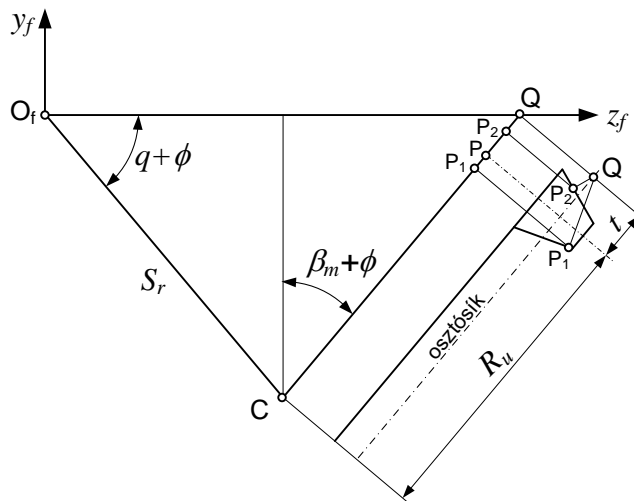
5.4. ábra. Késfejek elhelyezkedése az 1. gyártási modellenél

Az 5.4. ábrán az 1. jelű közös alkotóban a nagykerék domború fogoldalát, és a kiskerék homorú fogoldalát megmunkáló származtató felületek érintkeznek. A 2. jelű alkotó a nagykerék homorú és a kiskerék domború fogoldalát előállító származtató felületek érintkezési vonala. Az

5.5. ábrán R_u és P_w a kétoldalas késfej közepes sugara, ill. fejszalag-szélessége; r_{po} és r_{pi} az egyoldalas késfejek sugarai; α a szerszámok profilszöge; h_{f1} és h_{f2} a kúpkerék lábmagasságai.



5.5. ábra. A késfejek méretei az 1. gyártási modellnél



5.6. ábra. Pillanatnyi érintkezési pontok a közös alkotón

Az 5.6. ábra a gyártás egy közbülső állapotát szemlélteti. A síkkerek elfordulnak a kúpkerék közös osztósíkjában, vagyis az y_f-z_f síkban. Tetszőleges ϕ elfordulási szög esetén a pillanatnyi érintkezési pontokat P_1 és P_2 jelöli. A pillanatnyi érintkezési pontok azok a profilpontok, melyeken átmenő profil-normális metszi a kapcsolódási tengelyt, esetünkben a viszonylagos mozgás forgástengelyét, ami az 5.3. ábra szerint a z_f koordinátatengely. A ϕ szög függvényében előállított P_1 és P_2 pontok nemcsak a származtató felületek és az együtt forgó síkkerek közös pontjai, hanem megjelennek a kúpkerék fogfelületein is. A kúpkerék fogfelületeinek összetartozó P_1 és P_2 pontjai a kapcsolódásban érintkezési pontok lesznek, és megadják a kapcsolóvonalat a kúpkerék fogfelületein.

Az 5.6. ábra alapján felírhatjuk a kapcsolóvonal egyenleteit az álló $S_f(x_f, y_f, z_f)$ koordinátarendszerben:

$$x_f = \bar{r}(t \pm w) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (5.4)$$

$$y_f = -(t \pm w) \cos^2 \alpha \cos(\beta_m + \phi), \quad (5.5)$$

$$z_f = S_r \cos(q + \phi) + \left[\frac{S_r \sin(q + \phi)}{\cos(\beta_m + \phi)} - (t \pm w) \cos^2 \alpha \right] \sin(\beta_m + \phi). \quad (5.6)$$

Az (5.4)-(5.6) egyenletekben:

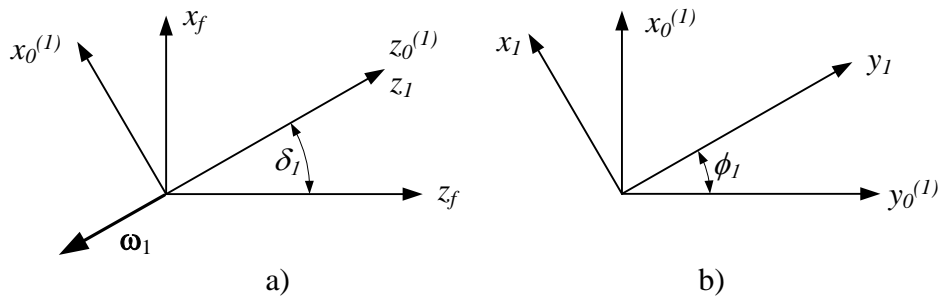
$$t = \frac{S_r \sin(q + \phi)}{\cos(\beta_m + \phi)} - R_u, \quad (5.7)$$

$$w = \frac{P_w}{2} + h_{f2} \tan \alpha. \quad (5.8)$$

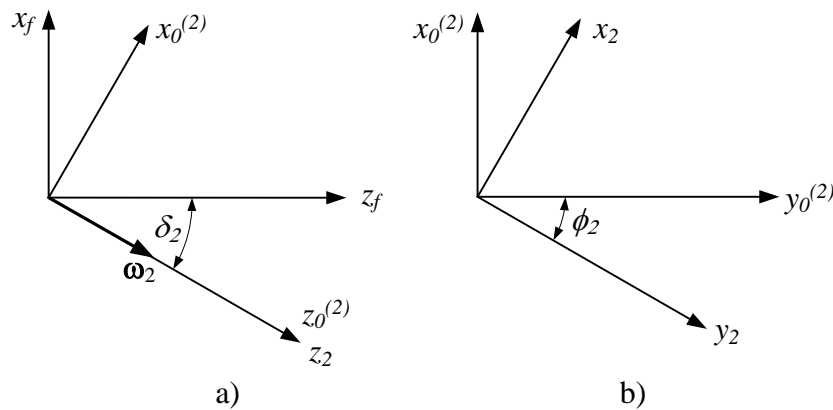
A kettős előjelek közül a felső a P_1 pontokra, az alsó a P_2 pontokra vonatkozik.

Határozzuk meg a kapcsolóvonal egyenletét a kúpkerék fogfelületén! Ennek érdekében transzformáljuk az S_f rendszerben adott egyenleteket a kúpkerékhez kötött ϕ_1 , ill. ϕ_2 szögsebességgel forgó S_1 és S_2 koordinátarendszerekbe.

A koordinátarendszerek kapcsolatát az 5.7. és az 5.8. ábrák szemléltetik. Az ábrákon $S_0^{(1)}$ és $S_0^{(2)}$ álló segéd koordinátarendszerek.



5.7. ábra. Alkalmazott koordinátarendszerek



5.8. ábra. Alkalmazott koordinátarendszerek

A transzformáció mátrixai a következők:

$$\mathbf{M}_{0f}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & 0 & -\sin \delta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \delta_1 & 0 & \cos \delta_1 \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

$$\mathbf{M}_{10}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

$$\mathbf{M}_{0f}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos \delta_2 & 0 & \sin \delta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \delta_2 & 0 & \cos \delta_2 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

$$\mathbf{M}_{20}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

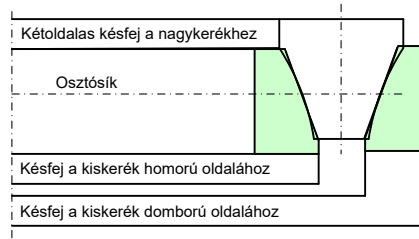
A kapcsolóvonal egyenleteit a kúpkerék fogfelületein az alábbi vektoregyenletek adják:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{10}^{(1)} \mathbf{M}_{0f}^{(1)} \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{20}^{(2)} \mathbf{M}_{0f}^{(2)} \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

5.1.2 A kapcsolóvonal meghatározása az 2. gyártási modell esetén

Az 2. gyártási modell esetén a származtató felületeket egy kúp és egy forgásfelület alkotja, melyek az osztósíkban elhelyezkedő közös kör mentén érintkeznek (5.2. ábra). A szerszámok elhelyezkedését az 5.9. ábra, a jellegzetes méreteket az 5.10. ábra szemlélteti.



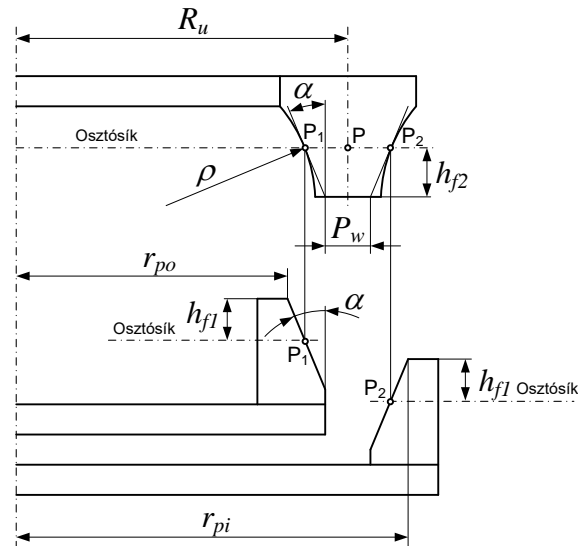
5.9. ábra. Késfejek elhelyezkedése a 2. gyártási modellnél

A 2. gyártási modellben a kapcsolódási pontok a közös kör és a pillanatnyi forgástengely metszéspontjai. Mivel a közös kör az osztósíkban van és a pillanatnyi forgástengely a z_f tengely, a kapcsolódási pontok a z_f tengelyen helyezkednek el.

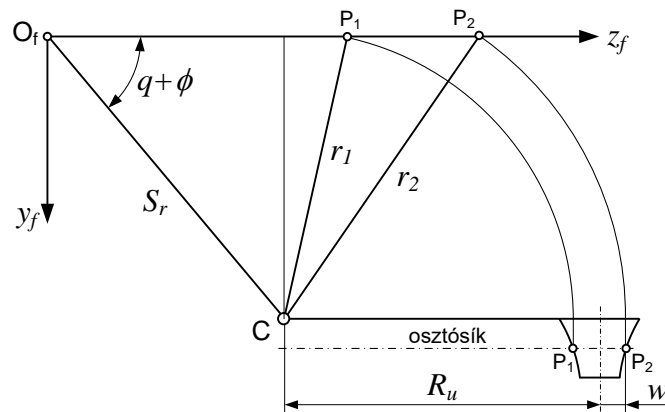
Az 5.11. ábra alapján a kapcsolóvonal egyenletei az álló $S_f(x_f, y_f, z_f)$ koordináta-rendszerben a következők:

$$\left. \begin{aligned} x_f = 0, \quad y_f = 0, \quad z_{f1} = S_r \cos(q + \phi) + \sqrt{r_1^2 - [S_r \sin(q + \phi)]^2} \\ z_{f2} = S_r \cos(q + \phi) + \sqrt{r_2^2 - [S_r \sin(q + \phi)]^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Az (5.15) egyenletekben z_{f1} a nagykerék domború és a kiskerék homorú fogoldalának érintkezésére érvényes. z_{f2} -t a nagykerék homorú és a kiskerék domború fogoldalának kapcsolódásakor kell alkalmazni.



5.10. ábra. A késfejek méretei a 2. gyártási modellnél



5.11. ábra. Pillanatnyi érintkezési pontok a közös körön

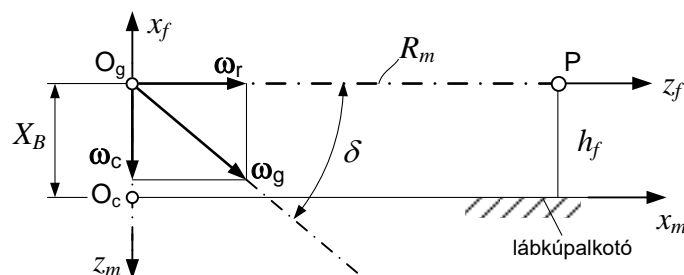
A származtató felületek érintkezésének közös sugarai:

$$r_1 = R_u - w, \quad \text{ill.} \quad r_2 = R_u + w. \quad (5.16)$$

A kapcsolóvonal egyenleteit a kúpkerék fogfelületein az (5.15) és (5.16) egyenletek alapján, az (5.9)-(5.12) átviteli mátrixok segítségével tudjuk meghatározni.

5.2 A gépbeállítások meghatározása

A síkkerék elven történő gyártás vázlatát az 5.12. ábrán látható.



5.12. ábra. A síkkerék elven történő gyártás vázlatát

Két álló koordináta-rendszert tüntettünk fel az ábrákon: az $S_f(x_f, y_f, z_f)$ és az $S_m(x_m, y_m, z_m)$ rendszert. S_f már korábban ismert, ebben a rendszerben vizsgáltuk a gyártás és a működés mozgásviszonyait. S_m a fogazógéphez kötött koordináta-rendszer. z_m a bölcső, ill. a lefejtő síkkerék forgástengelye, az x_my_m sík a gép homloksíkja. Az x_m tengely egybeesik a munkadarab láb-kúpalkotójával. A két origó közül O_g a munkadarab osztókúpjának csúcspontja, O_c a síkkerék középpontja. z_f a munkadarab osztókúpalkotóján fekszik. Gyártás közben a munkadarab ω_g , a síkkerék ω_c szögsebességgel forog. A viszonylagos forgómozgás szögsebessége ω_r , mely az osztókúpalkotóval esik egybe.

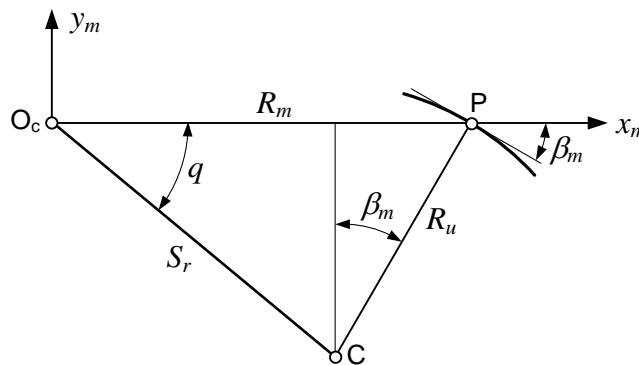
Az 5.12. ábrán a δ osztókúpszög, az R_m közepes osztókúphossz, és a h_f lábmagasság a munkadarab adatai, míg X_B gépbeállítási adat, mely a vágási mélység beállítására szolgál.

$$X_B = -h_f. \quad (5.17)$$

A gyártás során a lefejtő mozgás áttétele:

$$i_c = \frac{\omega_c}{\omega_g} = \sin \delta. \quad (5.18)$$

5.2.1 Gépbeállítási adatok kétoldalas késfejjel előállított kúpkerék esetén



5.13. ábra. Gépbeállítások kétoldalas késfejnél

Az 5.13. ábrán a kétoldalas szerszám elhelyezési adatai láthatók: S_r a késfej sugárirányú beállítása, q a késfej beállítási szöge. A szerszám elhelyezése függ az R_u névleges késfejsugártól, valamint a munkadarab β_m középső foghajlásszögétől.

A forgó késfej homloksíkja egybeesik a láb-kúp érintősík-jával, vagyis a síkkerék fejkúpalkotója azonos a kúpkerék láb-kúpalkotójával.

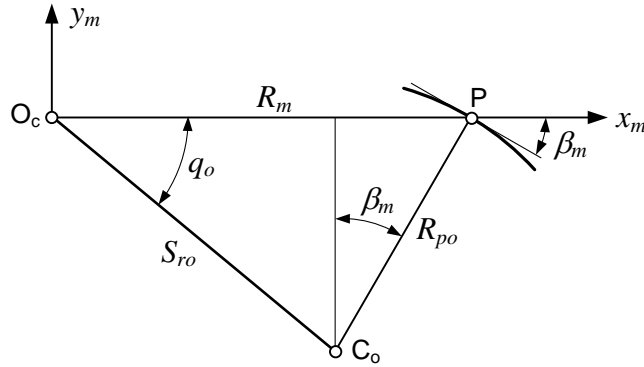
Az 5.13. ábra alapján a gépbeállítási adatok a következők:

$$q = \arctan \frac{R_u \cos \beta_m}{R_m - R_u \sin \beta_m}, \quad (5.19)$$

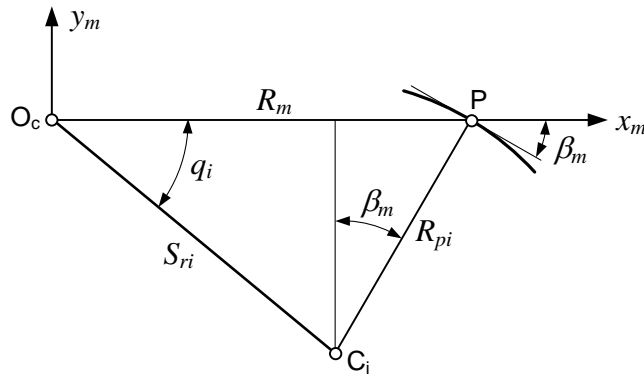
$$S_r = \frac{R_u \cos \beta_m}{\sin q}. \quad (5.20)$$

5.2.2 Gépbeállítási adatok egyoldalas késfejjel előállított kúpkerék esetén

A kétoldalas és a két egyoldalas késfej közötti kapcsolatot az 5.5. és az 5.10. ábrán szemléltettük. Az egyoldalas késfejek gépbeállításai az 5.14. és az 5.15. ábrán láthatók.



5.14. ábra. Gépbeállítások egyoldalas, külső vágóélű késfejnél



5.15. ábra. Gépbeállítások egyoldalas, belső vágóélű késfejnél

Az ábrák alapján

$$q_o = \arctan \frac{R_{po} \cos \beta_m}{R_m - R_{po} \sin \beta_m}, \quad (5.21)$$

$$S_{ro} = \frac{R_{po} \cos \beta_m}{\sin q_o}, \quad (5.22)$$

$$q_i = \arctan \frac{R_{pi} \cos \beta_m}{R_m - R_{pi} \sin \beta_m}, \quad (5.23)$$

$$S_{ri} = \frac{R_{pi} \cos \beta_m}{\sin q_i}. \quad (5.24)$$

(5.21)-(5.24) összefüggésekben

$$R_{po} = r_{po} + (h_{f1} + h_{f2}) \tan \alpha + \frac{P_w}{2}, \quad (5.25)$$

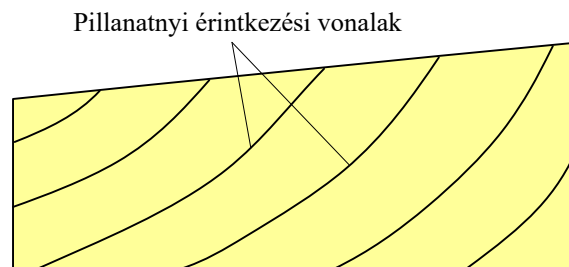
és

$$R_{pi} = r_{pi} - (h_{f1} + h_{f2}) \tan \alpha - \frac{P_w}{2}. \quad (5.26)$$

Itt r_{po} és r_{pi} az egyoldalas késfejek névleges sugarai, melyek megválasztásához az 5.3. fejezet, a korlátozott fogérintkezést biztosító feltétel nyújt támpontot.

5.3 A korlátozott fogérintkezés biztosítása

Az elméleti (ideális) fogfelületek egymást kölcsönösen burkoló felületek. A párosított fogaskerekek forgása során ezek minden pillanatban egy görbe mentén érintkeznek. A pillanatnyi érintkezési vonalak végighaladnak a működő fogfelületeken, és lefedik a fogfelületnek azt a részét, amely az ellenkerék fogfelületével érintkezésbe kerül. Ezt a felületrészt hordképnek nevezzük. Mivel az elméleti fogfelületek esetében a hordkép maga a működő fogfelület, az így kialakuló hordképet teljes hordképnek nevezzük (5.16. ábra).

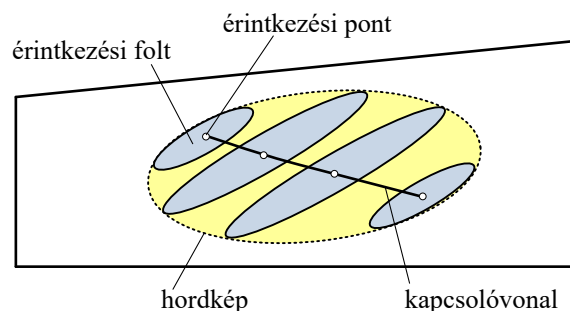


5.16. ábra. Teljes hordkép

Nagy terhelésű fogaskerekek esetén nem célszerű teljes hordképű fogazatot tervezni, mivel a terhelésből adódó deformációk, valamint a gyártási és szerelési pontatlanságok következtében az érintkezés a fogvégekre kerülhet, ún. él-felfekvés alakulhat ki. A kis felületre koncentrálódó nagy terhelés következménye maradó alakváltozás, vagy törés lehet.

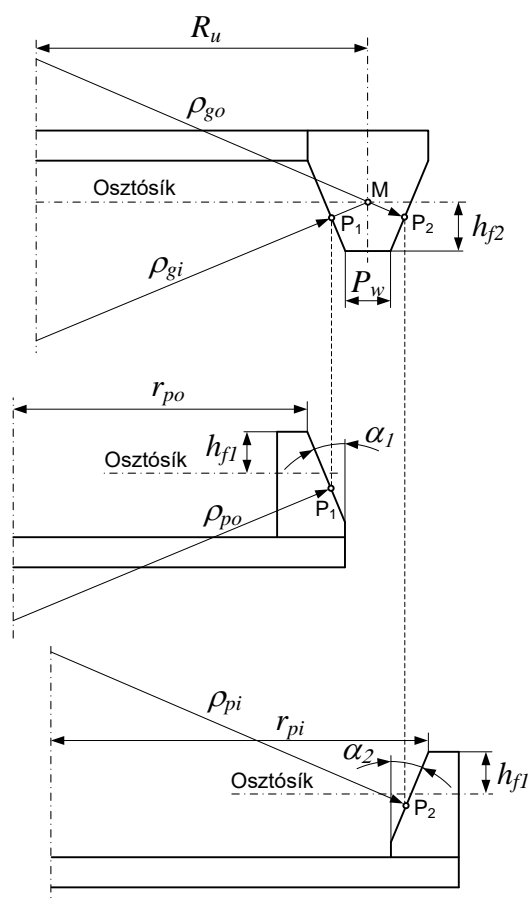
A káros jelenség megelőzésére a fogérintkezést korlátozzák, igyekeznek a fogfelület közepére koncentrálni. Ennek a modifikációnak az eredménye a lokalizált hordkép (5.17. ábra).

Lokalizált hordképnél a fogfelületek pillanatnyi érintkezése pontszerű. Az érintkezési pontok összessége megadja a kapcsolóvonalat a fogfelületen. Terhelés hatására az érintkezési pontokban a felületek belápnak, és érintkezési foltok alakulnak ki. Ezek összességéként jön létre a hordkép.



5.17. ábra. A lokalizált hordkép értelmezése

A korlátozott fogérintkezés, másként lokalizált hordkép a származtató felületek görbületeinek összehangolásával valósítható meg. Az 5.1. ábrán látható modellnél a származtató felületek kúpok, melyek közös alkotó mentén érintkeznek. A két kúp tengelyei párhuzamosak, az alapkörük sugara különböző. A modell gyakorlati megvalósítását a Five-cut, vagy más néven szerint Spread Blade Fixed Settings eljárás alkalmazásával mutatom be. A Five-cut, a Gleason által kidolgozott gyártási módszer. Az elnevezés arra utal, hogy a módszer 5 forgácsolási műveletből áll. Ezek: a nagykerék nagyolása és simítása kétoldalas megmunkálással (2 művelet), a kiskerék nagyolása kétoldalas marással és a két fogoldal előállítására külön két egyoldalas marással (3 művelet).



5.18. ábra. A késfejek méretei a lokalizált hordkép biztosításához

Az 5.18. ábrán a Five-cut eljárás szerszám-beállítási vázlata látható a befejező (simító) megmunkálás esetére. A nagykerék kétoldalas marással készül. A késfej névleges sugara R_u , fejszalag szélessége P_w , a vágóélek profilszögei α_1 és α_2 . M pontot a munkadarab osztósíkjában, a fogárok közepén, a relatív forgástengelyen választjuk meg. A pillanatnyi kapcsolódási pontok P_1 és P_2 , melyeken át megrajzolt normális metszi az M pontot. h_{f2} a nagykerék lábmagassága. ρ_{gi} és ρ_{go} a származtató felületek görbületi sugarai a pillanatnyi érintkezési pontokban. i index a belső vágóélre, o a külsőre vonatkozik. A forgó szerszám vágóélei által súrolt felületek a származtató felületek. A belső vágóél által súrolt kúp a nagykerék domború fogfelületét munkálja meg, a külső vágóél által leírt kúp pedig a homorút.

Az egyoldalas késfejek a kiskerék fogának két oldalát munkálják meg külön szerszám- és gépbeállítás mellett, vagyis két külön műveletben. Az 5.18. ábrán középen a kiskerék homorú fogoldalát előállító, alul a domború fogoldalt megmunkáló késfej látható. r_{po} és r_{pi} a késfejsugarak, ρ_{po} és ρ_{pi} a görbületi sugarak a P_1 és P_2 érintkezési pontokban. h_{f1} a kiskerék lábmagassága.

A lokalizált hordkép megvalósításához a görbületi sugarak között teljesülnie kell a következő feltételeknek:

$$\rho_{po} > \rho_{gi} \quad (5.27)$$

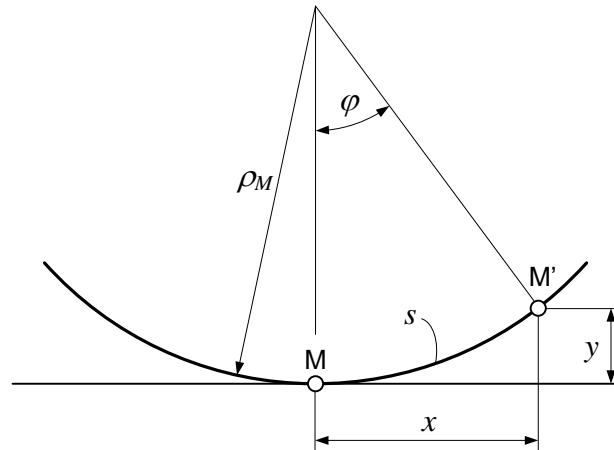
és

$$\rho_{pi} < \rho_{go} \quad (5.28)$$

A két feltétel azt fejezi ki, hogy a homorú fogoldalak foghossz irányú görbületi sugarának nagyobbak kell lennie, mint a velük kapcsolódó domború fogoldalak görbületi sugara. Ezzel teljesítjük a hordkép foghossz irányú korlátozását.

A következő lépés annak eldöntése, hogy milyen mértékű legyen a görbületi sugarak eltérése. Erre nézve a szakirodalomban több ajánlás is létezik, melyek az alábbi közös elméleti alapokra épülnek.

Az 5.19. ábrán egy görbe látható az M pontbeli érintőjével. Az ábra a foghossz irányban módosított profil és a konjugált alak közötti eltérést mutatja be. A görbe a domborított profilt, az érintő a konjugált alakot testesíti meg.



5.19. ábra. Domborítási profil paraméterei

ρ a görbe görbületi sugara az M pontban. M' az M közelében fekvő görbepont. s a görbeszakasz ívhossza M és M' között. Az ábra alapján a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$s = \rho \varphi, \quad (5.29)$$

$$x = \rho \sin \varphi, \quad (5.30)$$

$$y = \rho(1 - \cos \varphi). \quad (5.31)$$

φ elegendően kicsiny értékénél a trigonometrikus függvényeket helyettesíthetjük a Taylor sorokkal úgy, hogy a másodrendűnél magasabb rendű tagokat elhanyagoljuk. Így

$$x \approx \rho \varphi = s, \quad (5.32)$$

$$y \approx \rho \frac{\varphi^2}{2}. \quad (5.33)$$

(5.32) figyelembevételével
$$y = \frac{x^2}{2\rho}, \quad (5.34)$$

ami egy parabola egyenlete. (5.34)-ből a relatív görbület

$$\Delta k = \frac{1}{\rho} = \frac{2y}{x^2}. \quad (5.35)$$

A lokalizált hordkép számítására szolgáló módszerek bemutatása előtt szót kell ejteni a hordkép ellenőrzésére alkalmazott vizsgálatról. A kúp- és a hipoid fogaskerékpárok kapcsolódását és a mozgásátvitel minőségét külön erre a célra tervezett vizsgálógépeken elemzik. A vizsgálógépen a fogaskerek a tervezett működési helyzetnek megfelelően vannak felszerelve. A vizsgálat során a fogaskerek minimális terhelés mellett együtt forognak. A

kúpkerék fogfelületét befestékezve, a tányérkerék fogfelületén az érintkezési pontok mindegyikét magában foglaló festékfoltot, hordképet kapunk. A vizsgálógépen nyert hordkép mérete és a festékvastagság a későbbiekben fontos lesz a lokalizált hordkép tervezésénél.

Shtipelman [SHT78] a relatív görbület megadásához az (5.35) összefüggést alkalmazta.

x helyére a hordkép tervezett hosszának felét, y helyére pedig annak a festékrétegnek a vastagságát helyettesítette be, amelyet a hordkép ellenőrzése során, a vizsgálógépen használnak. Tapasztalat szerint $y \approx 0,00025 \text{ in} = 0,00635 \text{ mm}$.

A hordkép l_B hosszát a foghossz arányában határozta meg:

$$l_B = B l_G, \quad (5.36)$$

ahol B egy arányosító tényező. [SHT78] szerint B megválasztása a hajtómű üzemi körülményeitől függ, általában $B = 0,4 \dots 0,5$ megfelelő választás.

A foghossz:
$$l_G = \frac{b}{\cos \beta_m}, \quad (5.37)$$

ahol b a fogszélesség mm-ben, β_m a középső foghajlásszög.

Ezeket figyelembe véve a hordkép hosszának fele:

$$x = \frac{Bb}{2 \cos \beta_m}. \quad (5.38)$$

Az (5.35) összefüggést alkalmazva és (5.38)-at behelyettesítve:

$$\Delta k = \frac{8 y \cos^2 \beta_m}{B^2 b^2}. \quad (5.39)$$

$y = 0,00635 \text{ mm}$ tapasztalati értéket figyelembe véve:

$$\Delta k = 0,0508 \text{ mm} \left(\frac{\cos \beta_m}{Bb} \right)^2. \quad (5.40)$$

Alkalmazzuk ezt az (5.27) és (5.28) esetekre!

$$\Delta k = \frac{1}{\rho_{gi}} - \frac{1}{\rho_{po}}, \quad (5.41)$$

$$\Delta k = \frac{1}{\rho_{pi}} - \frac{1}{\rho_{go}}. \quad (5.42)$$

Feltételezve, hogy ρ_{gi} és ρ_{go} adott, a lokalizált hordképhez szükséges görbületi sugarak a kiskerék gyártásakor:

$$\rho_{po} = \frac{\rho_{gi}}{1 - \Delta k \rho_{gi}}, \quad (5.43)$$

$$\rho_{pi} = \frac{\rho_{go}}{1 + \Delta k \rho_{go}}. \quad (5.44)$$

Stadtfeld [STA15] a kiskerék foghossz irányú domborított profiljának a konjugált alakhoz viszonyított eltérését parabolával írta le, ami megfelel az (5.34) formulának:

$$y = \frac{x^2}{2\rho}.$$

Képezve a második deriváltat, megkapjuk a relatív görbületet, ami megfelel (5.35)-nek:

$$y'' = \frac{1}{\rho} = \Delta k = \frac{2y}{x^2}. \quad (5.45)$$

Írjuk elő a domborítás mértékét a két fogvégen, vagyis y legyen adott.

x a fog közepe és valamelyik vége közötti távolság a fogirányvonal érintőjén mérve, azaz:

$$x = \frac{b}{2 \cos \beta_m}, \quad (5.46)$$

ahol b a fogszélesség mm-ben, β_m a középső foghajlásszög.

x és y ismeretében a relatív görbület az (5.35) egyenletből meghatározható:

$$\Delta k = \frac{8y \cos^2 \beta_m}{b^2}, \quad (5.47)$$

(5.47) és (5.39) egybevetéséből megállapítható, hogy a két módszer közötti eltérés ott van, hogy *Stadtfeld* a domborítás feltételét a teljes foghosszra, a fogvégekre határozta meg, míg *Shtipelman*, a vizsgálópadon szerzett tapasztalatok alapján, egy B tényezővel módosított formában, a fog közepére koncentrált módon. A két számítás azonos y és $B = 1$ esetén ugyanazt az eredményt adja.

Végezetül, a lokalizált hordképhez szükséges görbületi sugarak a kiskerék gyártásakor (5.43) és (5.44) alapján számíthatóak:

$$\rho_{po} = \frac{\rho_{gi}}{1 - \Delta k \rho_{gi}}, \quad \rho_{pi} = \frac{\rho_{go}}{1 + \Delta k \rho_{go}}.$$

Krenzer [KRE12] kiinduló egyenlete is megfelel (5.34)-nek, azaz

$$y = \frac{x^2}{2\rho},$$

ám a folytatásban eltér a korábbi módszerektől, és előállítja y ρ szerinti deriváltját:

$$dy = -\frac{x^2}{2\rho^2} d\rho. \quad (5.48)$$

Az előjelet elhagyva, kis eltérésekre írhatjuk, hogy

$$\Delta y = \frac{x^2}{2\rho^2} \Delta\rho. \quad (5.49)$$

(5.49)-be x és Δy helyére - *Shtipelman*-hoz hasonlóan - (5.38) szerint a tervezett hordkép hosszának felét, valamint a festékréteg vastagságát, azaz $\Delta y = 0,00635\text{mm}$ -t kell behelyettesíteni. ρ megfelel az R_u névleges késfejsugárnak. A lokalizált hordképhez szükséges görbületi sugár változtatás:

$$\Delta\rho = 0,0508\text{mm} \left(\frac{R_u \cos \beta_m}{Bb} \right)^2. \quad (5.50)$$

Alkalmazva az (5.27) és (5.28) esetekre, a lokalizált hordkép megvalósításához a görbületi sugarak:

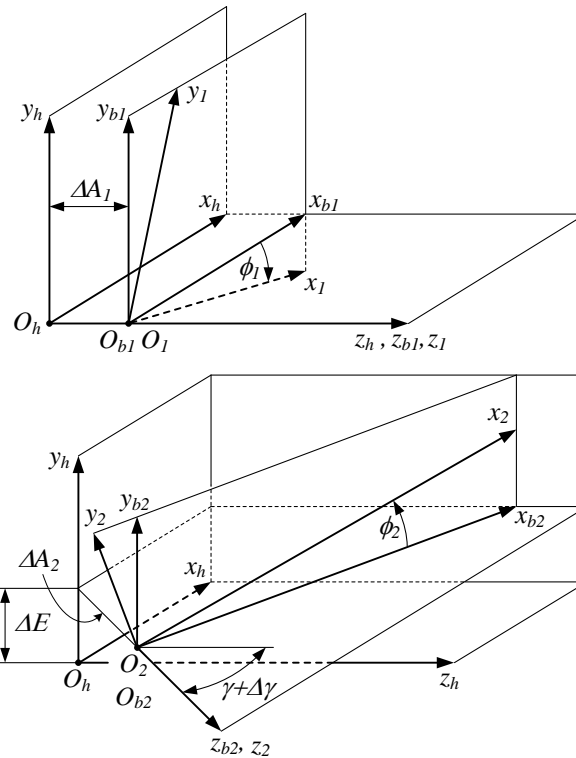
$$\rho_{po} = \rho_{gi} + \Delta\rho \quad (5.51)$$

és

$$\rho_{pi} = \rho_{go} - \Delta\rho. \quad (5.52)$$

6 A fogérintkezés elemzése, a szerelési hibák hatása

A 4. fejezetben bemutatott Gleason ívelt fogú kúpkerék fogfelületeinek matematikai modelljeit. [LIT04] módszerét követve a fogfelületek érintkezési pontjainak meghatározásához a két fogaskerék működési helyzetüknek megfelelően elhelyezzük egy álló S_h (x_h, y_h, z_h) koordinátarendszerben (6.1. ábra). Ideális esetben a két fogaskerékhez kapcsolt S_1 (x_1, y_1, z_1), ill. S_2 (x_2, y_2, z_2) koordinátarendszerek O_1 és O_2 origói egybeesnek az álló S_h rendszer O_h kezdőpontjával. Mint a 6.1. ábrán látható, az álló S_{b1} (x_{b1}, y_{b1}, z_{b1}) és S_{b2} (x_{b2}, y_{b2}, z_{b2}) segéd koordinátarendszereket alkalmazzuk annak érdekében, hogy a beállítási hibák hatását is figyelembe tudjuk venni az érintkezési pontok meghatározásakor. Az ideális állapottól való eltérést a ΔA_1 és ΔA_2 tengelyirányú beállítási hibákkal, a $\Delta \gamma$ tengelyszög-hibával és a ΔE tengelytáv eltéréssel vesszük figyelembe. A kiskerék, a hozzá kapcsolt S_1 koordinátarendszerrel együtt ω_1 szögsebességgel forog az S_h rendszerben, a z_h tengely körül. Pillanatnyi elfordulását a ϕ_1 szög jellemzi. A nagykerék forgástengelye egybeesik z_{b2} -vel, szögsebessége ω_2 , pillanatnyi elfordulását a ϕ_2 szög adja meg. A két fogaskerék forgástengelye között az elméleti tengelyszöget γ jelöli.



(a)

(b)

6.1. ábra. Alkalmazott koordinátarendszerek: [LIT04]

(a) a kiskerék elhelyezése, (b) a nagykerék elhelyezése

A kapcsolódás során a két fogaskerék fogfelületeinek folytonos érintkezésben kell lenniük. Ez a feltétel akkor teljesül, ha a fogfelületek helyvektorai és normálisai egybeesnek a vizsgált pontban.

A következő lépésben meghatározzuk a fogfelületek egyenleteit és normálisait az álló S_h koordinátarendszerben. A kiskerék fogfelületét a (6.1) és (6.2) egyenletek együttesen határozzák meg.

$$\mathbf{r}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \psi_{c1}, \phi_1) = \mathbf{M}_{hb_1} \mathbf{M}_{b_1}(\phi_1) \mathbf{r}_1(s_p, \theta_p, \psi_{c1}), \quad (6.1)$$

$$f_{1p}(s_p, \theta_p, \psi_{c1}) = 0. \quad (6.2)$$

Itt $\mathbf{r}_h^{(1)}$ és \mathbf{r}_1 a felületi pont helyvektorai az S_h ill. az S_1 rendszerben, s_p és θ_p a kiskereket lefejtő származtató felület paraméterei, ψ_{c1} a bölcső elfordulási szöge a gyártás során, ϕ_1 a kiskerek elfordulási szöge működés közben. (6.2) a kapcsolódási egyenlet a származtató felület és a kiskerek fogfelülete között.

Az S_1 rendszerből az S_h rendszerbe való áttérés transzformációs mátrixai a következők:

$$\mathbf{M}_{b_1} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

$$\mathbf{M}_{hb_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta A_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

A kiskerek fogfelületének normálisát az álló S_h koordinátarendszerben az alábbi egyenlet írja le:

$$\mathbf{n}_h^{(1)}(\theta_p, \psi_{c1}, \phi_1) = \mathbf{L}_{h1}(\phi_1) \mathbf{n}_1(\theta_p, \psi_{c1}), \quad (6.5)$$

ahol $\mathbf{n}_h^{(1)}$ és \mathbf{n}_1 a felületi pont normális egységvektorai az S_h ill. az S_1 rendszerben. A transzformáció mátrixa:

$$\mathbf{L}_{h1} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 & 0 \\ -\sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

A nagykerék fogfelületét a következő két egyenlet határozza meg:

$$\mathbf{r}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \psi_2, \phi_2) = \mathbf{M}_{hb_2} \mathbf{M}_{b_2}(\phi_2) \mathbf{r}_2(s_g, \theta_g, \psi_2), \quad (6.7)$$

$$f_{2g}(s_g, \theta_g, \psi_2) = 0, \quad (6.8)$$

ahol $\mathbf{r}_h^{(2)}$ és \mathbf{r}_2 a felületi pont helyvektorai az S_h ill. az S_2 rendszerben, s_g és θ_g a nagykereket lefejtő származtató felület paraméterei, ψ_2 a nagykerék elfordulási szöge a gyártás során, ϕ_2 a tányérkerék elfordulási szöge működés közben. (6.8) a kapcsolódási egyenlet a származtató felület és a nagykerék fogfelülete között.

Az S_2 rendszerből az S_h rendszerbe való áttérés transzformációs mátrixai a következők:

$$\mathbf{M}_{b_2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & -\sin \phi_2 & 0 & 0 \\ \sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{M}_{hb_2} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma + \Delta\gamma) & 0 & -\sin(\gamma + \Delta\gamma) & -\Delta A_2 \sin(\gamma + \Delta\gamma) \\ 0 & 1 & 0 & \Delta E \\ \sin(\gamma + \Delta\gamma) & 0 & \cos(\gamma + \Delta\gamma) & \Delta A_2 \cos(\gamma + \Delta\gamma) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

A nagykerék fogfelületének normálisa az álló S_h koordináta-rendszerben a következő egyenlettel írható le:

$$\mathbf{n}_h^{(2)}(\theta_g, \psi_2, \phi_2) = \mathbf{L}_{hb_2} \mathbf{L}_{b_2,2}(\phi_2) \mathbf{n}_2(\theta_g, \psi_2), \quad (6.11)$$

ahol $\mathbf{n}_h^{(2)}$ és \mathbf{n}_2 a felületi pont normális egységvektorai az S_h ill. az S_2 rendszerben. A transzformáció mátrixai:

$$\mathbf{L}_{b_2,2} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & -\sin \phi_2 & 0 \\ \sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

$$\mathbf{L}_{hb_2} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma + \Delta\gamma) & 0 & -\sin(\gamma + \Delta\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\gamma + \Delta\gamma) & 0 & \cos(\gamma + \Delta\gamma) \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Kapcsolódáskor a kiskerék és a nagykerék fogfelületei minden pillanatban abban a közös pontban érintkeznek, melyben a két fogaskerék S_h rendszerbeli helyvektora és normálisa is egybeesnek. Ezeket a feltételeket a következő egyenletek teljesítik:

$$\mathbf{r}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \psi_{c1}, \phi_1) = \mathbf{r}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \psi_2, \phi_2), \quad (6.14)$$

$$\mathbf{n}_h^{(1)}(\theta_p, \psi_{c1}, \phi_1) = \mathbf{n}_h^{(2)}(\theta_g, \psi_2, \phi_2). \quad (6.15)$$

$$f_{1p}(s_p, \theta_p, \psi_{c1}) = 0, \quad (6.16)$$

$$f_{2g}(s_g, \theta_g, \psi_2) = 0. \quad (6.17)$$

(6.14) vektoregyenlet három skaláris egyenlettel egyenértékű, azonban a (6.15) egyenlet helyett csak két skaláris egyenletet vehetünk figyelembe, mivel a normálisok egységvektorok. Mindebből az következik, hogy a (6.14)-től (6.17)-ig terjedő egyenletrendszer nyolc változójának meghatározásához hét független egyenlet áll rendelkezésünkre.

Az érintkezési pontok meghatározásához a kiskerék ϕ_1 elfordulási szögét bemenő paraméterként kezeljük és a kapcsolódási tartományban változtatjuk. A hét egyenletből álló nemlineáris egyenletrendszert a hét változóra ϕ_1 különböző értékei mellett valamilyen hatékony numerikus módszert felhasználva tudjuk megoldani. Ennek eredményeként a kapcsolóvonal a fogfelületeken a következő függvényekkel fejezhető ki:

$$\mathbf{r}_1(s_p(\phi_1), \theta_p(\phi_1), \psi_{c1}(\phi_1)), \quad (6.18)$$

$$\mathbf{r}_2(s_g(\phi_1), \theta_g(\phi_1), \psi_2(\phi_1)). \quad (6.19)$$

Az egyenletrendszer megoldásából az áttétel változását az alábbi függvény írja le:

$$\Delta\phi_2(\phi_1) = \phi_2(\phi_1) - \frac{z_1}{z_2} \phi_1, \quad (6.20)$$

ahol z_1 a kiskerék, z_2 a nagykerék fogszáma.

A helyvektorok és a normálisok koordinátáit, valamint a (6.16) és a (6.17) kapcsolódási egyenletek részletes kifejtését a 4. fejezet tartalmazza.

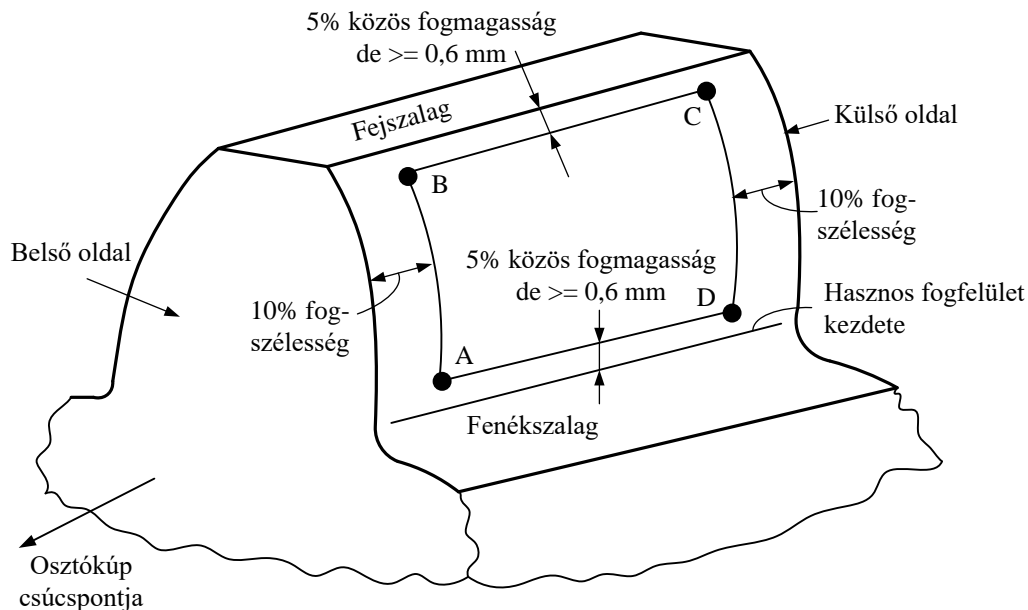
7 Felületpontok meghatározása végeselemes vizsgálathoz és koordináta-mérőgépen történő méréshez

A fogaskerék hajtópárok fejlesztésének elengedhetetlen eszközei a végeselemes vizsgálatok (VEM) és a koordináta mérőgépen (CMM) végzett mérések. A végeselemes vizsgálatokkal a fogfelületek kapcsolódását, a deformáció hordképre gyakorolt hatását ellenőrizzük, valamint a teherbírás szempontjából mértékadó feszültségeket határozzuk meg. A 3D-s mérőgépen a fogfelületek pontosságát lehet ellenőrizni.

Mindkét alkalmazás alapja az elméletileg pontos fogfelületek ismerete. Ezeket a gyártási eljárások matematikai modellezésével tudjuk előállítani. Gyakorlatban a fogfelületeket az említett alkalmazások számára véges számú ponthalmazzal, diszkrét értékekkel adjuk meg. A pontok egy felülethálót (grid) adnak. Felmerülhet a kérdés, hogy hány pontra van szükségünk? Gyakorlatban a CMM mérésekhez 45 pontot használnak. Ez a fogoldalak leírására alkalmazható a VEM modellezéshez is, azonban előfordulhat, hogy olyan pontsorozatra van szükségünk, amelyik a fogárok metszeteként adódik, vagyis a két fogoldal és a fogtőgörbe pontjait is tartalmazza.

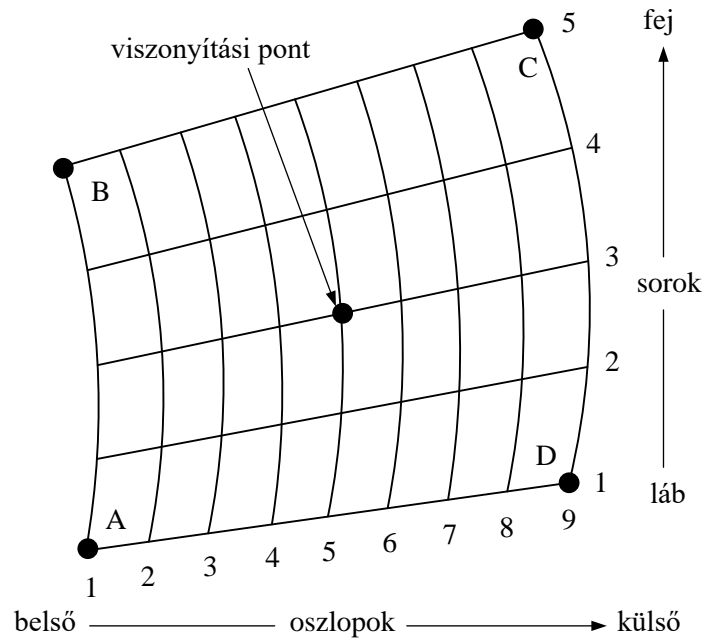
7.1 A pontháló felvétele

Az ANSI/AGMA 2009-B01 szabvány [ANS01] a 7.1. ábrán látható megoldást javasolja a kúpkerékek CMM méréséhez használatos pontháló elhelyezésére.

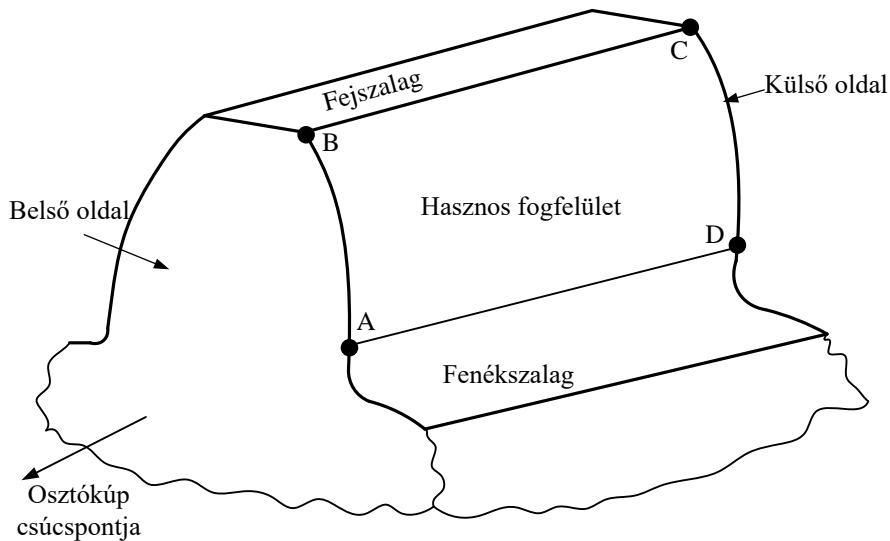


7.1. ábra. Hálópontok elhelyezése a fogfelületen [ANS01]

A jelölt területen belül a pontok egy 5 sorból és 9 oszlopból álló „mátrixot” alkotnak, a 7.2. ábrának megfelelően. Abban az esetben, ha a teljes fogfelületet le akarjuk írni, pl. végeselemes vizsgálathoz, akkor a pontokat a fogvégeken és a fejkúpokon fogjuk felvenni (7.3. ábra).



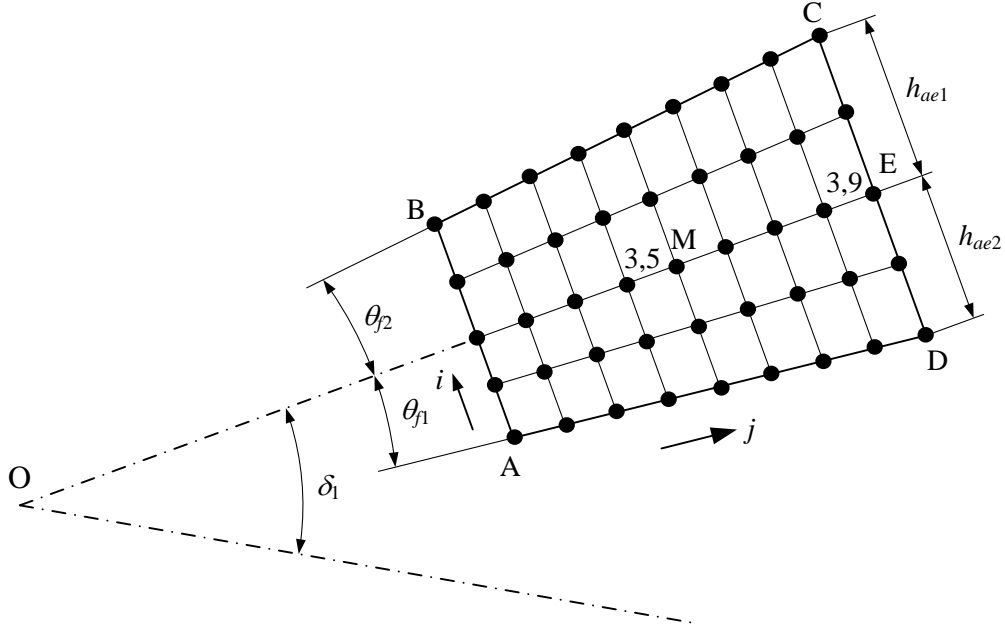
7.2. ábra. A hálópontok sorokba és oszlopokba rendezése



7.3. ábra. A hasznos fogfelület értelmezése

7.2 A hálópontok koordinátáinak meghatározása

A további vizsgálatok során a ponthálót kiterjesztjük a hasznos fogfelületre, a 7.3. ábrának megfelelően. A felülethálót alkotó pontokat poláris koordinátarendszerben fogjuk megadni (7.4. ábra)



7.4. ábra. A hálópontok elhelyezése a kisebb kúpkerek fogfelületén

A koordináta-rendszer origója a kúpkerek osztókúpjának O csúcspontja. Az M viszonyítási pont (3,5) az osztókúpalkotón lévő, a középső osztókúphoz tartozó pont, melynek sugárirányú koordinátája $R_{3,5} = R_m \sin \delta_1$, tengelyirányú koordinátája pedig $L_{3,5} = R_m \cos \delta_1$. Az OE távolság az R_e osztókúphossz. A 7.4. ábrán h_{ae1} és h_{ae2} a fogaskerékpár fejmagasságai, θ_{f1} és θ_{f2} a fogláb-szögek, δ_1 a kúpkerek osztókúpszöge.

A határoló pontok koordinátái a következők:

$$\begin{aligned} R_C &= R_e \sin \delta_1 + h_{ae1} \cos \delta_1, \\ L_C &= R_e \cos \delta_1 - h_{ae1} \sin \delta_1. \end{aligned} \quad (7.1)$$

$$\begin{aligned} R_D &= R_e \sin \delta_1 - h_{ae2} \cos \delta_1, \\ L_D &= R_e \cos \delta_1 + h_{ae2} \sin \delta_1. \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} R_A &= R_D + b(\tan \theta_{f1} \cos \delta_1 - \sin \delta_1), \\ L_A &= L_D - b(\tan \theta_{f1} \sin \delta_1 + \cos \delta_1). \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} R_B &= R_C - b(\tan \theta_{f2} \cos \delta_1 + \sin \delta_1), \\ L_B &= L_C + b(\tan \theta_{f2} \sin \delta_1 - \cos \delta_1). \end{aligned} \quad (7.4)$$

A hálópontok koordinátáit az alábbi módon számíthatjuk:

$$R_{i,j} = R_A + (i-1)\Delta r_i + \frac{j-1}{8} [R_D - R_A + (i-1)(\Delta r_e - \Delta r_i)], \quad (7.5)$$

$$L_{i,j} = L_A - (i-1)\Delta l_i + \frac{j-1}{8} [L_D - L_A - (i-1)(\Delta l_e - \Delta l_i)]. \quad (7.6)$$

Itt

$$\Delta r_i = \frac{R_B - R_A}{4}, \quad \Delta r_e = \frac{R_C - R_D}{4}, \quad (7.7)$$

továbbá

$$\Delta l_i = \frac{L_A - L_B}{4}, \quad \Delta l_e = \frac{L_D - L_C}{4}. \quad (7.8)$$

A pontok azonosításához $i = 1 \dots 5, j = 1 \dots 9$.

7.3 A fogfelület modellek létrehozása

A kúpkerék fogfelületek matematikai modellezését a 4. fejezetben részletesen bemutattam. A továbbiakban erről a CMM és a VEM alkalmazásokhoz szükséges, a megértést segítő rövid összefoglalót adok.

A kúpkerék fogfelületek matematikai modellezéséhez a következő adatok, ill. előzetes számítások szükségesek:

- a kúpkerék geometriai adatai
- szerszámadatok: késfejsugár, kések profilszöge, a két fogoldalt megmunkáló kések egymáshoz viszonyított helyzete
- gépbeállítási adatok: a szerszám és a munkadarab egymáshoz viszonyított helyzete a szerszámgépen
- mozgásviszonyok: a szerszám és a munkadarab összehangolt mozgatása a gyártás során.

Ívelt fogú kúpkerékek gyártásakor a forgácsolás a szerszám (késfej) forgó mozgásából adódik. Ez a mozgás független a fogfelület alakját meghatározó egyéb mozgásoktól. A szerszám forgácsoló élei a forgás során egy forgásfelületet sűrűlnak, amit származtató felületnek nevezünk. A származtató felület helyvektora két paraméterrel írható le:

$$\mathbf{r}_{ck}(s_k, \theta_k). \quad (7.9)$$

Mivel a származtató felület más a domború és más a homorú fogoldal esetén, a paraméterek is különbözőek lehetnek, vagyis $k = d$ a domború és $k = h$ a homorú fogoldalra.

A származtató felület a viszonylagos mozgásban egy felületsereget eredményez, mely a munkadarabhoz kötött, origójával az osztókúp csúcspontjában elhelyezett koordinátarendszerben a következő:

$$\mathbf{r}_k(s_k, \theta_k, \psi_k) = \mathbf{M}_k(\psi_k) \mathbf{r}_{ck}(s_k, \theta_k). \quad (7.10)$$

Itt \mathbf{M}_k a transzformáció mátrixa, ψ_k az összehangolt mozgás paramétere.

A fogfelület előállításához kapcsolatot kell találnunk a felületsereg 3 paramétere között. Ennek egyik lehetséges módja a parciális deriváltak előállítása és a következő egyenlet megoldása:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial s_k} \times \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \theta_k} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \psi_k} = f(s_k, \theta_k, \psi_k) = 0. \quad (7.11)$$

Itt a baloldal első, zárójeles tagja a pillanatnyi érintkezési pontbeli normális, a második a relatív sebességgel arányos mennyiség, ugyanabban a pontban.

A (7.11) egyenlet megoldásából előállított paraméter-kapcsolat felhasználásával a kúpkerék fogfelületének egyenlete az alábbi formában rendelkezésünkre áll:

$$\mathbf{r}_k(\theta_k, \psi_k) = \mathbf{r}_k(s_k(\theta_k, \psi_k), \theta_k, \psi_k). \quad (7.12)$$

A (7.9) egyenlet kapcsán tett megjegyzésnek megfelelően a (7.12) egyenlet érvényes mindkét fogoldalra azzal a kikötéssel, hogy az egyes paramétereket az aktuális fogoldalnak megfelelően kell figyelembe venni, vagyis $k = d$ a domború és $k = h$ a homorú fogoldalra.

7.4 A fogfelület koordinátái a hálópontokban

(7.12) helyvektor a koordinátákkal megadva a következő:

$$\mathbf{r}_k(\theta_k, \psi_k) = \begin{bmatrix} x_k(\theta_k, \psi_k) \\ y_k(\theta_k, \psi_k) \\ z_k(\theta_k, \psi_k) \end{bmatrix}. \quad (7.13)$$

A fogfelületen lévő tetszőleges pont helye meghatározható a következő, nem lineáris egyenletrendszer megoldásával.

$$\begin{aligned} [x_k(\theta_k, \psi_k)]^2 + [y_k(\theta_k, \psi_k)]^2 &= R^2, \\ z_k(\theta_k, \psi_k) &= L. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Itt R a pont távolsága a tengelyvonaltól, L pedig a pont távolsága az origótól, a tengelyvonal mentén.

(7.14) egyenletrendszer megoldásaként a θ és ψ paraméterek rendelkezésre állnak, így a fogfelületi pont koordinátái meghatározhatók.

Most helyettesítsük (7.14) egyenletekbe a hálópontok (7.5) és (7.6) szerinti koordinátáit.

$$\begin{aligned} [x_k(\theta_k, \psi_k)]^2 + [y_k(\theta_k, \psi_k)]^2 &= R_{i,j}^2, \\ z_k(\theta_k, \psi_k) &= L_{i,j}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

(7.15) egyenleteket az összes hálópontra alkalmazva, mindkét fogoldalra 45 egyenletrendszert kell megoldanunk, melynek révén fogoldalanként 45 θ és 45 ψ értéket kapunk. Ezeket jelölje $\theta_{di,j}$, $\psi_{di,j}$, $\theta_{hi,j}$, $\psi_{hi,j}$. A paraméter értékek behelyettesítésével a fogfelületeken lévő hálópontok koordinátái a következők:

$$x_{di,j}(\theta_{di,j}, \psi_{di,j}), \quad y_{di,j}(\theta_{di,j}, \psi_{di,j}), \quad z_{di,j}(\theta_{di,j}, \psi_{di,j}) = L_{i,j}. \quad (7.16)$$

$$x_{hi,j}(\theta_{hi,j}, \psi_{hi,j}), \quad y_{hi,j}(\theta_{hi,j}, \psi_{hi,j}), \quad z_{hi,j}(\theta_{hi,j}, \psi_{hi,j}) = L_{i,j}. \quad (7.17)$$

8 A fejszalag-vastagság meghatározása

A fogaskerek egy lehetséges károsodási formája a fogfej letöredezése. Ennek oka a fogkihegyesedés néven ismert jelenség, egy tervezési hiba, a fogaskerék fejszalagjának elégtelen vastagsága. Amikor a terhelés a fogfejen hat, a vékony fejszalag nem biztosít megfelelő szilárdságot, és a fogfej letöredezhet. Hengeres fogaskerek esetén az evolvens geometria ismeretében a tervezés során könnyen ellenőrizhetjük a fejszalag-vastagság mértékét. Kúpkerékknél, különösen ívelt fogú kúpkerékknél ez a feladat sokkal bonyolultabb. A szakirodalomban található ajánlások a kúpkerék vizsgálatát a virtuális hengeres fogaskerekre vezetik vissza, vagyis egy közelítő pontosságú módszert alkalmaznak. Ebben a dolgozatban a fejszalag-vastagság meghatározására új, pontos módszert is bemutatok, mely a fogfelületek matematikai modellezésén alapul. Az eljárást ívelt fogú kúpkerékre alkalmazom.

8.1 Az AGMA 929 szerinti számítás

Kúpkerék fejszalag-vastagságának számítására az AGMA 929-A06 [AGM06] tartalmaz útmutatást. A kiadvány nem szabvány, hanem egy műszaki irányelv, mely a bemutatott számítási módszert az [ANS03] szabványban rögzített geometriai számítások kiegészítéseként ajánlja. A módszer általánosan elfogadott, és a gyakorlatban alkalmazzák.

A módszer lényege, hogy a kúpkeréket a Tredgold-féle közelítés néven ismert eljárással, ún. virtuális hengeres fogaskerekkel helyettesíti [ISO01]. Így az egyébként rendkívül bonyolult problémát hengeres fogaskerek vizsgálatára vezeti vissza, melyekre a fejszalag vastagságának számítására ismert, és viszonylag egyszerű összefüggések adódnak.

[AGM06] a fejszalag-vastagságot a foghossz mentén három síkban vizsgálja:

- a fog közepén a normálsík,
- a fog külső végén a normálsíkban, és
- a fog belső végén a normálsíkban.

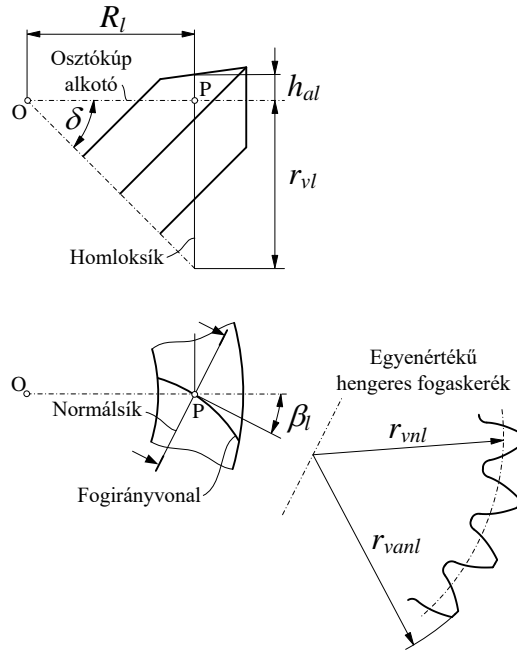
A számítások elvégzéséhez a kúpkerék geometriai adatait ismerni kell. Közülük a fejszalag-vastagság meghatározásához az alábbiak szükségesek:

Osztókörátmérő (d_e), osztókúpszög (δ), külső osztókúphossz (R_e), középső osztókúphossz (R_m), belső osztókúphossz (R_i), külső fejmagasság (h_{ae}), középső fejmagasság (h_{am}), belső fejmagasság (h_{ai}), középső lábmagasság (h_{fm}), középső homlokosztás (p_m), normál profilszög (α), késfejsugár (R_u) késfej fejszalagszélessége (P_w), középső foghajlásszög (β_m), külső foghajlásszög (β_e), belső foghajlásszög (β_i), kapcsolódó fogaskerék lábszalagszélessége a külső (W_{e1}), és a belső fogvégen (W_{i1}), kapcsolódó fogaskerék lábmagassága a külső (h_{fe1}), és belső fogvégen (h_{fi1}), normál foghézag a külső fogvégen (B).

8.1.1 A Tredgold közelítés alkalmazása ívelt fogú kúpkerékekre

A Tredgold közelítést eredetileg egyenes fogú, evolvens fogprofilú kúpkerékekre dolgozták ki. A közelítés azt jelenti, hogy a kúpkeréket adott szabálynak megfelelően egyenes fogú, evolvens profilú hengeres fogaskerékkel helyettesítik, amit virtuális hengeres keréknek, vagy egyenértékű fogaskeréknek neveznek. A Tredgold közelítés ívelt fogú kúpkerékekre történő alkalmazása a 8.1. ábrán látható, összhangban az AGMA 929 számításaival. Az ábra a közelítő módszert az osztókúp alkotó egy szabadon választott P pontjában mutatja be. A homloksík

merőleges az osztókúp alkotóra a P pontban, kijelölve az osztókúp r_{vl} görbületi sugarát ebben a pontban.



8.1. ábra. A Tredgold közelítés ívelt fogú kúpkeréknél

A normálsík merőleges az osztókúp érintősíkjára és a fogirányvonalra a P pontban. Az osztókúp főgörbületei ebben a pontban:

$$\chi_1 = \frac{1}{r_{vl}} = \frac{1}{R_l \tan \delta}, \quad \text{és} \quad \chi_2 = 0. \quad (8.1)$$

A görbület a normálsíkban

$$\chi_n = \chi_1 \cos^2 \beta_l + \chi_2 \sin^2 \beta_l = \frac{\cos^2 \beta_l}{R_l \tan \delta}. \quad (8.2)$$

Az egyenértékű hengeres kerék osztókörsugara egyenlő az osztókúp fogirányvonalra merőleges normálsíkbeli görbületi sugarával:

$$r_{vnl} = \frac{1}{\chi_n} = \frac{R_l \tan \delta}{\cos^2 \beta_l}. \quad (8.3)$$

Az egyenértékű hengeres fogaskerék méretei:

Alapkörsugár: $r_{vbnl} = r_{vnl} \cos \alpha_n, \quad (8.4)$

Fejkörsugár: $r_{vanl} = r_{vnl} + h_{al}. \quad (8.5)$

8.1.2 A fejszalag-vastagság meghatározása

A kúpkerék fejszalag-vastagsága egyenlő a virtuális hengeres kerék fejköri fogvastagságával. A 8.1 ábra jelöléseit is felhasználva a fejszalag-vastagság:

$$s_{vanl} = \left(\frac{s_{vnl}}{2r_{vnl}} + \text{inv} \alpha_n - \text{inv} \alpha_{vanl} \right) 2r_{vanl}. \quad (8.6)$$

ahol

- s_{vanl} az osztóköri fogvastagság,
- r_{vnl} az osztókörsugár,
- α_n az alapprofilszög,
- α_{vanl} a fejköri profilszög az egyenértékű fogaskeréken.

$$\alpha_{vanl} = \arccos \frac{r_{vbnl}}{r_{vanl}}. \quad (8.7)$$

A (8.6) egyenletben inv az evolvens függvény, melynek értelmezése tetszőleges x szögre: $\text{inv } x = \tan x - x$.

Az AGMA 929 a fejszalag-vastagságot a foghossz mentén három síkban vizsgálja: a két fogvégen és a fog közepén. A (8.1) - (8.7) egyenleteket a három síkra az index $l = e$ (külső fogvég), $l = m$ (fogközép) és $l = i$ (belső fogvég) helyettesítésével lehet alkalmassá tenni. A vizsgált síkokban érvényes jellemzők a következők:

Osztókörsugár:
$$r_{vne} = \frac{R_e \tan \delta}{\cos^2 \beta_e}, \quad (8.8)$$

$$r_{vnm} = \frac{R_m \tan \delta}{\cos^2 \beta_m}, \quad (8.9)$$

$$r_{vni} = \frac{R_i \tan \delta}{\cos^2 \beta_i}. \quad (8.10)$$

Alapkörsugár:
$$r_{vbne} = r_{vne} \cos \alpha_n, \quad (8.11)$$

$$r_{vbnm} = r_{vnm} \cos \alpha_n, \quad (8.12)$$

$$r_{vbni} = r_{vni} \cos \alpha_n. \quad (8.13)$$

Fejkörsugár:
$$r_{vane} = r_{vne} + h_{ae}, \quad (8.14)$$

$$r_{vanm} = r_{vnm} + h_{am}, \quad (8.15)$$

$$r_{vani} = r_{vni} + h_{ai}. \quad (8.16)$$

Profilszög a fejkörön:
$$\alpha_{vane} = \arccos \frac{r_{vbne}}{r_{vane}}, \quad (8.17)$$

$$\alpha_{vanm} = \arccos \frac{r_{vbnm}}{r_{vanm}}, \quad (8.18)$$

$$\alpha_{vani} = \arccos \frac{r_{vbni}}{r_{vani}}. \quad (8.19)$$

Fogvastagság az osztókörön:
$$s_{vne} = W_{e1} + 2h_{fe1} \tan \alpha_n - \frac{B}{\cos \alpha_n}, \quad (8.20)$$

$$s_{vnm} = p_{mt} \cos \beta_m - P_w - 2h_{fm} \tan \alpha_n, \quad (8.21)$$

$$s_{vni} = W_{i1} + 2h_{fi1} \tan \alpha_n - \frac{R_i \cos \beta_i}{R_e \cos \beta_e} \frac{B}{\cos \alpha_n}. \quad (8.22)$$

Fejszalag-vastagság:
$$s_{vane} = \left(\frac{s_{vne}}{2r_{vne}} + inv\alpha_n - inv\alpha_{vane} \right) 2r_{vane}, \quad (8.23)$$

$$s_{vanm} = \left(\frac{s_{vnm}}{2r_{vnm}} + inv\alpha_n - inv\alpha_{vanm} \right) 2r_{vanm}, \quad (8.24)$$

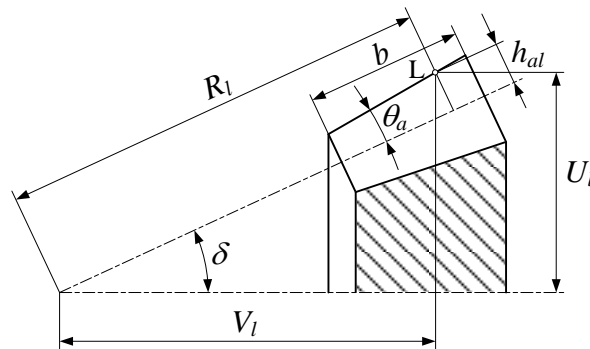
$$s_{vani} = \left(\frac{s_{vni}}{2r_{vni}} + inv\alpha_n - inv\alpha_{vani} \right) 2r_{vani}. \quad (8.25)$$

8.2 Valós felületi pontokra épülő számítás

A 7. fejezetben leírtak tartalmazzák a fejszalag-vastagság számításához szükséges elméleti háttérrel. Az ott bemutatott módszert fogom alkalmazni a fejkúpjon kijelölt pontokra.

8.2.1 A vizsgálni kívánt pontok kijelölése

Három pontot jelölök ki a kúpkerék fejkúpján, a 8.1. fejezethez hasonlóan: a két fogvégen és a fog közepén. A vizsgált pontok helyét a kúpkerék osztókúpjának csúcspontjából mért sugárirányú (U) és tengelyirányú (V) koordináták jellemzik (8.2. ábra).



8.2. ábra Tetszőleges pont koordinátái a fejkúp alkotón

Egy tetszőlegesen kiválasztott L pont koordinátái:

$$\begin{aligned} U_l &= R_l \sin \delta + h_{al} \cos \delta, \\ V_l &= R_l \cos \delta - h_{al} \sin \delta. \end{aligned} \quad (8.26)$$

A vizsgált pontok koordinátái a (8.26) általános alakból $l = e$, $l = m$ és $l = i$ helyettesítéssel adódnak:

$$\begin{aligned} U_e &= R_e \sin \delta + h_{ae} \cos \delta, \\ V_e &= R_e \cos \delta - h_{ae} \sin \delta. \end{aligned} \quad (8.27)$$

$$\begin{aligned} U_m &= R_m \sin \delta + h_{am} \cos \delta, \\ V_m &= R_m \cos \delta - h_{am} \sin \delta. \end{aligned} \quad (8.28)$$

$$\begin{aligned} U_i &= R_i \sin \delta + h_{ai} \cos \delta, \\ V_i &= R_i \cos \delta - h_{ai} \sin \delta. \end{aligned} \quad (8.29)$$

A (8.27)-(8.29) egyenletekben

$$R_m = R_e - \frac{b}{2}, \quad (8.30)$$

$$R_i = R_e - b, \quad (8.31)$$

$$h_{am} = h_{ae} - \frac{b}{2} \tan \theta_a, \quad (8.32)$$

$$h_{ai} = h_{ae} - b \tan \theta_a. \quad (8.33)$$

8.2.2 A kijelölt pontokhoz tartozó paraméterek és koordináták a fogfelületeken

(7.13) és (7.14) egyenleteket alkalmazva a (8.26) koordinátákkal rendelkező pontokra, a következő egyenletrendszer adódik:

$$\begin{aligned} [x_k(\theta_k, \psi_k)]^2 + [y_k(\theta_k, \psi_k)]^2 &= U_l^2, \\ z_k(\theta_k, \psi_k) &= V_l. \end{aligned} \quad (8.34)$$

(8.34) egyenletek a két fogoldal ($k = d, h$) és a fogoldalanként három pont ($l = e, m, i$) miatt hat egyenletrendszert jelenítenek meg. (8.34) egyenletrendszer megoldásaként a θ_k és ψ_k paraméterek rendelkezésre állnak, így a fogfelületi pontok koordinátái meghatározhatók. A megoldásokat jelölje $\theta_{de}, \theta_{dm}, \theta_{di}, \theta_{he}, \theta_{hm}, \theta_{hi}$, valamint $\psi_{de}, \psi_{dm}, \psi_{di}, \psi_{he}, \psi_{hm}, \psi_{hi}$. Ezekkel a hat pont koordinátái:

$$\begin{aligned} x_{de}(\theta_{de}, \psi_{de}), \quad y_{de}(\theta_{de}, \psi_{de}), \quad z_{de}(\theta_{de}, \psi_{de}), \\ x_{dm}(\theta_{dm}, \psi_{dm}), \quad y_{dm}(\theta_{dm}, \psi_{dm}), \quad z_{dm}(\theta_{dm}, \psi_{dm}), \\ x_{di}(\theta_{di}, \psi_{di}), \quad y_{di}(\theta_{di}, \psi_{di}), \quad z_{di}(\theta_{di}, \psi_{di}), \\ x_{he}(\theta_{he}, \psi_{he}), \quad y_{he}(\theta_{he}, \psi_{he}), \quad z_{he}(\theta_{he}, \psi_{he}), \\ x_{hm}(\theta_{hm}, \psi_{hm}), \quad y_{hm}(\theta_{hm}, \psi_{hm}), \quad z_{hm}(\theta_{hm}, \psi_{hm}), \\ x_{hi}(\theta_{hi}, \psi_{hi}), \quad y_{hi}(\theta_{hi}, \psi_{hi}), \quad z_{hi}(\theta_{hi}, \psi_{hi}). \end{aligned} \quad (8.35)$$

Tömörebb formában:
$$x_{kl}(\theta_{kl}, \psi_{kl}), \quad y_{kl}(\theta_{kl}, \psi_{kl}), \quad z_{kl}(\theta_{kl}, \psi_{kl}). \quad (8.36)$$

8.2.3 A fejszalag-vastagság számítása

A fejszalag-vastagságot a homloksíkban (8.37) alapján tudjuk meghatározni.

$$s_{al} = U_l \left(\frac{2\pi}{z} - |\phi_{dl} - \phi_{hl}| \right), \quad (8.37)$$

ahol ϕ_{dl} és ϕ_{hl} szögek megadják a két fogoldalon lévő pontok helyét a homloksíkban.

$$\phi_{dl} = \arctan \frac{y_{dl}}{x_{dl}} \quad \text{és} \quad (8.38)$$

$$\phi_{hl} = \arctan \frac{y_{hl}}{x_{hl}}. \quad (8.39)$$

A normálsíkbeli fejszalag-vastagságok a foghajlásszögekkel adódnak:

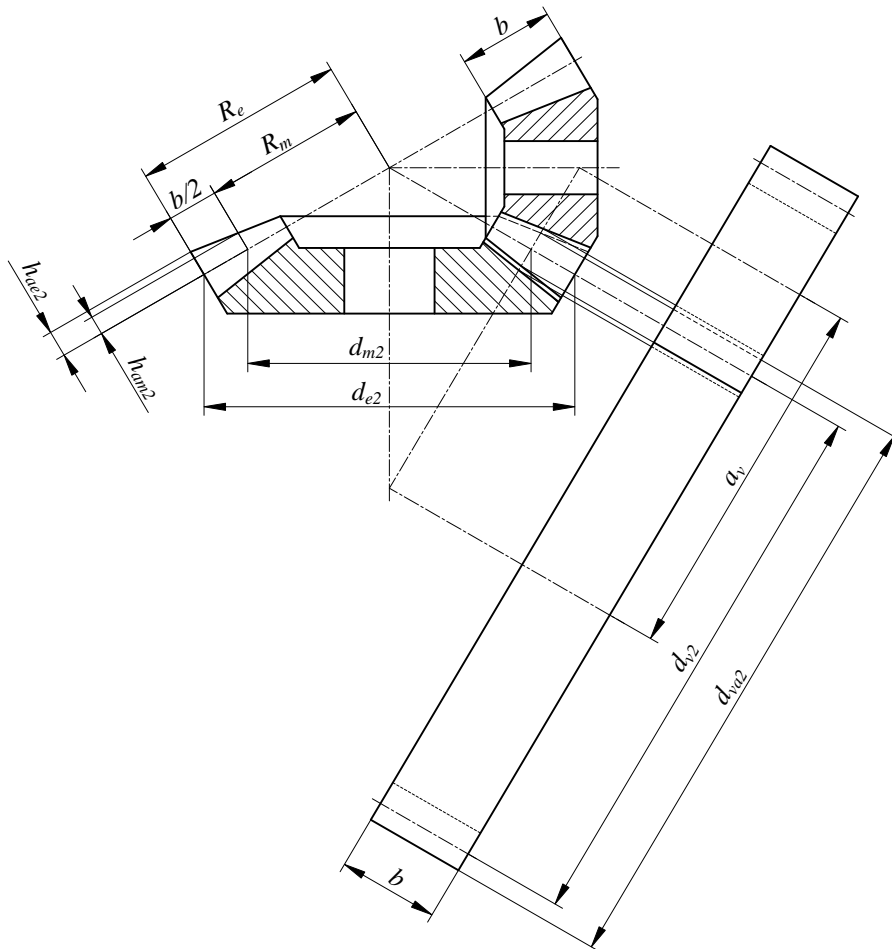
$$s_{anl} = s_{al} \cos \beta_l. \quad (8.40)$$

9 A kapcsolószám meghatározása

A kapcsolószám olyan, mértékegység nélküli jellemzője a fogaskerek működésének, amely tájékoztatást nyújt arról, hogy a terhelés hány fogon oszlik meg, hogy biztosított-e a folytonos kapcsolódás, az egyenletes járású mozgásátvitel. A kapcsolószám azt fejezi ki, hogy egyidejűleg átlagosan hány fog kapcsolódik. Meghatározása egyenes fogú hengeres fogaskerek esetén nagyon egyszerű, hiszen a feladat síkbeli problémaként megoldható. Ferde fogú hengeres fogaskerekéknél a profil-kapcsolószám és az átfedés számítása még mindig viszonylag egyszerű geometriai modellekkel tárgyalható. Más a helyzet a térbeli kapcsolódású fogaskerekkel, amelyek közé az ívelt fogú kúpkerék is sorolható. Különösen igaz ez a lokalizált hordképpel, korlátozott fogérintkezéssel készülő hajtópárookra, melyeknél a hagyományos módszerek pontatlan eredményt adnak a kapcsolószám számítása során.

9.1 A kapcsolószám számításának hagyományos módszerei

9.1.1 A profil-kapcsolószám számítása



9.1. ábra. A helyettesítő hengeres fogaskerékpár [ISO01]

A szakirodalom az ívelt fogú kúpkerék profil-kapcsolószámát a 9.1. ábrán látható, képzelt helyettesítő hengeres kerékpár alapján határozza meg [ERN83, ISO01, DIN88]:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\sqrt{r_{av1}^2 - r_{bv1}^2} + \sqrt{r_{av2}^2 - r_{bv2}^2} - a_v \sin \alpha_{vt}}{p_{mt} \cos \alpha_{vt}} \quad (9.1)$$

Itt r_{av1} és r_{av2} a fejkörsugarak, r_{bv1} és r_{bv2} az alapkörsugarak, a_v a tengelytáv, α_{vt} a kapcsolószög és p_{mt} a középső homlokosztás.

A felsorolt geometriai jellemzők számítása a következő összefüggésekkel történik:

$$\begin{aligned} r_{v1} &= R_m \sin \delta_1, & r_{v2} &= R_m \sin \delta_2, \\ a_v &= r_{v1} + r_{v2}, & \alpha_{vt} &= \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m}, \\ r_{av1} &= r_{v1} + h_{am1}, & r_{av2} &= r_{v2} + h_{am2}, \\ r_{bv1} &= r_{v1} \cos \alpha_{vt}, & r_{bv2} &= r_{v2} \cos \alpha_{vt}. \end{aligned} \quad (9.2)$$

(9.2) képletekben r_{v1} és r_{v2} a helyettesítő hengeres fogaskerek osztókörsugarai, R_m a közepes osztókúp hossz, δ_1 és δ_2 az osztókúpszögek, α_n a normál kapcsolószög, β_m a középső foghajlásszög, h_{am1} és h_{am2} a középső fejmagasságok.

9.1.2 Az átfedés számítása a képzelt síkkerék osztósíkján

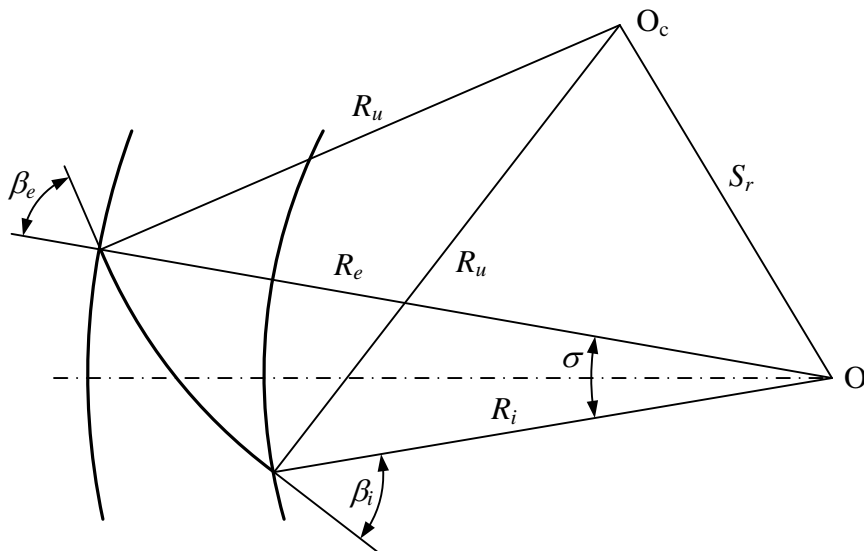
[ERN83] az átfedést a képzelt síkkerék osztósíkján, az átfedési szög és a síkkerék szögosztása hányadosaként értelmezi (9.2. ábra):

$$\varepsilon_\beta = \frac{\sigma}{\tau}. \quad (9.3)$$

A 9.2. ábra alapján az átfogási szög

$$\sigma = \arcsin \left(\frac{R_u \cos \beta_i}{S_r} \right) - \arcsin \left(\frac{R_u \cos \beta_e}{S_r} \right), \quad (9.4)$$

ill. a síkkerék szögosztása
$$\tau = \frac{2\pi}{z_c}. \quad (9.5)$$



9.2. ábra. Körív fogazat átfedési szöge [ERN83]

(9.4) és (9.5) képletekben R_u a névleges késfej sugár, β_i a belső, β_e a külső foghajlásszög, S_r a késfej sugárirányú beállítása, z_c a képzelt síkkerék fogszáma.

9.1.3 Az átfedés számítása a virtuális hengeres kerék alapján

[ISO01] és [DIN88] az átfedést a virtuális hengeres fogaskerék adataival számolja:

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b \sin \beta_m}{m_{mn} \pi}, \quad (9.6)$$

ahol b a fogszélesség, β_m a középső foghajlásszög, m_{mn} a középső normálmodul.

9.1.4 Az átfedés számítása AGMA szerint

Az átfedést a kúpkerék tervezésére vonatkozó amerikai szabvány [ANS03] a következő empirikus képlettel számolja:

$$\varepsilon_{\beta} = \left(K_z \tan \beta_m - \frac{(K_z \tan \beta_m)^3}{3} \right) \frac{R_e}{\pi m_{te}}, \quad (9.7)$$

ahol R_e az osztókúphossz, m_{te} a homlokmodul a külső fogvégen, és [ISO06] szerint

$$K_z = \frac{b}{2R_e} \frac{2R_e - b}{R_e - b}. \quad (9.8)$$

9.2 A kapcsolószám általános értelmezése

A fogaskerekes szakirodalom a kapcsolószámot két összetevőből számolja, a profilkapcsolószámból és az átfedésből. Utóbbi a tengelyirányú kapcsolódás mértékét jellemzi. A két összetevőből aztán valamilyen összegzéssel meghatározzák az összkapcsolószámot. Ez történhet egyszerű összeadással, vagy a négyzetösszegekből négyzetgyökvonással:

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}, \quad (9.9)$$

ill.
$$\varepsilon_{\gamma} = \sqrt{\varepsilon_{\alpha}^2 + \varepsilon_{\beta}^2}. \quad (9.10)$$

Előbbi a ferde fogú hengeres fogaskerekeknél megismert formula, de ezt használja [DIN88] is a kúpkerékeknél, utóbbit a Gleason vezette be.

Ebben a dolgozatban a kapcsolószámot a megszokottól eltérően értelmezem és egy olyan, a szemléletből adódóan általánosnak tekinthető új módszert mutatok be, amely lokalizált hordkép esetén is alkalmas a kapcsolószám meghatározására.

Válasszunk ki a hajtópár egyik tagján tetszés szerint egy fogat és kísérjük figyelemmel a kapcsolódásban elfoglalt helyzetét. Jelölje φ_{min} a fogaskerék elfordulásának azt a szögét, amelynél a fog kapcsolódásba lép, valamint φ_{max} azt a szögét, amelyiknél ugyanez a fog kilép a kapcsolódásból. A vizsgált fog a fogaskerék $\Delta\varphi = \varphi_{max} - \varphi_{min}$ elfordulásáig volt kapcsolatban az ellenkerék fogával. Egy homlokosztásnyi szögelfordulás ($2\pi/z$) után azonban már a szomszédos fog is kezdő kapcsolódási helyzetbe kerül, ennek megfelelően a kapcsolószám:

$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} z \quad (9.11)$$

alapján számítható, ahol z a vizsgált fogaskerék fogszáma. (9.11) általános érvényű, tehát valamennyi fogaskerék típusra alkalmazható.

9.3 A kapcsolóvonal és a kapcsolószám

Az ívelt fogú kúpkerékpárok vizsgálatára a fogérintkezést elemző számítógépes programot készítettem, melynek célja a kapcsolóvonal meghatározása a fogfelületen. A kapcsolóvonal a működés során kialakuló érintkezési pontok összessége. A program lehetőséget ad a kapcsolószám meghatározására is.

A program felépítése a következő.

- Ismertek mindkét fogaskerék vonatkozásában a szerszám- és gépbeállítási adatok.
- A fogaskerek kapcsolódás-elmélete, valamint a szerszám- és gépbeállítási adatok felhasználásával meghatározzuk a fogfelületek matematikai modelljeit. Ezek a saját koordinátarendszerükben a helyvektorokkal és a normálisokkal jellemezhetők:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \mathbf{r}_1(s_p, \theta_p), & \mathbf{n}_1 &= \mathbf{n}_1(\theta_p), \\ \mathbf{r}_2 &= \mathbf{r}_2(s_g, \theta_g), & \mathbf{n}_2 &= \mathbf{n}_2(\theta_g). \end{aligned} \quad (9.12)$$

- A fogfelületeket működési helyzetben elhelyezzük egy közös koordinátarendszerben, és keressük azok közös pontjait. Az érintkezési pontokban a helyvektorok és a normálisok egybeesnek, vagyis

$$\mathbf{r}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \phi_1) = \mathbf{r}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \phi_2) \quad (9.13)$$

és

$$\mathbf{n}_h^{(1)}(\theta_p, \phi_1) = \mathbf{n}_h^{(2)}(\theta_g, \phi_2). \quad (9.14)$$

- (9.13) vektoregyenlet három skaláris egyenlettel egyenértékű, azonban a (9.14) egyenlet helyett csak két skaláris egyenletet vehetünk figyelembe, mivel a normálisok egységvektorok. Mindebből az következik, hogy az egyenletrendszer hat változójának meghatározásához öt független egyenlet áll rendelkezésünkre.
- Az érintkezési pontok meghatározásához a kiskerék ϕ_1 elfordulási szögét bemenő paraméterként kezeljük és egy fogpár kapcsolódási tartományában változtatjuk. Az öt egyenletből álló nemlineáris egyenletrendszert az öt változóra ϕ_1 különböző értékei mellett numerikus módszert felhasználva tudjuk megoldani. Ennek eredményeként a kapcsolóvonal a fogfelületeken a következő függvényekkel adott:

$$\mathbf{r}_1(\phi_1) = \mathbf{r}_1(s_p(\phi_1), \theta_p(\phi_1)), \quad (9.15)$$

ill.

$$\mathbf{r}_2(\phi_1) = \mathbf{r}_2(s_g(\phi_1), \theta_g(\phi_1), \phi_2(\phi_1)). \quad (9.16)$$

A kapcsolóvonal ábrázolásához célszerű áttérni hengerkoordinátákra, mivel a sugárirányú R és a tengelyirányú L koordinátákkal síkban szemléletesebb megoldást kapunk, mint a derékszögű koordináták használatával.

$$\begin{aligned} R_i(\varphi) &= \sqrt{x_i^2(\varphi) + y_i^2(\varphi)}, \\ L_i(\varphi) &= z_i(\varphi), \end{aligned} \quad (9.17)$$

$i = 1, 2$ és $\varphi = \phi_i$.

A kapcsolószám meghatározása a (9.11) összefüggés alapján történik. Ehhez elő kell állítani φ_{min} és φ_{max} értékét, melyek a kapcsolóvonalnak a hasznos fogfelületbe történő belépési és onnan való kilépési pontjaihoz tartoznak. A hasznos fogfelületet a két fogaskerék fejkúpjai és az oldalsó (mellső és hátsó) kúpfelületek határolják.

10 A bemutatott módszerek gyakorlati alkalmazása

A dolgozatban bemutatott módszerek gyakorlati alkalmazására számpéldák készültek. Ebben a fejezetben a számítások eredményeit, az azokból levont következtetéseket közlöm. A részletes számításokat a mellékletek tartalmazzák.

10.1 A vizsgált fogaskerékpár adatai

A vizsgált fogaskerékpár állandó fogmagasságú, körív fogirányvonalú kúpkerékpár. A geometriai méretezés az ANSI/AGMA 2005-D03 szabvány alapján készült. A legfontosabb geometriai adatokat a 10.1. táblázat, a részletes számításokat az 1. melléklet tartalmazza.

10.1 táblázat. A kúpkerékpár adatai

Megnevezés	Kisebb kúpkerék	Nagyobb kúpkerék
Fogsorszám	29	30
Tengelyszög, °	35	
Osztókúpszög, °	17,2	17,8
Homlokmodul, mm	4,79	
Külső osztókúphossz, mm	234,959	
Középső osztókúphossz, mm	214,959	
Fogszélesség, mm	40	
Fejmagasság, mm	3,876	3,715
Lábmagasság, mm	4,853	5,014
Kapcsolószög, °	20	
Foghajlásszög, °	30	

10.2 Szerszám- és gépbeállítási adatok

A nagykerék kétoldalas késfejjel, a két fogoldal egyidejű megmunkálásával, a kiskerék két fogoldala külön eljárásban, két egyoldalas késfejjel, külön-külön gépbeállítással készül. A szerszámok egyenes vágóéllal rendelkező késfejek. Ennek megfelelően a példában az 5. fejezetben bemutatott 1. modell valósul meg.

A szerszám adatokat a 10.2. táblázat, a gépbeállítási adatokat a 10.3. táblázat foglalja össze. A részletes számítások a 2. és a 3. mellékletben találhatók.

10.2. táblázat. Szerszám adatok

Megnevezés	Nagykerék		Kiskerék	
	domború fogoldal	homorú fogoldal	domború fogoldal	homorú fogoldal
Késfejsugár, mm	114,3		116,94	111,54
Fejszalag szélesség, mm	2,36		-	-
Profilszög, °	20	20	20	20

10.3. táblázat. Gépbeállítási adatok

Megnevezés	Nagykerék	Kiskerék	
		domború fogoldal	homorú fogoldal
Gépi lábkúpszög, °	17,8	17,2	
Gyártási áttétel	0,306	0,296	
Vágási mélység, mm	-5,014	-4,853	
Késfej sugárirányú koordináta, mm	186,285	186,219	186,369
Késfej szögkoordináta, °	-32,098	31,444	32,716
Osztókúp csúcspont a gépközéptől, mm	0	0	
Gyártási tengelytáv, mm	0	0	

10.3 A fejszalag-vastagság meghatározása

A 8. fejezetben bemutatott két számítási módszert alkalmaztam a számpélda nagykerékére. A részletes számításokat a 4. és az 5. melléklet tartalmazza. Az eredményeket a 10.4. és 10.5. táblázatok foglalják össze. Megállapítható, hogy a közelítő módszer mindhárom vizsgálati helyen kisebb értéket ad, mint a fogfelület modellekre alapozott, pontos eljárás. A legkisebb eltérés a fog közepén adódik, 1,4%, a két fogvégen 4,4 és 3.7 %. Természetesen egyetlen fogaskeréken elvégzett vizsgálatból nem vonható le általános következtetés, az azonban ajánlható, hogy igényesebb számításokhoz használjuk a nagyobb pontosságot kínáló módszert.

10.4. táblázat. Az AGMA módszerrel kapott eredmények

Megnevezés		Jel	Adat
Fejszalag-vastagság a normálsíkban, mm	a külső fogvégen	S_{vane}	2,765
	a fog közepén	S_{vann}	2,96
	a belső fogvégen	S_{vani}	2,503

10.5. táblázat. A felületmodellek alapján kapott eredmények

Megnevezés		Jel	Adat
Fejszalag-vastagság a normálsíkban, mm	a külső fogvégen	S_{vane}	2,894
	a fog közepén	S_{vann}	3,002
	a belső fogvégen	S_{vani}	2,599

10.4 Hálópontok CMM méréshez és VEM vizsgálatához

A 7. fejezetben bemutatott módszert alkalmaztam a minta fogaskerékpár nagykerékére. A részletes számításokat a 6. melléklet tartalmazza, az eredményeket a 10.6 és a 10.7. táblázat jeleníti meg.

10.6. táblázat. A hálópontok sugárirányú koordinátái

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	55,927	57,456	58,985	60,514	62,043	63,572	65,101	66,630	68,159
2	57,734	59,263	60,792	62,321	63,850	65,379	66,908	68,437	69,966
3	59,541	61,070	62,599	64,128	65,657	67,186	68,715	70,244	71,773
4	61,348	62,877	64,406	65,935	67,464	68,993	70,522	72,051	73,580
5	63,155	64,684	66,213	67,742	69,270	70,799	72,328	73,857	75,386

10.7. táblázat. A hálópontok tengelyirányú koordinátái

<i>L</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	186,805	191,566	196,326	201,087	205,847	210,608	215,368	220,129	224,889
2	186,225	190,985	195,746	200,506	205,267	210,027	214,788	219,548	224,309
3	185,645	190,405	195,166	199,926	204,687	209,447	214,207	218,968	223,728
4	185,064	189,825	194,585	199,346	204,106	208,867	213,627	218,388	223,148
5	184,484	189,244	194,005	198,765	203,526	208,286	213,047	217,807	222,568

10.5 Fogfelület pontok CMM méréshez és VEM vizsgálathoz

A fogfelület modellek segítségével, a hálópont koordináták ismeretében előállíthatók a fogfelületen lévő pontok koordinátái, valamint az adott pontokban a normálisok koordinátái. A részletes számítások a 7. és a 8. mellékletben található. Az eredményeket a 10.8-10.17. táblázatok foglalják össze. A fogfelület pontok z koordinátáiról nem készült táblázat, mivel azok megfelelnek a hálópontok L tengelyirányú koordinátáinak (10.7. táblázat).

10.8. táblázat. A domború fogoldal pontjainak x koordinátái

<i>x</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	55,53	57,25	58,92	60,51	62,01	63,38	64,59	65,6	66,36
2	57,38	59,09	60,74	62,32	63,8	65,13	66,3	67,26	67,96
3	59,24	60,93	62,57	64,12	65,57	66,87	67,99	68,88	69,51
4	61,12	62,79	64,4	65,92	67,32	68,57	69,64	70,47	71,02
5	62,99	64,64	66,21	67,69	69,05	70,25	71,25	72,01	72,47

10.9. táblázat. A domború fogoldal pontjainak y koordinátái

<i>y</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6,628	4,886	2,87	0,5695	-2,025	-4,926	-8,142	-11,68	-15,56
2	6,419	4,585	2,472	0,07034	-2,632	-5,644	-8,977	-12,64	-16,64
3	5,972	4,059	1,861	-0,6311	-3,429	-6,543	-9,982	-13,76	-17,88
4	5,331	3,345	1,069	-1,508	-4,395	-7,604	-11,14	-15,02	-19,25
5	4,514	2,461	0,111	-2,545	-5,517	-8,815	-12,45	-16,43	-20,76

10.10. táblázat. A homorú fogoldal pontjainak x koordinátái

<i>x</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	54,92	56,77	58,58	60,34	62,01	63,57	64,98	66,21	67,22
2	56,62	58,49	60,32	62,1	63,8	65,38	66,82	68,07	69,1
3	58,26	60,16	62,03	63,84	65,57	67,18	68,66	69,95	71,01
4	59,85	61,79	63,7	65,55	67,32	68,98	70,49	71,83	72,93
5	61,39	63,38	65,33	67,23	69,05	70,76	72,32	73,7	74,86

10.11. táblázat. A homorú fogoldal pontjainak y koordinátái

<i>y</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10,56	8,846	6,864	4,602	2,05	-0,8061	-3,976	-7,471	-11,3
2	11,29	9,549	7,533	5,232	2,635	-0,2699	-3,494	-7,048	-10,94
3	12,28	10,5	8,436	6,084	3,431	0,4659	-2,822	-6,446	-10,41
4	13,47	11,63	9,519	7,11	4,397	1,366	-1,992	-5,69	-9,738
5	14,81	12,93	10,76	8,291	5,512	2,414	-1,019	-4,795	-8,927

10.12. táblázat. *A domború fogoldal normálisainak x koordinátái*

<i>nx</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1175	0,1797	0,2408	0,301	0,3602	0,4181	0,4741	0,5278	0,5785
2	0,2478	0,2959	0,3448	0,3942	0,4436	0,4924	0,54	0,5857	0,6288
3	0,3367	0,3787	0,4218	0,4653	0,5089	0,5519	0,5937	0,6337	0,671
4	0,4086	0,4466	0,4855	0,5248	0,564	0,6025	0,6397	0,675	0,7076
5	0,4704	0,5052	0,5407	0,5765	0,612	0,6468	0,6801	0,7114	0,7398

10.13. táblázat. *A domború fogoldal normálisainak y koordinátái*

<i>ny</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,953	0,9353	0,9125	0,5695	0,8511	0,8119	0,7667	0,7152	0,6572
2	0,9375	0,915	0,8883	0,07034	0,8205	0,7789	0,7316	0,6786	0,6193
3	0,9156	0,8907	0,8616	-0,6311	0,7896	0,7462	0,6974	0,6429	0,5827
4	0,8907	0,8641	0,8333	-1,508	0,7582	0,7134	0,6633	0,6078	0,5467
5	0,8636	0,8358	0,8038	-2,545	0,7262	0,6803	0,6293	0,5729	0,5111

10.14. táblázat. *A domború fogoldal normálisainak z koordinátái*

<i>nz</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,2793	0,3049	0,3306	0,3563	0,382	0,4075	0,4329	0,4581	0,4831
2	0,2445	0,2742	0,3034	0,3322	0,3605	0,3885	0,4161	0,4433	0,4702
3	0,2199	0,2514	0,2824	0,3129	0,3429	0,3724	0,4015	0,4302	0,4585
4	0,1994	0,2322	0,2644	0,2961	0,3272	0,358	0,3883	0,4182	0,4477
5	0,1812	0,2149	0,2481	0,2808	0,313	0,3448	0,3761	0,407	0,4376

10.15. táblázat. *A homorú fogoldal normálisainak x koordinátái*

<i>nx</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-0,1482	-0,1338	-0,1109	-0,0831	-0,0521	-0,0188	0,016	0,052	0,0884
2	-0,3102	-0,2734	-0,2349	-0,1949	-0,1536	-0,1114	-0,0684	-0,0252	0,0179
3	-0,3911	-0,3512	-0,3095	-0,2663	-0,2218	-0,1763	-0,1301	-0,0835	-0,0369
4	-0,4507	-0,4094	-0,3663	-0,3216	-0,2756	-0,2284	-0,1804	-0,1318	-0,0831
5	-0,4984	-0,4566	-0,4129	-0,3675	-0,3206	-0,2724	-0,2233	-0,1735	-0,1234

10.16. táblázat. *A homorú fogoldal normálisainak y koordinátái*

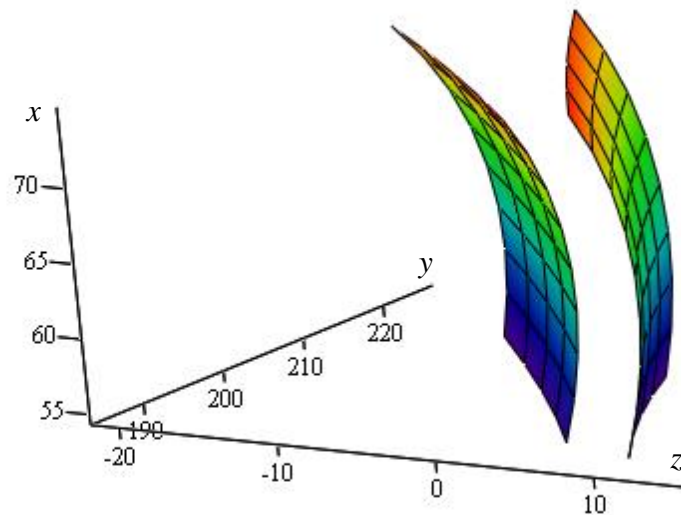
<i>ny</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,9195	0,9055	0,8917	4,602	0,8607	0,8423	0,8214	0,7976	0,7705
2	0,8568	0,8537	0,8487	5,232	0,8318	0,8192	0,8036	0,7845	0,7619
3	0,8097	0,8116	0,8115	6,084	0,8037	0,7955	0,7841	0,769	0,7502
4	0,7666	0,7724	0,7761	7,11	0,776	0,7715	0,7637	0,7522	0,7367
5	0,7255	0,7347	0,7418	8,291	0,7483	0,7472	0,7427	0,7344	0,7221

10.17. táblázat. *A homorú fogoldal normálisainak z koordinátái*

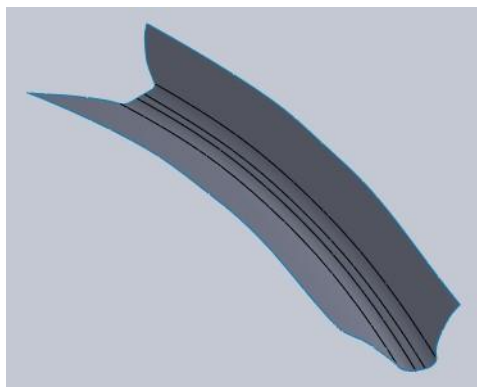
<i>nz</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,364	0,4027	0,4387	0,4731	0,5064	0,5387	0,5702	0,601	0,6312
2	0,412	0,4432	0,4738	0,5038	0,5334	0,5626	0,5913	0,6196	0,6475
3	0,4375	0,4669	0,4957	0,5241	0,5521	0,5797	0,6069	0,6337	0,6602
4	0,4575	0,4856	0,5133	0,5406	0,5674	0,5938	0,6199	0,6456	0,671
5	0,4745	0,5018	0,5285	0,5548	0,5807	0,6062	0,6313	0,6562	0,6807

A 10.7-10.11. táblázatok adatait felhasználva elkészíttem a két fogoldal valós helyzetben ábrázoló felületmodelljét (10.1. ábra).

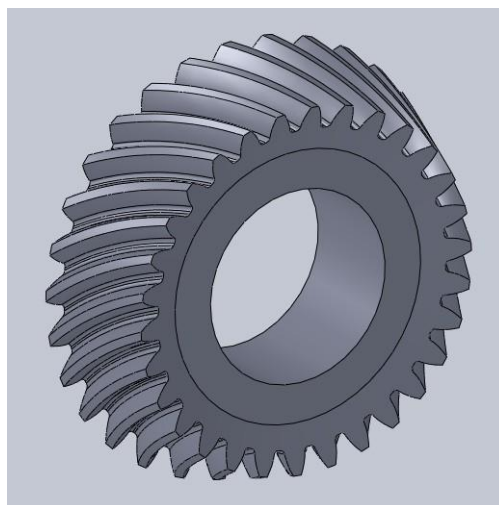
Az adatokat CAD szoftverrel feldolgozva, végeselemes vizsgálathoz előállítható a fogárok felületmodellje (10.2. ábra), majd annak felhasználásával a fogaskerék testmodellje (10.3. ábra).



10.1. ábra. A két fogoldal felületmodellje



10.2. ábra. A fogárok felületmodellje



10.3. ábra. A kúpkerek testmodellje

10.6 A kapcsolószám számítása

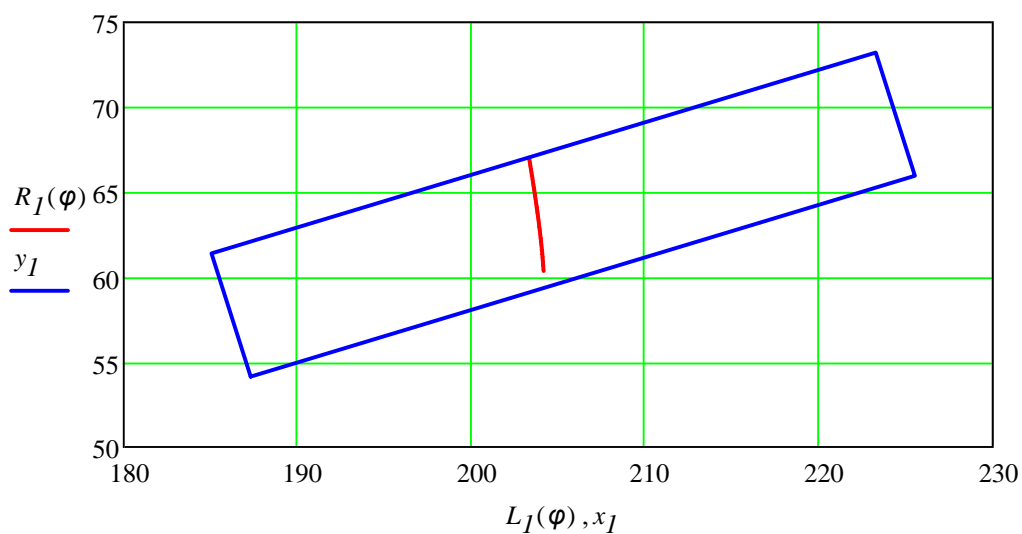
A minta fogaskerékpár adataival meghatároztam a kapcsolószámot a szakirodalomban elfogadott hagyományos módszerek szerint (9. melléklet), valamint a kapcsolóvonalra alapozott megoldással. Utóbbit az 5. fejezetben bemutatott két gyártási modellre alkalmaztam. A részletes számítások az 1. gyártási modell szerint a 10. mellékletben, a 2. modellre vonatkozóan a 11. mellékletben található. A számítások eredményeit a 10.18. táblázat foglalja össze.

10.18. táblázat. Kapcsolószámok

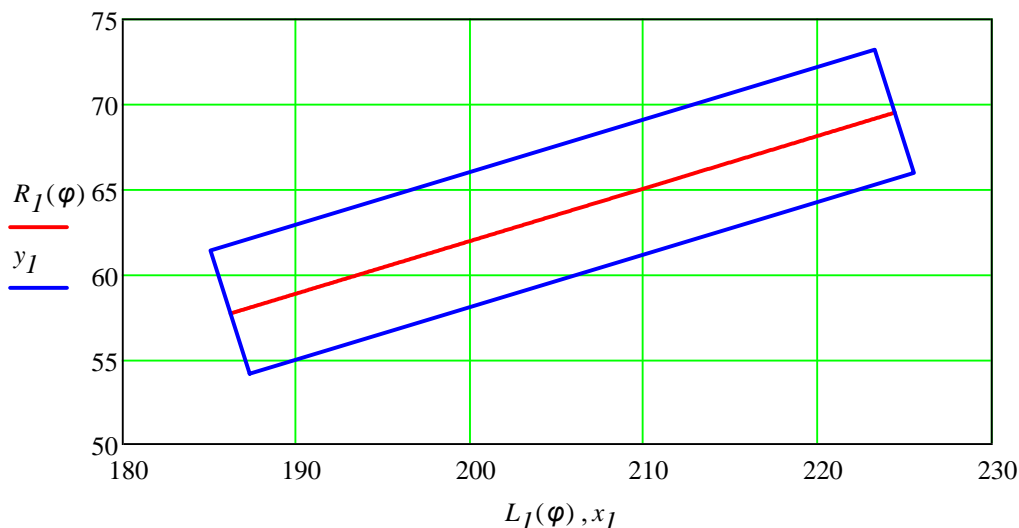
Számítási módszer	Profilkapcsolószám	Átfedés	Teljes kapcsolószám
Hagyományos	1,362	1,684	2,166
		1,677	2,160
		1,685	2,166
Kapcsolóvonalból 1. modellre	1,326	-	1,326
Kapcsolóvonalból 2. modellre	-	1,682	1,682

A kiértékeléshez bemutatom a két modell kiskerekének fogfelületén elhelyezkedő kapcsolóvonalat a 10.4. és a 10.5. ábrán. Az ábrák alapján látható, hogy az 1. modell profil mentén, a 2. modell tisztán foghossz mentén kapcsolódik, vagyis kétféle hordkép lokalizációt testesít meg.

A 10.18. táblázat adatait megvizsgálva megállapítható, hogy a hagyományos számítási módszerek mindkét modellre ugyanazt az eredményt adják, vagyis csak teljes hordkép esetén, vonalmenti érintkezésre lehetnek érvényesek. A virtuális hengeres kerekek alkalmazása miatt ott is közelítő jelleggel. Lokalizált hordkép, vagyis pontérintkezésű fogazat esetén a valóságot túlzóan meghaladó kapcsolószámot adnak. Az 1. modell esetében mintegy 63%-kal, a 2. modellnél 29%-kal haladják meg a valóságos értéket. Fontos megjegyezni, hogy az ívelt fogú kúpkerékek az élfelfekvés elkerülésére lokalizált hordképpel rendelkeznek.



10.4. ábra. Kapcsolóvonal a kiskeréken az 1. gyártási modell esetén



10.5. ábra. Kapcsolóvonal a kiskeréken a 2. gyártási modell esetén

A saját fejlesztésű számítások a valós kapcsolódást írják le, figyelembe véve a hordkép lokalizációt. Terheletlen állapotra érvényesek. Terhelés hatására a hordkép „kiterül”, ezért a terhelés alatti kapcsolószámok nagyobbak az itt meghatározott értékeknél.

10.7 A kapcsolóvonal változása szerelési hibák hatására

A kutató munka részeként elkészült egy matematikai szoftverre épülő fogérintkezést elemző (kvázi TCA) program. Az elméleti háttérrel a 6. fejezet ismeretanyaga szolgáltatja. A program végeredményként a fogfelületeken a kapcsolóvonalat, vagyis a kapcsolódó pontok összességét szolgáltatja. Emellett a kapcsolószám is meghatározható, a kapcsolódás határpontjainak ismeretében. A program további lehetőséget biztosít a beállítási hibák, így a két fogaskerék tengelyirányú beállítási pontatlanságának, a tengelytáv hibának és a tengelyszög hibának a figyelembevételére. A tervezés szakaszában elvégezhető az egyes hibák kapcsolóvonalra, azon keresztül a hordképre gyakorolt hatásának vizsgálata.

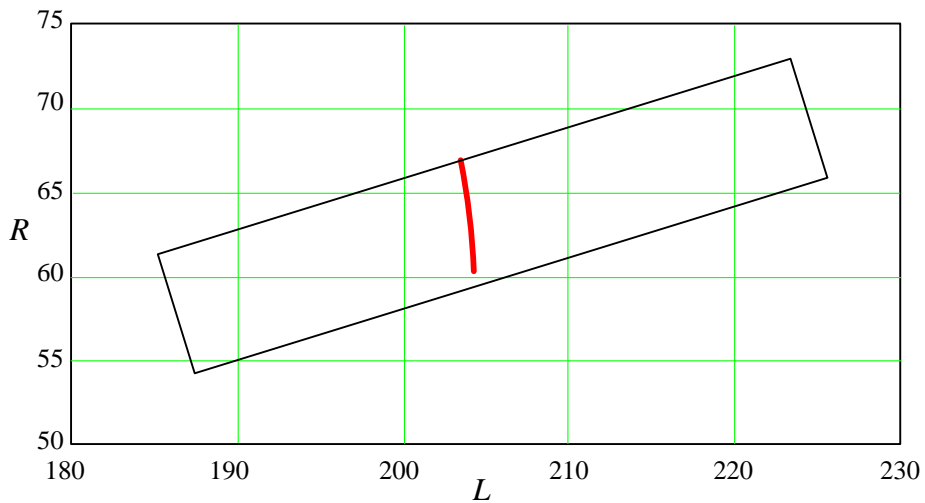
A program gyakorlati alkalmazására elemzés készült a mintapélda adataival az 1. gyártási modellt figyelembe véve. A hibátlan beállítási adatokkal készült számítás a 12. melléklet tartalmazza. Eredményként a 10.6. és a 10.7. ábrán látható kapcsolóvonal adódott a két kapcsolódó fogaskerék fogfelületén.

Az ábrákon a téglalap alakú keret a hasznos fogfelületet jelöli, amit a fejkúpok, valamint a mellső ill. hátsó a kúpok alkotói határolnak. A kapcsolóvonalat az R sugárirányú és az L tengelyirányú koordináták adják. A számértékek mm-ben értendők.

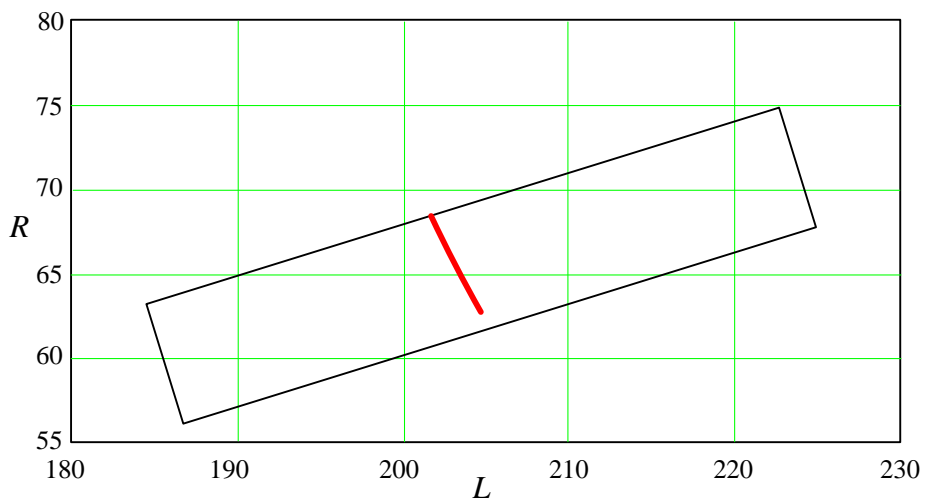
A továbbiakban a kiskerék fogfelületén megvizsgáljuk a kapcsolóvonal változását a különféle szerelési hibák hatására. A vizsgálatok a kiskerék adott elfordulási szög tartományában készültek, melyet a hibamentes állapothoz határoztunk meg. Az eredmények feldolgozása diagramokon történt, melyeken az adott hibafajta többféle értékéhez tartozó kapcsolóvonal mellett mindig szerepel a hibamentes állapot is.

A szerelési hibák értelmezése a 6.1. ábrán látható. ΔA_1 a kiskerék, ΔA_2 a nagykerék tengelyirányú szerelési hibája, ΔE a tengelytáv hiba, $\Delta \gamma$ a tengelyszög hiba.

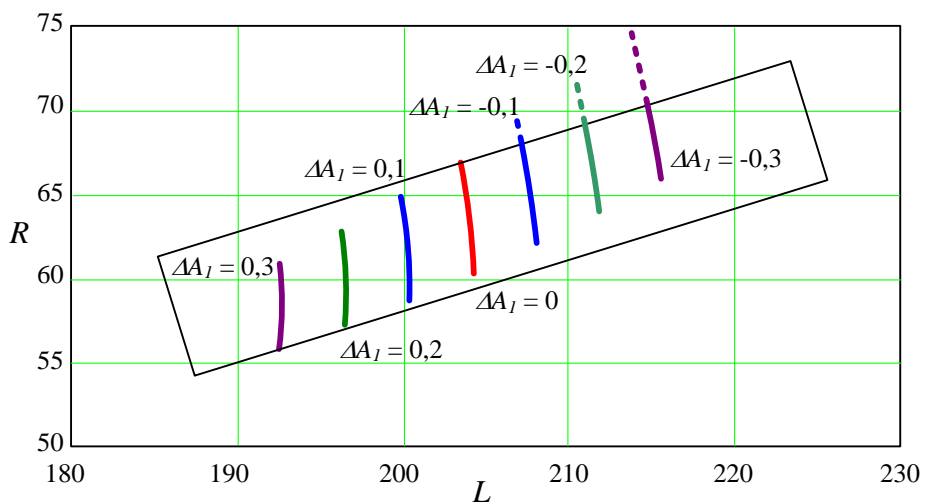
A vizsgálatok eredményeit a 10.8.- 10.11. ábrák tartalmazzák. Az ábrákon ΔA_1 , ΔA_2 és ΔE számértékei mm-ben, $\Delta \gamma$ fokban szerepelnek.



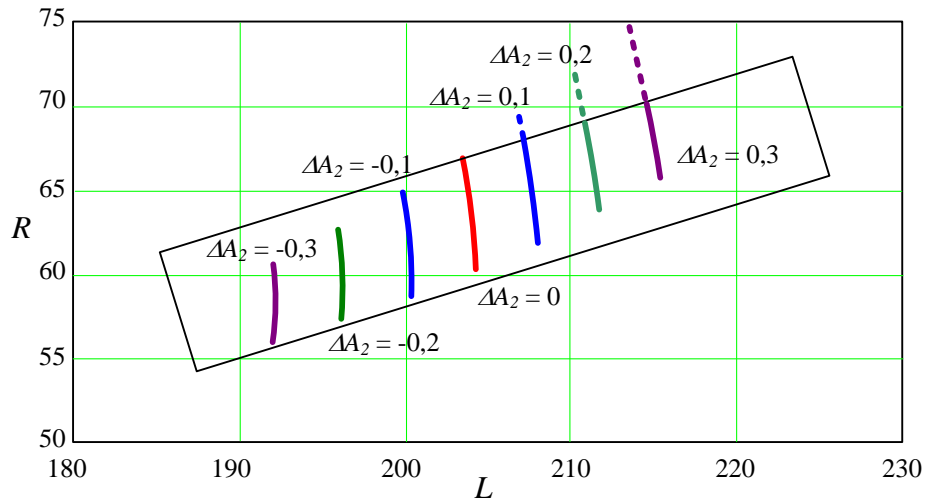
10.6. ábra. Beállítási hibától mentes kapcsolóvonal a kiskeréken



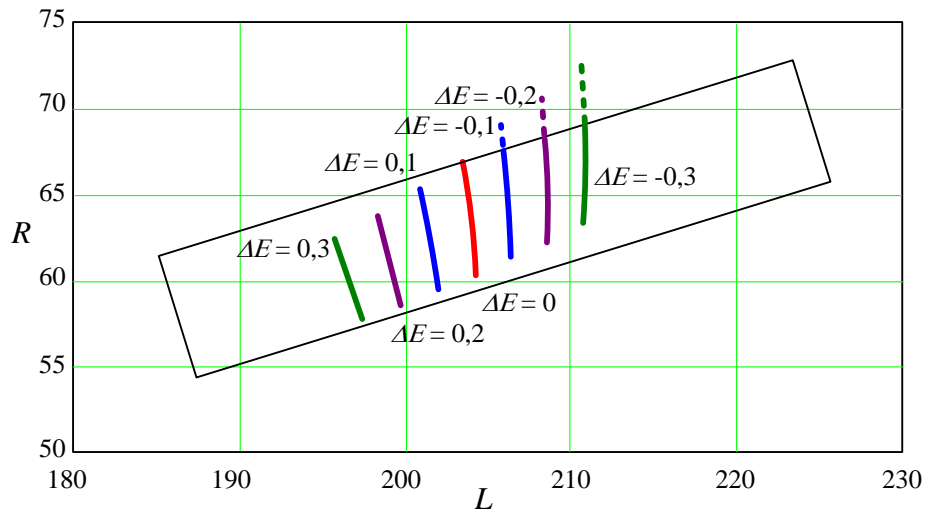
10.7. ábra. Beállítási hibától mentes kapcsolóvonal a nagykeréken



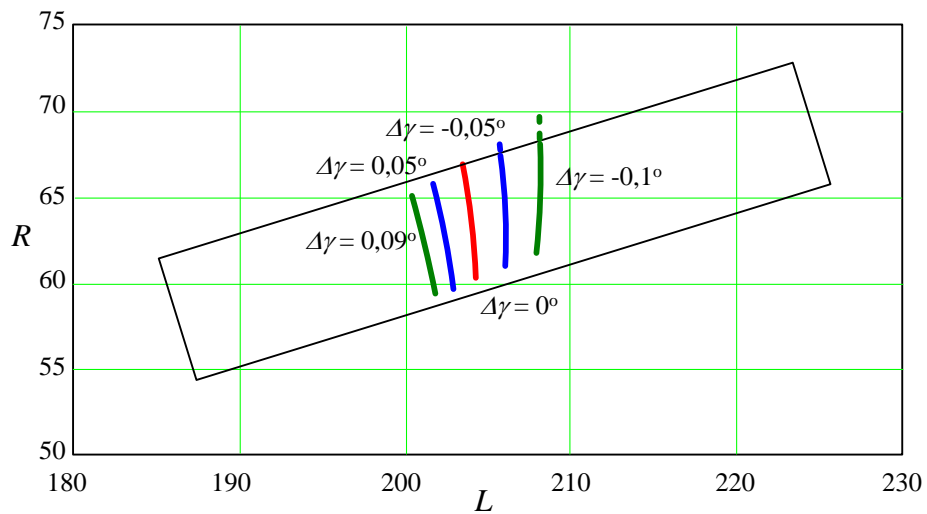
10.8. ábra. A kapcsolóvonal változása a kiskerék ΔA_I tengelyirányú szerelési hibája hatására



10.9. ábra. A kapcsolóvonal változása a nagykerék ΔA_2 tengelyirányú szerelési hibája hatására



10.10. ábra. A kapcsolóvonal változása a tengelytáv ΔE hibája hatására



10.11. ábra. A kapcsolóvonal változása a tengelyszög $\Delta \gamma$ hibája hatására

A 10.8. ábra a kiskerek ΔA_1 szerelési hibájának a kapcsolóvonalra gyakorolt hatását mutatja be. ΔA_1 növekvő pozitív értékeihez a kapcsolóvonal belső fogvég irányába történő eltolódása látható. Egyidejűleg a kapcsolóvonal rövidül, melynek következménye a kapcsolószám csökkenése. ΔA_1 negatív tartományában hasonló jelenség tapasztalható, de a kapcsolóvonal eltolódása a külső fogvég felé történik. ΔA_1 negatív értékeinél a kapcsolóvonal a fejkúpból kilép, amit a szaggatott vonal jelöl. Természetesen ezen a szakaszon nincs valós kapcsolódás.

A 10.9. ábrán a nagykerék ΔA_2 szerelési hibájának következményeit figyelhetjük meg. A 10.8. ábrával egybevetve feltűnő a hasonlóság. Az érdemi eltérés ott van, hogy ΔA_2 -nek ΔA_1 -hez képes ellentétes előjelű értékeinél következik be hasonló változás, mint a 10.8. ábrán.

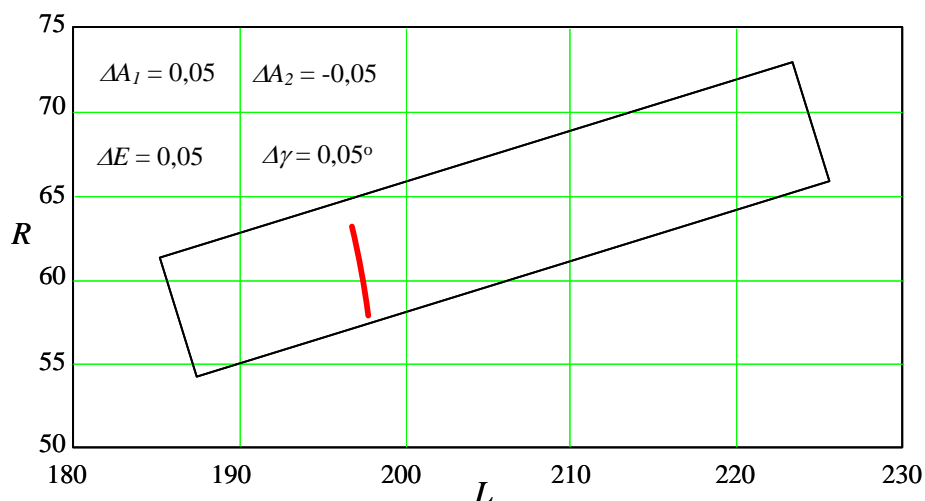
A 10.10. ábra a tengelytáv eltérés hatását jeleníti meg. A változás jellege a 10.8. ábrával van összhangban. ΔE pozitív értékei mellett a kapcsolóvonal a belső fogvég felé, a negatív értékeknél a külső fogvég felé tolódik. $\Delta E < 0$ tartományban itt is megfigyelhetők a hasznos területből kilépő kapcsolóvonalak, azonban jelentős rövidülésük nem tapasztalható, így a kapcsolószám viszonylag stabil marad.

A 10.11. ábra $\Delta \gamma$ tengelyszög eltérés hatását mutatja be a kapcsolóvonalra. A változás jellege hasonló ΔA_1 és ΔE esetében tapasztaltakhoz. A vizsgált tartományban a kapcsolóvonalak a foghossz közepén, egy viszonylag keskeny sávban helyezkednek el. Hosszuk jelentősen nem csökken, így a kapcsolószám viszonylagos állandósága fenntartható.

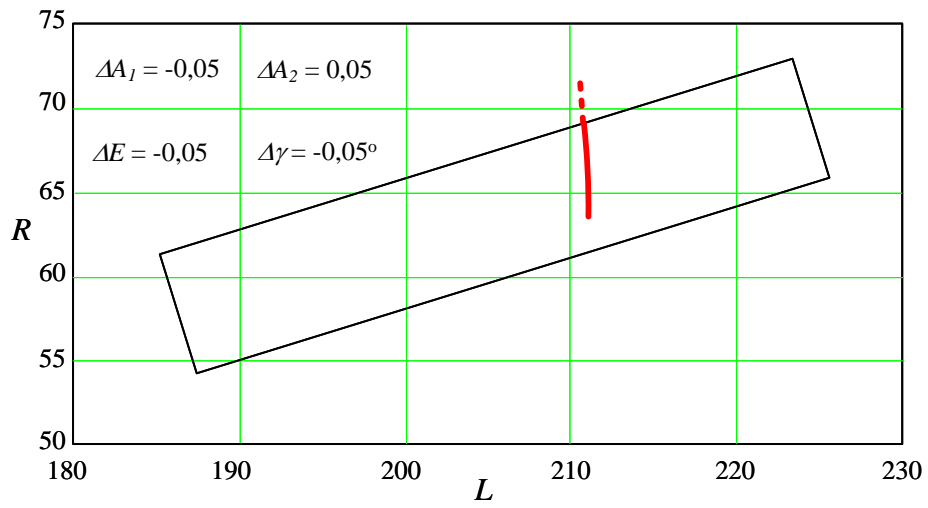
Általános következtetésként megállapítható, hogy az egyes szerelési hibák önmagukban nem befolyásolják a kapcsolóvonal profil irányú elhelyezkedését.

Több hiba együttes előfordulásának hatását vizsgáltuk $\Delta A_1 = -0,05 \text{ mm} \dots 0,05 \text{ mm}$, $\Delta A_2 = -0,05 \text{ mm} \dots 0,05 \text{ mm}$, $\Delta E = -0,05 \text{ mm} \dots 0,05 \text{ mm}$ és $\Delta \gamma = -0,05^\circ \dots 0,05^\circ$ tartományban. Megállapítottuk, hogy a legkedvezőtlenebb esetek a $\Delta A_1 = 0,05 \text{ mm}$, $\Delta A_2 = -0,05 \text{ mm}$, $\Delta E = 0,05 \text{ mm}$ és $\Delta \gamma = 0,05^\circ$ ill. a $\Delta A_1 = -0,05 \text{ mm}$, $\Delta A_2 = 0,05 \text{ mm}$, $\Delta E = -0,05 \text{ mm}$ és $\Delta \gamma = -0,05^\circ$ értékekhez tartoznak. Ezt a két esetet mutatja be a 10.12. és a 10.13. ábra.

A kapcsolóvonal mindkét esetben megtartja profil irányú helyzetét, miközben a foghossz mentén elmozdul a belső, ill. a külső fogvég felé. Élfelfekvés veszélye nem áll fenn.



10.12. ábra. Szerelési hibák együttes hatása



10.13. ábra. Szerelési hibák együttes hatása

11 Tézisek – Új tudományos eredmények

- T1. A fogfelületek matematikai modellezésére alapozva új módszert dolgoztam ki az ívelt fogú kúpkerék fejszalag-vastagságának számítására. A korábban ismert eljárás a helyettesítő hengeres kerékpárra épült és ennek megfelelően közelítő pontosságú volt. Az új módszer a fogfelületek pontos leírásával a fejszalag-vastagság számítására is pontos megoldást ad, lehetővé téve a fogkihegyesedés észlelését és kiküszöbölését a tervezési fázisban.

Várkuli, Miklós Gábor; Bognár, Gabriella; Szente, József

New top land computing method for spiral bevel gears

PERIODICA POLYTECHNICA-MECHANICAL ENGINEERING 67 : 3 pp. 1-7. , 7 p. (2023) (Q3)

- T2. A fogfelületek matematikai modellezését felhasználva elkészítettem a fogfelületek koordináta-mérőgépen történő ellenőrzéséhez szükséges ponthálót, melyet az elméleti fogfelületre illesztve meghatároztam az adott pontok koordinátáit, melyek referencia értéként szolgálnak. Az elméleti fogfelület adatait egybevetve a kész fogaskerék mért értékeivel, elvégezhető a pontossági kiértékelés.

Determinaton of tooth surface points on bevel gears for checking on a coordinate measuring machine

DESIGN OF MACHINES AND STRUCTURES 13 : 1 pp. 131-139. , 9 p. (2023)

- T3. A 2. tézisben bemutatott eljárás eredményeként mindkét fogoldalra rendelkezésre állnak a fogfelületi pontok koordinátái, melyek felhasználásával egy alkalmasan választott CAD rendszerben felületmodellezéssel előállítható a fogaskerék vége-selelemes vizsgálatra alkalmas CAD modellje.

Kúpkerék fogfelületek matematikai modellezése vége-selelemes vizsgálatához

Mathematical model of spiral bevel gears for finite element analysis

GÉP 2022/3-4 pp. 98-103., 6 p. (2022)

- T4. A fogkapcsolódás elemzésére számítógépes eljárást dolgoztam ki, mely alkalmas a kapcsolódási pontok helyének meghatározására, azok összességüként a kapcsolóvonal előállítására, továbbá a beállítási hibák kapcsolódásra gyakorolt hatásának vizsgálatára.

- T5. A 4. tézisben bemutatott számítógépes eljárással új módszert dolgoztam ki az ívelt fogú kúpkerék kapcsolószámának meghatározására. A valós működés modellezése révén a kapcsolószám pontosan meghatározható. A szakirodalomban fellelhető eddigi számítási módszerek a helyettesítő hengeres kerékpárra épülnek, és nem alkalmasak a lokalizált hordkép figyelembevételére.

Contact ratio of spiral bevel gears

LECTURE NOTES IN MECHANICAL ENGINEERING Vehicle and Automotive Engineering 4 pp. 103-110., 8 p. (2022) (Q3)

12 Összefoglalás

Doktori értekezésemben olyan matematikai megoldások kidolgozására törekedtem, melyek segítségével pontosabb tervezési és ellenőrzési lehetőségek nyílnak az ívelt fogú kúpkerékek vonatkozásában.

Az eddigi szakirodalomban elfogadott eljárásokra alapozva olyan módszert dolgoztam ki, melynek segítségével már nem csak közelítő, hanem pontos matematikai leírást tudunk adni a fejszalag-vastagság számítására. Az új eljárásra alapozva lehetőség nyílik olyan pontháló létrehozására, melyeket az elméleti fogfelületre illesztve, pontos referencia koordináták nyerhetők, és ezeket össze lehet vetni egy már elkészült fogaskerék koordináta-mérőgépen mért értékeivel. Ez lehetővé teszi az esetleges gyártási pontatlanságok felderítését, továbbá a matematikailag előállított pontháló segítségével 3D CAD modellek hozhatók létre, amit megfelelő VEM szimulációkban alkalmazhatunk további optimalizálási és hibanalitikai céllal.

A fentiekén túl kidolgoztam egy eljárást a fogazat kapcsolódás elemzésére, melynek segítségével meghatározhatók a kapcsolódási pontok és előállítható a kapcsolóvonal. Ez a megoldás lehetőséget biztosít a szerelési hibák kapcsolódásra gyakorolt hatásának vizsgálatára is. Erre az eljárásra építve olyan módszert dolgoztam ki az ívelt fogú kúpkerékek kapcsolószámának meghatározására, mely lokalizált hordkép esetén is érvényes. Az eddigi közelítő eljárásokkal szemben tehát itt valós működési és kapcsolódási viszonyoknak megfelelő állapotot tudunk vizsgálni, így a kapcsolószám is pontosan meghatározható.

Az említett eljárások eredményeként az ívelt fogú kúpkerékek tervezését hatékonyan segítő megoldásokat dolgoztam ki.

13 Summary

In my doctoral dissertation, I sought to develop mathematical solutions that would allow for more accurate planning and control possibilities for connecting bevel gears with curved teeth. Based on the procedures accepted in the literature so far, we have managed to develop a method which can give us not only an approximate, but also an accurate mathematical description of the calculation of the headband thickness.

Based on the new procedure, it is possible to create point mesh that can be fitted to the theoretical tooth surface to obtain precise reference coordinates and compare them with the coordinates measured on an already completed gear with the help of 3D measuring tools. This makes it possible to detect manufacturing inaccuracies, and with the help of the mathematically produced point mesh, 3D CAD models can be created, which can be used in appropriate VEM simulations for further optimization and error correctional purposes.

In addition to the above mentioned results, a procedure has been developed for the analysis of tooth coupling, with the help of which the connection points can be determined and the switching line can be produced. This solution also provides the ability to investigate the impact of machine setup failures on connectivity. Based on this procedure, I developed a method for determining the number of switches of curved-toothed bevel wheels that already takes into account the localized contact image. In contrast to the approximate procedures so far, we can examine here a condition corresponding to real operating and connection conditions, so the contact number can also be accurately determined. As a result of these procedures, we have developed a much more accurate method for analyzing real production and gear contact relationships.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella Tanátnőnek és Dr. Sente József Tanár Úrnak a rengeteg, felbecsülhetetlen értékű segítségért és iránymutatásért, mellyel a kutatási és disszertációs munkámat az évek során rendületlenül segítették. További köszönet illeti Professzor Dr. Eleőd András és Dr. Lelkes Márk opponenseket, akik értékes javaslataikkal és a disszertációs munkám alapos ellenőrzésével rengeteg segítettek munkám tökéletesítésében. Mindennyiuknak kívánok a továbbiakban jó egészséget és további szakmai sikereket.

Irodalomjegyzék

- [AGM06] **AGMA 929-A06**: *Calculation of Bevel Gear Top Land and Guidance on Cutter Edge Radius*. AGMA Information Sheet. 2006. 43 p.
- [ANS01] **ANSI/AGMA 2009-B01**: *Bevel Gear Classification, Tolerances, and Measuring Methods*. American Gear Manufacturers Association, 2009. 76 p.
- [ANS03] **ANSI/AGMA 2005-D03**: *Design Manual for Bevel Gears*. American Gear Manufacturers Association, 2006. 102 p.
- [APR79] **Apró Ferenc**: *3K típusú fogaskerék-bolygóművek tervezése. Kandidátusi értekezés*, Miskolc, 1979.
- [ART10] **Artoni, A.; Kolivand, M.; Kahraman, A.**: *An ease-off based optimization of the loaded transmission error of hypoid gears*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 132, 2010, 011010.
- [ART13] **Artoni, A.; Gabbicini, M.; Kolivand, M.**: *Ease-off based compensation of tooth surface deviations for spiral bevel and hypoid gears: Only the pinion needs corrections*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 61, 2013, pp. 84–101.
- [BAL07] **Óváriné Balajti Zsuzsanna**: *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése. PhD értekezés*, Miskolc, 2007.
- [BÁN07] **Bányai Károly**: *Új típusú spiróid hajtások gyártásgeometriája, elemzése. PhD értekezés*, 2007.
- [BAX60] **Spear, G.M.; King, C.B.; Baxter, M.L.**: *Helixform bevel and hypoid gears*. Transactions of the ASME Journal of Engineering Power, 1960. pp. 179-190.
- [BAX61a] **Baxter, M.L.**: *Basic geometry and tooth contact of hypoid gears*. The Journal of the Industrial Mathematics, Vol 11, 1961. pp. 19-43.
- [BAX61b] **Baxter, M. L.**: *Effect of misalignment on tooth action of bevel and hypoid gears*. ASME Paper 61-MD-20; 1961. 8 p.
- [BAX66a] **Baxter, M. L.**: *Exact determination of tooth surfaces for spiral bevel and hypoid gears*. AGMA 139.02. 1966. 9 p.
- [BAX66b] **Spear, G.M.; Baxter, M.L.**: *Adjustment characteristics of spiral bevel and hypoid gears*. ASME Paper 66-MECH-17, 1966. 8 p.
- [BAX73] **Baxter, M.L.**: *Second-order surface generation*. The Journal of the Industrial Mathematics, Vol. 23, Part 2; 1973. pp. 85-106.
- [BAX86] **Chao, H.C.; Baxter, M.; Cheng, H.S.**: *A computer solution for the dynamic load, lubricant film thickness, and surface temperatures in spiral-bevel gears*. Gear Technology, March/April 1986. pp. 9-15, 26-30.
- [BER77] **Bercsey Tibor**: *Toroidhajtások elmélete. Kandidátusi értekezés*, Budapest, 1977.
- [BIB97] **Bibel, G. D.; Handschuh, R. F.**: *Meshing of a Spiral Bevel Gear Set With 3-D Finite Element Analysis*. Gear Technology, March/April 1997. pp. 44-47.
- [BIH17] **Bihari János**: *Kisméretű műanyag fogaskerekek tervezési és fejlesztési kérdései. PhD értekezés*, Miskolc, 2017.
- [BOD14] **Bodzás Sándor**: *Kúpos csiga-, tányérkerék-, és szerszám kapcsolódásának elemzése. PhD értekezés*, Miskolc, 2014.
- [BOT53] **Botka Imre**: *Egységes magyar homlokkerék fogazási rendszer. Mérnöki Továbbképző Intézet*. Budapest. 1953. (hármás kiegyenlítés, az általános evolvens fogazás interferenciája)

- [BOT56] **Szabadalmi leírás 143.169 szám. Ganz Vagon és Gépgyár, Botka Imre:** *Eljárás homlokfogaskerekek gyártására.* Bejelentve: 1954. 06. 05. Megjelent: 1956. 08.01.
- [BOT64] **Botka Imre:** *Fogaskerék-méretezés kiegyenlített kontakt-hőmérsékletre.* GÉP XVI. évf, 1964, 11. sz., pp. 425-430.
- [CHA87] **Chambers, R. O.; Brown, R. E.:** *Coordinate Measurement of Bevel Gear Teeth.* SAE Technical Paper 871645. 12 p.
- [CHA97] **Chang, S-L.; Tsay, C-B; Nagata, S.:** *A General Mathematical Model for Gears Cut by CNC Hobbing Machines.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 119, 1997. pp. 108-113.
- [COL52] **Coleman, W.:** *Improved Method for Estimating the Fatigue Life of Bevel Gears and Hypoid Gears.* SAE Quaterly Transactions, Vol. 2, No. 6, April 1952. pp. 314-330.
- [COL67] **Coleman, W.:** *A Scoring Formula for Bevel and Hypoid Gear Teeth.* Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, 1967. pp. 114-123.
- [COL68] **Coleman, W.:** *Bevel and Hypoid Gear Surface Durability: Pitting and Scuffing.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 182, 1967-68. pp. 191-204.
- [COL69a] **Coleman, W.:** *A Scoring Formula for Bevel and Hypoid Gear Teeth.* Gleason Works SD 4079, July 1969. 13 p.
- [COL69b] **Coleman, W.:** *A New Perspective on the Strength of Bevel Gear Teeth.* Gleason Works SD 4091A, October 1969. 17 p.
- [COL75a] **Coleman, W.:** *Analysis of mounting deflections of bevel and hypoid gears.* SAE Technical Paper 750152, 1975. 20 p.
- [COL75b] **Coleman, W.:** *Effect of mounting displacements of bevel and hypoid gear tooth strength.* SAE Technical Paper 750151, 1975. 12 p.
- [CZÉ10] **Czégé Levente:** *Fokozat nélküli kapcsolt bolygó műves sebességváltók tervezési kérdései.* PhD értekezés, Miskolc, 2010.
- [DAS17] **Das, A.:** *Finite Element Stress Analysis of Spiral Bevel Gear.* International Journal of Engineering and Technology, Vol. 9, No. 2, Apr/May 2017. pp. 616-627.
- [DEB21] **Debreczeni Dániel:** *Evolvens, külső fogazatú, hengeres fogaskerékpárok fogtőteherbírásának és egyfőpármerevségének geometria függése.* PhD értekezés, Miskolc, 2021.
- [DEV05] **Devecz, J.; Eleőd, A.; Török, I.; Márialigeti, J.; Glodez, S.; Ulbin, M.:** *Fogfelületek igénybevételének néhány speciális modellezési kérdése.* GÉP, LVI. évf., 2005., 9.-10. szám, pp. 31-34.
- [DIN88] **DIN 3991:** *Tragfähigkeitberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung.* 1988.
- [DÖB86] **Döbröczöni Ádám:** *Naguzsenoszt' elementov zubcsatogo zaceplenyija planetarnüh peredacs (Load of elements of planetary gear drives).* Az Odesszai Műszaki Egyetemen megvédett kandidátusi értekezés. Odessza, 1986.
- [DÖB91] **Döbröczöni Ádám:** *Load Distribution in Planetary Gear Drives.* Proceedings of the International Conference on Motion and Power Transmissions. Hiroshima, 1991, pp: 739-744.
- [DRA87] **Drahos István:** *A kinematikai gyártásgeometria alapjai.* Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1987.
- [DRO01] **Drobni József:** *Korszerű csigahajtások.* Tenzor Kft, Miskolc, 2001.

- [DRO67] **Drobni József:** *Köszörülhető globoid csigahajtások.* Kandidátusi értekezés, Budapest, 1967.
- [DUD00] **Dudás Illés:** *The Theory and Practice of Worm Gear Drives.* Penton Press, London, UK, 2000.
- [DUD04] **Dudás Illés:** *The Theory and Practice of Worm Gear Drives.* Kogan Page US., Sterling, USA, 2004.
- [DUD07] **Dudás Illés:** *Csigahajtások elmélete és gyártása.* Műszaki Kiadó, Budapest, 2007.
- [DUD80] **Dudás Illés:** *Ívelt profilú csigahajtások szerszámozásának és gyártásának fejlesztése.* Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1980.
- [DUD88] **Dudás Illés:** *Csavarfelületek gyártásának elmélete.* Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1988.
- [DUD91] **Dudás László:** *Kapcsolódó felületpárok gyártásgeometriai feladatainak megoldása az elérés modell alapján.* Kandidátusi értekezés, Budapest, 1991.
- [ELE79] **Eleőd András:** *Fogaskerék-hajtóművek kenéstechnikai ellenőrzése az elasztohidrodinamikus kenési állapot kialakulásának szempontjából.* BME Gépelemek Tanszék közleményei, 6. 1979.
- [ELE80] **Eleőd András:** *Áthajtóművek teljesítményének növelése az olajtérben elhelyezett hűtőcső rendszerrel.* BME Gépelemek Tanszék közleményei, 21. 1980.
- [ELE83] **Eleőd András:** *Fogazatok súrlódása és kenése. 9. fejezet* In: Erney György (szerk.) *Fogaskerek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983 pp. 251-283.
- [ERN59] **Erney György:** *Fogaskerek mérése és gyártásellenőrzése.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1959.
- [ERN83] **Erney György:** *Fogaskerek.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983.
- [FAN06] **Fan, Q.:** *Computerized Modeling and Simulation of Spiral Bevel and Hypoid Gears Manufactured by Gleason Face Hobbing Process.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 128, 2006. pp. 1315-1327.
- [FAN07a] **Fan, Q.:** *Enhanced Algorithms of Contact Simulation for Hypoid Gear Drives Produced by Face-Milling and Face-Hobbing Processes.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 129, 2007. pp. 31-37.
- [FAN07b] **Fan, Q.; Wilcox, L.:** *New Developments in Tooth Contact Analysis (TCA) and Loaded TCA for Spiral Bevel and Hypoid Gear Drives.* Gear Technology, May 2007. pp. 26-35.
- [FAN08] **Fan, Q.; DaFoe, R. S.; Swanger, J. W.:** *Higher-Order Tooth Flank Form Error Correction for Face-Milled Spiral Bevel and Hypoid Gears.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 130, 2008. 072601.
- [FAN10] **Fan, Q.:** *Tooth Surface Error Correction for Face-Hobbed Hypoid Gears.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 132, 2010. 011004.
- [FAN11] **Fan, Q.:** *Optimization of Face Cone Element for Spiral Bevel and Hypoid Gears.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 133, 2011. 091002.
- [FAN16] **Fan, Q.:** *Ease-Off and Application in Tooth Contact Analysis for Face-Milled and Face-Hobbed Spiral Bevel and Hypoid Gears.* In: *Theory and Practice of Gearing and Transmissions*; Springer, Cham, Germany, 2016; pp. 321–339.
- [FON91] **Fong, Z. H.; Tsay, C-B.:** *A Mathematical Model for the Tooth Geometry of Circular-Cut Spiral Bevel Gears.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 113, 1991. pp. 174-181.

- [FON00] **Fong, Z-H.:** *Mathematical Model of Universal Hypoid Generator With Supplemental Kinematic Flank Correction Motions.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 122, 2000. pp. 136-142.
- [GLE81] *Understanding Tooth Contact Analysis.* The Gleason Works, 1981. 10 p.
- [GOL16] **Goldfarb, V.;** **Barmina, N.** (Editors): *Theory and Practice of Gearing and Transmissions. In Honor of Professor Faydor L. Litvin.* Springer, Mechanisms and Machine Science, Volume 34, 2016.
- [GRO10] **Groma István:** *Térbeli fogazott hajtópárok gyártásgeometriai viszonyainak matematikai modellezése és szimulációja.* PhD. értekezés, Budapest, 2010.
- [HAN91] **Hands Schuh, R. F.;** **Litvin, F. L.:** *How to Determine Spiral Bevel Gear Tooth Geometry for Finite Element Analysis.* NASA Technical Memorandum 105150. 8 p.
- [HÁZ78] **Házkötő István:** *Hullámhajtómű fogazatok határproblémái.* Műszaki doktori értekezés, BME, Budapest, 1978.
- [HÁZ86] **Házkötő István:** *Rövid hullámkerékű hullámhajtóművek fejlesztése Magyarországon.* Kandidátusi értekezés, Nemzeti Kutatási Technológiai Egyetem „MISIS”, Moszkva, 1986.
- [HEG88] **Hegyháti József:** *Untersuchungen zur Anwendung von Spiroidgetrieben.* Dissertation, TU Dresden, 1988.
- [HOR03] **Horák Péter:** *Körívprofilú csigahajtópárok tribológiai vizsgálata.* PhD értekezés, Budapest, 2003.
- [HOT90] **Hotchkiss, R. G.:** *The Application of the Face Milling and Face Hobbing Processes on the Gleason Phoenix Universal Generators.* The Gleason Works, 1990. 10 p.
- [ISO01] **ISO 10300-1:** *Calculation of load capacity of bevel gears. Part 1: Introduction and general influence factors.* International Standard. 2001. 55 p.
- [ISO06] **ISO 23509:** *Bevel and hypoid gear geometry.* 2006. 147 p.
- [KAM85] **Kamondi László:** *Ferdefogú hengeres fogaskerékpár kapcsolódásából származó rezgés-gerjesztésének és a kapcsolómező nagyságának összefüggése.* Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1985.
- [KAM97] **Kamondi László:** *Hengeres ferde fogú fogaskerékpárok kapcsolódásából származó rezgésgerjesztésének csökkentési lehetőségei.* PhD értekezés, Miskolc, 1997.
- [KLI16] **Klingenberg, J.** (Ed.): *Bevel Gear. Fundamentals and Application.* Springer, 2016.
- [KOL10] **Kolivand, M.;** **Kahraman, A.:** *An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 132, 2010, 071004.
- [KOL75] **Kolonits Ferenc:** *Hőfokvillám-kiegyenlítés egyenesfogú evolvens kerekeken.* Műszaki Tudomány, 49, 1975, pp: 353-370.
- [KOL76] **Kolonits Ferenc:** *Fogaskerék-villámhőmérséklet II. A változó kapcsolódási viszonyok hatása.* Műszaki Tudomány, 52, 1976, pp. 183-198.
- [KRE76] **Krenzer, T. J.:** *The effect of cutter radius on spiral bevel and hypoid tooth contact behavior.* AGMA Paper No. 129.21; 1976.
- [KRE81] **Krenzer, T. J.:** *Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel and Hypoid Gears Under Load.* SAE Paper 810688, 1981. 12 p.
- [KRE84] **Krenzer, T. J.:** *Computer aided corrective machine settings for manufacturing bevel and hypoid gear sets.* AGMA Technical Paper 84FTM4, 1984.

- [KRE90] **Krenzer, T. J.; Yunker, K. D.:** *Understanding the Phoenix Universal Bevel and Hypoid Generator*. The Gleason Works, 1990. 8 p.
- [KRE93] **Krenzer, T.:** *CNC Bevel Gear Generators and Flared Cup Gear Grinding*. Gear Technology, July/Aug 1993. pp. 18-24.
- [KRE07] **Krenzer, T. J.:** *Bevel Gear Model*. AGMA Technical Paper 07FTM18; 2007. 10 p.
- [KRE12] **Krenzer, T. J.:** *The bevel gear*. 2nd edition. Ted Krenzer, 2012.
- [KRI10] **Krisch Róbert:** *Sikkerekes hullámhajtóművek fejlesztése és paraméteroptimalása*. PhD értekezés, Budapest, 2010.
- [LEL01] **Lelkes Márk, Márialigeti János, Daniel Play:** *Cutting parameters definition for Klingelnberg spiral bevel gears optimization*. Proceedings of the JSME International Conference on Motion and Power Transmissions MPT2001, Tokyo, Japan, 2001, pp. 375-381.
- [LEL02] **Lelkes Márk, Márialigeti János, Daniel Play:** *Numerical determination of cutting parameters for the control of Klingelnberg spiral bevel gear geometry*. Journal of Mechanical Design 124 4 (2002), pp. 761-772.
- [LEL04] **Lelkes Márk, Márialigeti János, Daniel Play:** *Influences des déplacements axiaux sur les caractéristiques du contact des engrenages spiro-coniques Klingelnberg*. Mecanique&Industries 5 3, (2004) pp. 289-304.
- [LÉV65] **Lévai Zoltán:** *Bolygóművek és bolygóműves sebességváltóművek analitikai vizsgálata*. Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1965.
- [LÉV66] **Lévai Imre:** *Kitérő tengelyek közt változó mozgásátvitelt megvalósító – egyeneselű szerszámmal lefejthető – fogazott kerekek*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1966.
- [LÉV80] **Lévai, I.:** *Fogazatok kapcsolódásának kinematikai elmélete és alkalmazása a hipoidhajtások tervezésére*. Akadémiai doktori értekezés. Miskolc. 1980.
- [LÉV83] **Lévai, I.:** *Hipoidhajtások*. In: Fogaskerekek (szerk: Erney György). Műszaki Könyvkiadó. 1983. pp. 201-219
- [LÉV94] **Lévai, I.:** *Hipoidhajtások tervezésének alapjai*, Miskolci Egyetemi Kiadó. 1994. 150 p.
- [LIN97] **Lin, C-Y.; Tsay, C-B.; Fong, Z. H.:** *Mathematical Model of Spiral Bevel and Hypoid Gears Manufactured by the Modified Roll Method*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 32, No. 2, 1997. pp. 121-136.
- [LIT72] **Litvin, F. L.:** *A fogaskerékkapcsolás elmélete*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1972. 605 p.
- [LIT81] **Litvin, F. L.; Coy, J. J.; Rahman, P.:** *Two Mathematical Models of Spiral Bevel Gears Applied to Lubrication and Fatigue Life*. Proceedings of International Symposium of Gearing and Power Transmissions. Tokyo, 1981. pp. 291-296.
- [LIT82] **Litvin, F. L.; Rahman, P.; Goldrich, R. N.:** *Mathematical Models for the Synthesis and Optimization of Spiral Bevel Gear Tooth Surfaces*. NASA Contractor Report 3553, 1982. 121 p.
- [LIT85] **Litvin, F. L. et al.:** *Generated Spiral Bevel Gears: Optimal Machine-Tool Settings and Tooth Contact Analysis*. NASA Technical Memorandum 87075, 1985. 13 p.
- [LIT87] **Litvin, F. L.; Tsung, W-J.; Lee, H-T.:** *Generation of Spiral Bevel Gears With Conjugate Tooth Surfaces and Tooth Contact Analysis*. NASA Contractor Report 4088, 1987. 125 p.
- [LIT88] **Litvin, F. L.; Zhang, Y.; Lundy, M.; Heine, C.:** *Determination of settings of a tilted head cutter for generation of hypoid and spiral bevel gears*. Transactions of

- the ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol 110, 1988. pp. 495-500.
- [LIT89a] **Litvin, F. L.:** *Theory of Gearing*, NASA Reference Publication 1212 (AVSCOM 88-C-C035), Washington, D. C., 1989. 470 p.
- [LIT89b] **Litvin, F. L.; Lee, H-T.:** *Generation and Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel Gears With Predesigned Parabolic Functions of Transmission Errors*. NASA Contractor Report 4259, 1989. 215 p.
- [LIT91a] **Litvin, F. L.; Zhang, Y.; Handschuh, R. F.:** *Local Synthesis and Tooth Contact Analysis of Face-Milled Spiral Bevel Gears*. NASA Technical Memorandum 105182, 1991. 5 p.
- [LIT91b] **Litvin, F. L.; Zhang, Y.:** *Local Synthesis and Tooth Contact Analysis of Face-Milled Spiral Bevel Gears*. NASA Contractor Report 4342, 1991. 184 p.
- [LIT91c] **Litvin, F. L.; Zhang, Y.; Chen, J-S.:** *User's Manual for Tooth Contact Analysis of Face-Milled Spiral Bevel Gears With Given Machine-Tool Settings*. NASA Contractor Report 189093, 76 p.
- [LIT91d] **Litvin, F. L.; Kuan, C.:** *Determination of Real Machine-Tool Settings and Minimization of Real Surface Deviation by Computerized Inspection*. NASA Contractor Report 4383, 1991. 120 p.
- [LIT93] **Litvin, F. L. et al.:** *Minimization of Deviations of Gear Real Tooth Surfaces Determined by Coordinate Measurements*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 115, 1993. pp. 995-1001.
- [LIT94a] **Litvin, F. L.:** *Gear Geometry and Applied Theory*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1994. 724 p.
- [LIT94b] **Litvin, F. L.; Chen, N. X.:** *Generation of Gear Tooth Surfaces by Application of CNC Machines*. NASA Contractor Report 187175, 1994. 84 p.
- [LIT97] **Litvin, F. L.:** *Development of Gear Technology and Theory of Gearing*. NASA RP-14, ARL TR-1500, 1997. 113 p.
- [LIT04] **Litvin, F. L.; Fuentes A.:** *Gear Geometry and Applied Theory* (2nd edition), Cambridge University Press, New York, 2004. 800 p.
- [LIU11a] **Liu, H.:** *The Computer Simulation of the „SFT” and „HFT” Method on the CNC Hypoid Cutting Machine*. Proceedings of International Conference, CESM 2011, Wuhan, China, 2011. Part 2. pp. 225-230.
- [LIU11b] **Liu, H.:** *The realization of the “SFM” and “HFM” method on the CNC hypoid cutting machine*. Procedia Engineering, Vol. 15, 2011. pp. 729–733.
- [MAG60] **Magyar József:** *Csavarfelületelemek kapcsolódása*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1960.
- [MAR70] **Maros Dezső, Killmann Viktor, Rohonyi Vilmos:** *Csigahajtások*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
- [PAT12] **Patai Patrik:** *MATLAB Gleason kúpfogaskerekek*. ppt. előadás, Győr, 2012.
- [PAY01] **Pay Gábor:** *Belsőcsigás hajtások*. Ph.D értekezés, Miskolc, 2001.
- [PÉT81] **Péter József:** *Fogazott hullámhajtóművek kapcsolódásának vizsgálata*. Műszaki doktori értekezés, Miskolc, 1981.
- [PÉT92] **Péter József:** *Fogaskerék-hullámhajtómű és tengelykapcsoló kapcsolódásának vizsgálata*. Kandidátusi értekezés, 1992.

- [RAO94] **Rao, B. S.; Shunmugam, M. S.; Jayaprakash, V.:** *Mathematical Model for Generation of Spiral Bevel Gears.* Journal of Material Processing Technology, Vol. 44, 1994. pp. 327-334.
- [ROH80] **Rohonyi Vilmos:** *Fogaskerékajtások.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.
- [SAR14] **Sarka Ferenc:** *Fogaskerékes hajtóművek környezetszemponitú tervezése.* PhD értekezés, Miskolc, 2014.
- [SCO91] **Scott, H. W.:** *Computer Numerical Control Grinding of Spiral Bevel Gears.* NASA Contractor Report 187175, 1991. 88 p.
- [SHI07] **Shih, Y-P.; Fong, Z-H.; Lin, C. J.:** *Mathematical Model for a Universal Face Hobbing Hypoid Gear Generator.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 129, 2007. pp. 38-47.
- [SHI08] **Shih, Y-P.; Fong, Z-H.:** *Flank Correction for Spiral Bevel and Hypoid Gears on a Six-Axis CNC Hypoid Generator.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 130, 2008. 062604.
- [SHI10] **Shih, Y-P.:** *A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears.* Mechanism and Machine Theory, Vol. 45, 2010. pp. 1108-1124.
- [SHI15] **Shih, Y-P. et al.:** *Manufacture of Face-Milled Spiral Bevel Gears on a Five-Axis CNC Machine.* The 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, 2015. 8 p.
- [SHI17] **Shih, Y-P.; Sun, Z-H.; Lai, K-L.:** *A flank correction face-milling method for bevel gears using a five-axis CNC machine.* International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Springer, 2007. 18 p.
- [SIM81] **Simon, V.:** *Elastohydrodynamic Lubrication of Hypoid Gears.* ASME Journal of Mechanical Design, 1981, pp. 195-203.
- [SIM94] **Simon Vilmos:** *Egy új típusú globoid csigahajtás jellemzői.* Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1994.
- [SIM96] **Simon Vilmos:** *Characteristics of a new type of cylindrical worm gear drive.* ASME 6th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 133-140.
- [SIM00] **Simon, V.:** *FEM Stress Analysis in Hypoid Gears.* Mechanism and Machine Theory, 2000, pp. 1197-1220.
- [SIM05] **Simon, V.:** *Optimal Tooth Modifications in Hypoid Gears.* ASME Journal of Mechanical Design, 2005, pp. 646-655
- [SIM07a] **Simon, V.:** *Load Distribution in Spiral Bevel Gears.* ASME Journal of Mechanical Design, 2007, pp. 201-209.
- [SIM07b] **Simon, V.:** *Computer Simulation of Tooth Contact Analysis of Mismatched Spiral Bevel Gears.* Mechanism and Machine Theory, 2007, pp. 365-381.
- [SIM09] **Simon, V.:** *Loaded Tooth Contact Analysis and Stresses in Spiral Bevel Gears.* Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences, San Diego, Californis, USA, 2009. 9 p.
- [SIM11a] **Simon, V.:** *Generation of Hypoid Gears on CNC Hypoid Generator.* Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 133, 2011. 121003.
- [SIM11b] **Simon, V.:** *Optimized Polynomial Functions for Inducing Variation to Machine Tool Settings in Manufacturing Hypoid Gears.* Proceedings of 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 2011. 10 p.

- [SIM11c] **Simon, V.:** *Manufacture of Face-Hobbed Spiral Bevel Gears on CNC Hypoid Generator*. Proceedings of the 10th International MTeM Conference, Cluj-Napoca, 2011. pp. 295-299.
- [SIM14a] **Simon, V.:** *Optimal Tooth Modifications in Face-Hobbed Spiral Bevel Gears to Reduce the Influence of Misalignments on Elastohydrodynamic Lubrication*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 136, 2014. 071007.
- [SIM14b] **Simon, V.:** *Optimal Tooth Surface Modifications in Face-Hobbed Hypoid Gears*. Key Engineering Materials, Vol 572, 2014. pp 351-354.
- [SIM14c] **Simon, V.:** *Optimization of face-hobbed hypoid gears*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 77, 2014. pp. 164–181.
- [SIM15] **Simon, V.:** *Optimization of Face-Hobbed Spiral Bevel Gears to Improve EHD Lubrication*. Proceedings of 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, 2015. 11 p.
- [SIP90] **Siposs István:** *Globoid hajtások lefejtés nélkül készített csigakerékkel*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1990.
- [SKA12] **Skawinski, P.:** *Technological Setup of the Gleason Phoenix CNC Spiral Bevel and Hypoid Gear Milling Machines*. Advances in Manufacturing Science and Technology. Vol. 36, No. 4, 2012. pp. 33-43.
- [SKA13] **Skawinski, P.; Kret, M.:** *Mathematical Model of the Modified Roll for Spiral Bevel Gears Milling Machines*. Advances in Manufacturing Science and Technology. Vol. 37, No. 2, 2013. pp. 59-71.
- [STA93] **Stadtfeld, H. J.:** *The Development of Bevel and Hypoid Gear Technology*. In: Handbook of Bevel and Hypoid Gears. Rochester Institute of Technology. 1993. pp. 8-31.
- [STA95] **Stadtfeld, H. J.:** *Gleason Bevel Gear Technology*. The Gleason Works, 1995. 202 p.
- [STA01a] **Stadtfeld, H. J.:** *Gleason Zukunftsweisende Kegelrad - Verzahntechnik*. The Gleason Works, 2001. 367 p.
- [STA01b] **Stadtfeld, H. J.:** *What "Ease-Off" shows about Bevel and Hypoid Gears*. Gear Technology, Sept/Oct 2001. pp. 18-23.
- [STA14] **Stadtfeld, H. J.:** *Gleason Bevel Gear Technology*. The Gleason Works, 2014. 503 p.
- [STA19] **Stadtfeld, H. J.:** *Practical Gear Engineering*. The Gleason Works, 2019. 391 p.
- [STA20] **Stadtfeld, H. J.:** *eDrive Transmission Guide*. The Gleason Works, 2020. 220 p.
- [SUH01] **Suh, S. H. et al.:** *Sculptured surface machining of spiral bevel gears with CNC milling*. International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 41, 2001. pp. 833–850.
- [SZE41] **Szeniczai Lajos:** *Az általános fogazás*. Egyetemi nyomda, Budapest, 1941.
- [SZE57] **Szeniczai Lajos:** *Csigahajtóművek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1957.
- [SZE85] **Szente József:** *Belső fogazatú fogaskerekek lefejtő szerszámainak megválasztása*. Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1984.
- [TER65] **Terplán Zénó:** *A fogaskerék bolygóművek méretezési kérdései*. Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1965.
- [TER79] **Terplán Zénó, Apró Ferenc, Antal Miklós, Döbröczöni Ádám:** *Fogaskerék-bolygóművek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

- [TOM19] **Tomori Zoltán:** *Profiletolás-tényezők optimális megválasztása evolvens fogazatú hengeres fogaskerekhez.* PhD értekezés, Miskolc, 2019.
- [TSA93] **Tsay, C-B., Jin, J-Y.:** *A Mathematical Model for the Tooth Geometry of Hypoid Gears.* Mathematical and Computer Modelling, Vol. 18, No. 2, 1993. pp. 23-34.
- [VEA91] **McVea, W. R.; Mellis, D. W.:** *Spiral Bevel Tooth Topography Control Using CMM Equipment.* SAE Technical Paper 911757, 1991. 16 p.
- [VID08] **Vidéky Emil:** *Beiträge zur Berechnung der Zahnräder.* Z. d. Österreichischen Ingenieur- und Architekten- Vereines, 60 (1908), pp.579-585.
- [VIV18] **Vivet, L. et al.:** *An analytical model for accurate and numerically efficient tooth contact analysis under load, applied to face-milled spiral bevel gears.* Mechanism and Machine Theory, Vol. 130, 2018. pp. 137-156.
- [VÖR45] **Vörös Imre:** *Fogaskerek I-II. Mérnöki Továbbképző Intézet,* Budapest, 1945.
- [VÖR68] **Vörös Imre:** *Fogaskerek fogalakjai és fogalaktényezői a fogtőszilárdság méretezéséhez.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1968.
- [WAN05] **Wang, P-Y.; Fong, Z-H.:** *Mathematical Model of Face-Milling Spiral Bevel Gear with Modified Radial Motion (MRM) Correction.* Mathematical and Computer Modelling, Vol. 41, 2005. pp. 1307-1323.
- [WAN22] **Wang, Q. et al.:** *Design and Analysis for Hypoid Gears with Ease-Off Flank Modification.* Applied Sciences, 2022, 12, 822. pp. 1-14.
- [WIL45a] **Wildhaber, E.:** *Gear tooth curvature treated simply.* American Machinist, Aug. 30. 1945. pp. 122-125.
- [WIL45b] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of bevel gears.* American Machinist, Sep. 27. 1945. pp. 99-102.
- [WIL45c] **Wildhaber, E.:** *Relative curvature controls gear tooth surface strength.* American Machinist, Oct. 11. 1945. pp. 118-121.
- [WIL45d] **Wildhaber, E.:** *Special analysis of gear mesh clarifies curvature condition.* American Machinist, Oct. 25. 1945. pp. 122-125.
- [WIL46a] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears.* American Machinist, Feb. 14. 1946. pp. 108-111.
- [WIL46b] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears II.* American Machinist, Feb. 28. 1946. pp. 131-134.
- [WIL46c] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears III.* American Machinist, Mar. 14. 1946.
- [WIL46d] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears IV. Tooth contact.* American Machinist, Jun. 6. 1946.
- [WIL46e] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears V. Conjugate pitch surfaces.* American Machinist, Jun. 20. 1946.
- [WIL46f] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears 6. Gear tooth sliding.* American Machinist, Jul. 18. 1946.
- [WIL46g] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears 7.* American Machinist, Aug. 1. 1946.
- [WIL46h] **Wildhaber, E.:** *Basic relationships of hypoid gears 8. Design for Duplex cutting.* American Machinist, Aug. 15. 1946.

- [WIL73] **Wilcox, L.; Coleman, W.:** *Application of finite elements to the analysis of gear tooth stresses.* Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, Nov 1973. pp. 1139-1148.
- [WIL81] **Wilcox, L.E.:** *An exact analytical method for calculating stresses in bevel and hypoid gear teeth.* The Gleason Works, 1981.
- [WIL85] **Wilcox, L.:** *Analysing gear tooth stress as a function of tooth contact pattern shape and position.* Gear Technology, 1985. pp. 9-15, 23.
- [WUX11] **Wu, X.; Han, J.; Wang, J.:** *A Mathematical Model for the Generated Gear Tooth Surfaces of Spiral Bevel and Hypoid Gears.* Advanced Materials Research, Vols 314-316, 2011. pp 384-388.
- [XUN11] **Xuncheng, W.:** *Mathematical Model of the Generated Gear Tooth Surfaces for the Function-oriented Design of Point-contact Tooth Surfaces of Spiral Bevel and Hypoid Gears.* Proceeding of Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, Shanghai, Vol. 2, 2011. pp. 504-508.
- [www.g] <https://www.gleason.com/en/facts-and-news/about-gleason/milestones-in-gear-technology><https://www.gleason.com/en/facts-and-news/about-gleason/milestones-in-gear-technology>
- [www.k] <https://www.klingelnberg.com/en/company/history/>

A kutatási témához kapcsolódó publikációk

Várkuli Miklós Gábor; Bognár Gabriella; Sente József

New Top Land Computing Method for Spiral Bevel Gears

PERIODICA POLYTECHNICA-MECHANICAL ENGINEERING 67 : 3 pp. 1-7. , 7 p. (2023)

Várkuli Miklós Gábor; Bognár Gabriella; Sente József

Determinaton of tooth surface points on bevel gears for checking on a coordinate measuring machine

DESIGN OF MACHINES AND STRUCTURES 13 : 1 pp. 131-139. , 9 p. (2023)

Várkuli Miklós Gábor; Bognár Gabriella; Sente József

Contact ratio of spiral bevel gears

LECTURE NOTES IN MECHANICAL ENGINEERING Vehicle and Automotive Engineering 4 pp. 103-110., 8 p. (2022) (Q3)

Várkuli Miklós Gábor; Bognár Gabriella; Sente József

Kúpkerék fogfelületek matematikai modellezése végeselemes vizsgálathoz

Mathematical model of spiral bevel gears for finite element analysis

GÉP 2022/3-4 pp. 98-103., 6 p. (2022)

Várkuli Miklós Gábor; Bognár Gabriella

History of Gleason Works spiral bevel gear technology

DESIGN OF MACHINES AND STRUCTURES 12: 2 pp. 146-152., 7 p. (2022)

Várkuli Miklós Gábor

Development of a gear drive designer software

DESIGN OF MACHINES AND STRUCTURES 9: 2 pp. 56-60., 5 p. (2019)

Várkuli Miklós Gábor

Improved accuracy gear tooth CAD modelling

DESIGN OF MACHINES AND STRUCTURES 9: 2 pp. 51-56., 6 p. (2019)

Várkuli Miklós Gábor

Fogazattervező program funkcióinak bemutatása és további fejlesztési lehetőségei

MULTIDISZCIPLINÁRIS TUDOMÁNYOK: A MISKOLCI EGYETEM KÖZLEMÉNYE 10: 1 pp. 94-98., 5 p. (2020)

Várkuli Miklós Gábor

Evolvens fogprofil pontosságának javítása 3D CAD modellen

MULTIDISZCIPLINÁRIS TUDOMÁNYOK: A MISKOLCI EGYETEM KÖZLEMÉNYE 9: 2 pp. 96-100., 5 p. (2019)

Mellékletek

- M1. Állandó fogmagasságú ívelt fogú kúpkerékpár geometriai tervezése.
- M2. A nagykerék gépbeállítási adatai.
- M3. A nagykerék gépbeállítási adatai.
- M4. Fejszalagvastagság meghatározása az AGMA 929-A06 alapján.
- M5. Kúpkerék fejszalagvastagságának meghatározása.
- M6. Hálópontok a nagykerék fogfelületén.
- M7. Hálópontok koordinátái és normálisai a nagykerék fogfelületén. Domború fogoldal.
- M8. Hálópontok koordinátái és normálisai a nagykerék fogfelületén. Homorú fogoldal.
- M9. Ívelt fogú kúpkerékpár kapcsolószáma.
- M10. Kapcsolóvonal és kapcsolószám meghatározása. 1. gyártási modell.
- M11. Kapcsolóvonal és kapcsolószám meghatározása. 2. gyártási modell.
- M12. A fogfelületek érintkezési pontjának meghatározása