

**MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR**



**CSIGAHAJTÓPÁROK GYÁRTÁSGEOMETRIÁJÁNAK SZÁMÍTÓGÉPES
KONSTRUKTÍV GEOMETRIAI ÉS ANALITIKUS FEJLESZTÉSE**

PhD ÉRTEKEZÉS

KÉSZÍTETTE:
ÁBEL JÓZSEF

közgazdasági programozó matematikus

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA,
GÉPÉSZETI ANYAGTUDOMÁNY,
GYÁRTÁSI RENDSZEREK ÉS FOLYAMATOK ALPROGRAM

DOKTORI ISKOLAVEZETŐ:
VADÁSZNÉ PROF. DR. BOGNÁR GABRIELLA

egyetemi tanár
a műszaki tudomány doktora

TÉMATERÜLET VEZETŐ
PROF. DR. KUNDRÁK JÁNOS

professor emeritus
MTA doktora

TÉMACSOPORT VEZETŐ
DR. MAROS ZSOLT PhD

egyetemi docens

TÉMAVEZETŐ:
ÓVÁRINÉ DR. HABIL. BALAJTI ZSUZSANNA

egyetemi docens

MISKOLC, 2023.

TARTALOMJEGYZÉK

MEGEMLÉKEZÉS.....	4
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.....	5
I. A KUTATÁSI TERÜLET BEMUTATÁSA.....	7
INTRODUCTION.....	7
1. BEVEZETÉS	7
1.1. A kutatómunka tárgya	8
1.1.1. A fejlesztések iránya	8
1.2. A disszertáció témája	9
1.3. Alkalmazott eszköztár	9
1.4. A kutatómunka céljának megfogalmazása	9
2. A FELHASZNÁLT SZAKIRODALOM ÖSSZEFOGLALÓ ELEMZÉSE	11
2.1. A csigahajtások néhány történelmi előzménye	11
2.2. A fogazáselmélet kialakulása	13
2.2.1. Térbeli hajtópárok fogazáselméletének föllendülése	14
2.2.2. A hengeres csigahajtások vonatkozó szakirodalma	16
2.2.3. A kúpos csigák vonatkozó szakirodalma	20
2.2.4. A megmunkáló szerszámfelületek vonatkozó szakirodalma	21
2.3. A hengeres és kúpos csigák megmunkálásának vizsgálata, a változó tengelytávú gyártás matematikai leírása.....	22
2.4. A konstruktív ábrázoló geometriai fejlesztés előzményei.....	24
II. ÚJ KUTATÁSI TERÜLETEK.....	27
3. KÚPOS ÉS HENGERES HELIKOID HAJTÓPÁROK MATEMATIKAI ÉS SZÁMÍTÓGÉPES HIBRID MODELLJE	27
3.1. Hengeres és kúpos helikoid hajtópárok számítógépes konstruktív geometriai és analitikus hibrid modellje	28
3.1.1. Kúpos csigák fogfelületének modellezése	31
3.1.2. Hengeres csigák fogfelületének modellezése.....	33
3.1.3. A program ismertetése	34
3.2. A helikoid felületek és a megmunkáló korong érintkezési görbéje	34
4. SZERSZÁMÉL KOPÁSVIZSGÁLAT.....	36
4.1. A két CCD kamerás vizsgálat és a Monge geometria összefüggései.....	39
4.1.1. A Monge ábrázolás elemzése.....	41
4.2. A két vetítésű és a Monge téglapontjai közötti leképezés	44
4.3. A Monge-téglapontjai bijektív tartományainak meghatározása.....	48
4.4. A harmadrendű térgörbe Monge-féle ábrázolásának rekonstruálhatósága	48
4.5. A vágóélhez interpoláló harmadrendű térgörbe	51
4.6. A helyes kameraállások meghatározása a szerszám beállításához és a vágóél kopásának méréséhez	54
4.7. Kopásmérés, az elméleti éllel való összevetés	58
5. SZERSZÁM BEÁLLÍTÁS	60
5.1. A vizsgálat módszere	60
5.2. A geometriai paraméterek közti összefüggés.....	66

6. A CSIGÁHOZ KAPCSOLÓDÓ KERÉK FELÜLETE	68
6.1. A csigakerék fogfelületének matematikai előállítása	68
6.2. Kapcsolódási viszonyok	68
7. ÖSSZEGZÉS	75
7.1. Summary	75
7.2. A feladat megoldásának módja és jelentősége	76
7.3. Továbbfejlesztési irányok, lehetőségek	78
III. AZ ÉRTEKEZÉS EREDMÉNYEINEK ÖSSZEFOGLALÁSA	79
8. ÚJ EREDMÉNYEIM	79
9. PUBLIKÁCIÓIM AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN	80
IV. HIVATKOZÁSOK	83
9. IRODALOMJEGYZÉK	83
10. JELÖLÉSEK JEGYZÉKE	90
V. MELLÉKLETEK	94
M1. melléklet	94
M2. melléklet	95

MEGEMLEKÉZÉS

Itt emlékezem meg hálás köszönetem jeléül a Csiga Tudományos iskola alapító professzoráról, néhai **Dudás Illés[†] Professzorról**, aki tanácsaival és a kutatási háttér biztosításával támogatta szakmai fejlődésemet és tudományos előrehaladásomat.

A **hazai és nemzetközi szakmai közéletben is elismert szaktekintély Professor Dr. Dudás Illés** a Miskolci Egyetemen megszerzett diplomája után a Diósgyőri Gépgyár önálló tervezőmérnöke, illetve a Gyártástechnológiai és Fejlesztési Osztály vezetője 17 volt éven át. A hajtóművek konstrukciójának kialakítását és korszerű gyártását kutatva **Ankli János, Drobni József**, valamint **Garamvölgyi Tivadar** társszerzőségével jött létre a „**Berendezés és eljárás főmetszetben ívelt profilú csigahajtópár geometriailag helyes gyártására alkalmas köszőrúkorong profilozására**” című szabadalmi bejelentése. Önálló szabadalmi bejelentése is készült a spiroid csigahajtás fejlesztése terén, „**Számjegyvezérlésű köszőrúkorong-profilozó berendezés és eljárás annak vezérlésére**” címmel. Ebben az időben kezdődött közös kutatómunkája **Dr. Dudás Lászlóval**, a Miskolci Egyetem Informatikai Intézetének korábbi vezetőjével, aki megalkotta a „Surface Constructor” szoftvert.

Dudás Illésnek a szabadalmaztatott fejlesztéseiben - a kúpos és hengeres csigák és szerszámaik gyártásgeometriájának analizésére - kimunkált általános matematikai kinematikai modellje adja az Angliában is és Amerikában is kiadott, „**The Theory & Practice of Worm Gear Drives**” című könyve forrását, amelyet a nemzetközi szakma egyik leginkább ismert professzora, **Faydor L. Litvin** ajánl a könyv előszavában.

Megannyi hazai és nemzetközi szervezetnek volt az aktív tagja, vezetője, úgymint az MTA Anyagtudományi és Technológiai Bizottság Gyártórendszerek Albizottságának régebbi elnöke, a Magyar Professzorok Világtanácsának titkára, a Magyar Professzorok Nemzetközi Szövetségének, valamint Elnökségnek egyik alapító tagja. Mindezek mellett számos nemzetközi és hazai szakmai folyóiratnak volt szerkesztő bizottsági tagja.

A Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karán működő **Sályi István Doktori Iskola** egyik **alapító tagja**, és egyben **vezetője** is volt a „**Gépészeti anyagtudomány, gyártási rendszerek és folyamatok**” című **alprogramnak**. A csigahajtások kutatásának terén iskolateremtő munkássága következtében több doktorandusza védte már meg PhD dolgozatát, illetve Óváriné Balajti Zsuzsanna a habilitációját. Bodzás Sándor, Mándy Zoltán és Dudás Illés Szabolcs társszerzőivel szabadalmat kapott a „**Konkáv menetprofilú spiroid csigahajtópár és eljárás annak köszörüléssel történő előállítására**” című újítás.

Tudományos tevékenysége az általa alapított, a Miskolci Egyetemmel együttműködési megállapodással rendelkező DifiCAD Mérnökiroda keretén belül működő, Csiga Tudományos Kutatócsoportban tizenegy disszertáció sikeres megvalósítását eredményezte. Több tiszteletbeli professzori címben is részesült, többek között a Kolozsvári Műszaki Egyetemen, a Szent István Egyetemen és a Harkovi Műszaki Egyetem is. Számítalan szakmai kitüntetés közül kiemelendő a Pro Universitate et Scientia Magyar Professzorok Világtanácsa, a Kiváló Újító, a Kari Jubileumi Aranyérem, a Széchenyi Professzori Ösztöndíj, az Erdélyi Magyar Tudományos Társaság fejlesztéséért 10 éves jubileumi érem, a Bálint Lajos Pro Scientia Technologie Technológiatudományért Érem, az MTA – MSZH Szabadalmi Nívódíj, az Akadémiai Díj, a Magyar Köztársasági Érdemrend Tisztikeresztje Polgári Tagozatának kitüntetés, a Miskolci Egyetemért Érdemérem és nem utolsósorban a MAB Emlékérem.

Megtiszteltetés volt számomra Professor Úrtól is tanulni.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karán 2011-ben szereztem meg kiváló minőségű diplomámat, közgazdasági programozó matematika szakon. Diplomamunkám témája és címe „Hajtópárok csavarfelületű elemeinek modellezése” volt, melyet az Ábrázoló Geometria és Gépgyártástechnológia Tanszéken írtam Dr. habil Óváriné Balajti Zsuzsanna témavezetésével.

Már a diplomamunka készítése során felvetődött a gondolata annak, hogy a témát érdemes lehet a Sályi István Doktori Iskolában folytatott tanulmányok keretein belül tovább folytatni. Akkor inkább a munka világát választottam, így Budapestre költöztem és Szoftverfejlesztőként kezdtem el dolgozni.

A 2016-ban magánéletemben történt változás következtében kerestem meg Óváriné Balajti Zsuzsa tanárnőt, akivel a Csiga Tudományos Iskolában folytattuk a csigahajtópárok gyártásgeometriájának kutatását, és a budapesti munkám mellett a **Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola** PhD levelező oktorandusza lettem.

A kutatómunkám tárgya a csiga hajtópárok elemeinek gyártásgeometriai elemzése és konstruktív geometriai fejlesztése, amely ötvözi a csiga hajtások vizsgálatát és az elemek megmunkáló szerszámfelületek meghatározását célzó matematikai és számítógépes eljárásokat.

Ehhez a munkához a **DIFICAD Mérnökiroda Kft.** cégénél működő laboratóriumban háttérrel biztosított **Prof. Dr. Dudás Illés[†]** egyetemi tanár.

A Miskolci Egyetem Gépgyártástechnológiai Tanszékén végzett kutatások mellett alakult meg a „Tudományos Csiga Iskola”, melyhez kötődő munkákra alapozva készítettem el a disszertációm. Nevezetesen a teljesség igénye nélkül **Dr. Bányai Károly**, **Dr. Csóka János**, **Dr. Dudás László**, **Óváriné Dr. Balajti Zsuzsanna**, **Monostoriné Hörcsik Renáta**, **Dr. Bodzás Sándor**, **Dr. Tomori Zoltán** és **Dr. Mándy Zoltán** kutatásaira alapozhattam, akinek ezúton is köszönöm közreműködésüket, jótanácsaikat, támogatásukat. Továbbá köszönet illeti a teljesség igénye nélkül nemzetközi szinten **Prof. Dr. Faydor L. Litvin** (University of Chicago), **Dr. Alfonso Fuentes** (University of Cartaghena), valamint hazai szinten **Dr. Hegyháti József**, **Dr. Bercsey Tibor**, **Dr. Horák Péter**, **Prof. Dr. Horváth Mátyás** (a Budapesti Műszaki-és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar), **Máté Márton** (Sapientia Egyetem) akiktől a legtöbb irodalmat használtam fel a munkám során.

Elsősorban köszönöm **Óváriné Dr. habil Balajti Zsuzsanna** Egyetemi Docens Asszony témavezetői segítségét, a számtalan konzultációs lehetőséget, aki a Monge-elméletnek mind a hazai, mind a nemzetközi tudományos közélet elismert szaktekintélye. Köszönöm **Dr. Dudás Illés** Professzor Úr szakmai tanácsait és a költségigényes kísérletek elvégzéséhez nyújtott segítségét.

Ennek kapcsán itt köszönöm meg **Prof. Dr. Dudás Illésné**, Ügyvezető Igazgató Asszony technikai infrastruktúrát biztosító anyagi támogatását is az alkotó munkához az Invest-Trade Kft. területén elhelyezkedő a DIFI-CAD Kft-nél.

Ezenfelül köszönöm **Dr. Bányai Károly** adjunktus urat segítő konzultációért, gyakorlati szaktanácsaiért. A disszertációm elkészítése során több tudományos munkát végző kutató volt közvetve vagy közvetlenül a segítségemre, akiket szintén köszönet illet. A **Miskolci Egyetem oktatói** a szoftverek önzetlen és lelkiismeretes oktatása során kellő alapot adtak a mai kor szoftvereinek elsajátításához, de mindazon túlmenően is készségesen a segítségemre voltak, amiért mindannyiukat hálás köszönet illeti.

Ezúton fejezem ki külön köszönetemet a **Sályi István Doktori Iskolának**, ezen belül **Prof. Dr. Tisza Miklós[†]** egyetemi tanárnak, az Doktori Iskola volt vezetőjének, illetve **Prof. Dr. Vadászné Bognár Gabriella** Professzor Asszonynak a Doktori Iskola jelenlegi vezetőjének, továbbá **Prof. Dr. Páczelt István** akadémikusnak a támogatásukért, az előrevivő észrevételeikért.

Továbbá itt köszönöm meg **Családomnak**, elsősorban **Édesanyámnak**, **Édesapámnak** és **Testvéremnek** áldozataikat, és nem utolsó sorban szeretett **Keresztanyámnak** mindvégig kitartó biztatásait. Végül, de nem utolsó sorban megköszönöm türelmét, bátorítását szerető **Feleségemnek**, aki mindvégig bízott bennem és fáradhatatlan lelkesítésével támogatott disszertációm elkészítésében.

I. A KUTATÁSI TERÜLET BEMUTATÁSA

INTRODUCTION

Nowaday's technological advanced environment, the computer-supported or fully automatized systems take over the design processes of tools, products and manufacturing equipment. The computer aided engineering activity is the most necessary condition for enhancing the quality of products and increasing of production efficiency. The further development of the production automatization can be improved with the possibility of developing a mathematical computer hybrid model, which enables the variable axes distance and variable axes angle to be handled during production. During the producing of the worm gear with the hob, the mathematical determination of the correct camera positions for wear measurement with two CCD cameras has been determined by the bijective points of the Monge cuboid. The correct placement of CCD cameras ensuring the possibility of setting the hob in the same position, or the possibility of measuring the wear of the cutting edge in the same time.

A new procedure has been shown to measure the wear of the cutting edge of the hob during processing, which can be used to reconstruct the spatial location of the cutting edge curve from two images taken with a CCD camera using the methods of constructive descriptive geometry.

The cutting edge curve reconstructed from the images has been compared with the mathematically determined curve in order to compare the spatial deformations with the given tolerance.

During the machining of the worm gear with the hob, the mathematical accuracy of the surface of the gear machined with a resharpened tool due to tool wear has been explored. The relationship between tool wear and the manufacturing accuracy of the gear tooth surface has been outlined in the dissertation.

1. BEVEZETÉS

A csigahajtások kutatásának meghatározó területét adják a Miskolci Egyetemen több mint fél évszázada folyó gyártástechnológiai, minőségbiztosítási, valamint gyártásgeometriai fejlesztések. A kutatómunkámhoz kapcsolódó tudományosan kiemelkedő eredményekből megemlítendő Drahos István [23-29], Drobni József [30-31], Dudás Illés [32-38], Dudás László [39-41], Lévai Imre [61-63], Sipos István [91-93], Tajnafői József [106] és tanítványaik munkássága. A csigakutatások terén végzett kutatómunkámat a Dr. Dudás Illés professzor által alapított Csiga Tudományos Iskolában végeztem [Á-1 - Á-16]. A kutatócsoport informatikus tagjaként a gyártásgeometria fejlesztése területén a szimulációs matematikai elemzések eszköztárának lehetőségeivel dolgoztam ki az itt ismertetett új eljárásokat. A disszertációban összefoglalt kutatómunkám a mérnöki innovációs tevékenység előmozdítására készült az informatikailag megerősített eszköztár bővítésével. A Miskolci Egyetemen a Gyártástudományi Intézetben alapított, csigahajtópárokkal foglalkozó, iskolaként is tudományos működő kutatócsoportban

eddig 11 doktori disszertáció, több száz tudományos publikáció, jónéhány szabadalom is született, és számos OTKA kutatásban vett részt [115-118].

A disszertációban bemutatott tézisek Óváriné Balajti Zsuzsanna témavezetőm támogatásával végzett, több éves kutatómunka eredményeként született meg. A rendszeresen publikált kutatási eredmények tudományos konferenciákon bemutatásra, megvitatásra kerültek

Az ipar számára előírás a csavarfelületek és a kapcsolódó csigakerék gyártása során az előírt gyártási pontosság betartása, melynek biztosításához a tudomány előmozdításával és a technika fejlesztésével kell lehetőséget adni [8, 10, 20, 35, 36, 38, 42-45]. A szerszámok kopása, újraélezése, valamint a korlátozott pontosságú gépbeállítások a legyártott fogfelületek torzulását, alakhibáját okozhatják. A hengeres és kúpos csigákhoz kapcsolódó csigakerekek sorozatgyártása esetén alkalmazott szerszám a lefejtő csigamaró, ami rendkívül bonyolult geometriájú, és kiemelkedően drága szerszám. A maró geometriájának kialakítása során célszerű lehetővé tenni, hogy minél többször újraélezhető legyen. Ennek a kialakítása nemcsak rendkívüli gyártásgeometriai ismereteket igényel, de a komoly gépészeti, technológiai, és nem utolsósorban geometriai, valamint matematikai ismereteket is megkívánja [4, 16, 18, 20, 34-38, 45, 47, 49, 59, 67, 70, 77, 84, 88, 91, 96].

1.1. A kutatómunka tárgya

A számítógéppel megtámogatott matematika teljes körű eszköztára nélkül ma már lehetetlen a fejlett mérnöki tudományokat művelni. Ezek a korszerű matematikai eljárások támogatják napjaink mérnökeinek meglehetősen szerteágazó, és komplex műszaki kihívásainak megoldását, és egyben elő is mozdítják mind a kutatási, és a fejlesztési innovációs tevékenységük folyamatát.

A *kutatómunkám tárgya* a kúpos és hengeres csigahajtások számítógéppel megtámogatott matematikai, geometriai, illetve gyártásgeometriai fejlesztése, melyek közül kiemelten térek ki az ábrázoló geometria tárgyköréhez kapcsolódó fejlesztésre.

A matematikai fejlesztéseket az határozza meg, hogy a vizsgált technológiai folyamatot kell leleírnia, és a technológia fejlődésének irányával párhuzamosan kerülnek kimunkálásra megfelelően azon kivánalmaknak, hogy legyen *értelme, haszna*, és egyben *rendezettsége* is.

A disszertációban kitérek a szerszámgeometria egyik releváns elemére, **az élgeometria és a gyártott felület minősége közötti kapcsolat elemzésére is.**

1.1.1. A fejlesztések iránya

A matematikai, azon belül a konstruktív geometriai *eszköztár bővítésének iránya* az alkalmazhatóság feltételeinek megfelelő módon, az innovatív mérnöki tevékenység támogatására lett meghatározva.

- A kúpos és hengeres csigahajtóművek elempárjainak gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált matematikai modell számítógéppel támogatott fejlesztése.

- A Monge ábrázolás elméleti elemzése alapján a szerszámélgörbe kopásvizsálatához a rekonstruálhatóság biztosítására a helyes kameraállások kritériumainak matematikai meghatározása az ábrázoló geometria törvényszerűségeire alapozva.
- A szerszám, azaz a lefejtőmaró vágóélének kopásvizsgálata az ábrázoló geometria összefüggései alapján.
- Az újraélezett szerszám beállításának paraméterei közötti összefüggések feltárása.
- A megváltozott geometriai és technológiai feltételek hatásának vizsgálata a megmunkált felületre vonatkozóan.

1.2. A disszertáció témája

A feltárt szakirodalomra és ezen a területen végzett saját kutatómunkám eredményeire építve került meghatározásra a disszertáció témája, ami a szerszámgeometria kulcsfontosságú területén, **a szerszám élgeometriája és a gyártott felület közötti kapcsolatra vonatkozó gyártásgeometriai elemzéseket öleli fel**, ezen belül:

- A kúpos és hengeres **csigahajtóművek** gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált **matematikai modell szoftverbe ágyazott konstruktív geometriai és analitikus továbbfejlesztése**.
- A csigakerék fogfelületét megmunkáló csigamaró **vágóélének kopásvizsálatához a rekonstruálhatóság biztosítása** érdekében a CCD kamerák elhelyezésének matematikailag egzakt meghatározása a **Monge ábrázolás elméleti elemzése alapján**.
- A csigamaró **vágóél-görbe** megmunkálás során létrejövő **térbeli torzulásának vizsgálata**.
- Újraélezett csigamaró beállítási paramétereinek **matematikai** meghatározása.
- *A csigamaró újraélezésének következtében megváltozott geometriai feltételek hatásának elemzése a csigakerék fogfelületére vonatkozóan a burkolás elve alapján.*

A kutatómunkám során végzett képezik a disszertáció témáját.

1.3. Alkalmazott eszköztár

A szimulációs konstruktív geometriai fejlesztésem kapcsán a komplex geometriai a lineáris algebra, a differenciálgeometria, az ábrázoló geometriai, a számítógépi geometriai, a gyártásgeometriai eszköztárát alkalmaztam. A számítógépes programok C környezetben írtam.

1.4. A kutatómunka céljának megfogalmazása

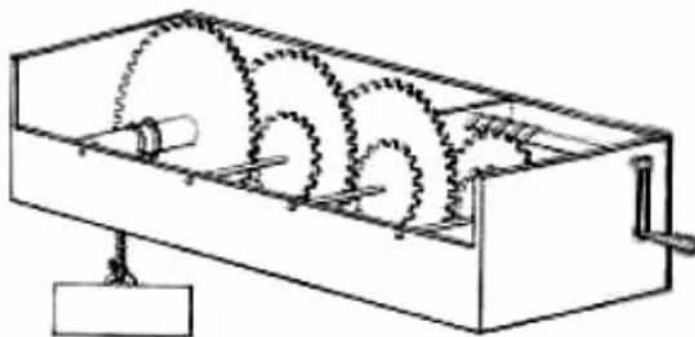
-
1. A csigahajtóművek matematikai modelljének továbbfejlesztése, szimulációs konstruktív geometriai kimunkálása a kapcsolódó kerékkal való érintkezési görbe, valamint a megmunkálás közben kopás miatt változó érintkezési görbék meghatározására.
 2. A csigakerék fogfelületét megmunkáló csigamaró vágóélének kopásvizsgálatához gyártás közben ugyanabba a referinca helyzetbe állítása szükséges. A maró fogának homlokfelülete és a lábhenger metszetgörbéje, valamint a vágóél görbéje két egymásra merőleges irányból készült képeihez szükséges CCD kamerapozicionálás során a görbék rekonstruálhatóságának kritériumát szükséges biztosítani a Monge tégla mindkét térgörbére vonatkozó bijektív tartományából választott vetítési irányok megválasztásával.
 3. **A maró vágóél görbéjének** két CCD kamerával történő **mérésére** eljárás kimunkálása a konstruktív **ábrázoló geometria** elvei alapján.
 4. A kopás következtében **újraélezett maró beállításának** geometriai paraméterei közötti kapcsolat meghatározása **a csigahajtás kapcsolódásának sajátosságai alapján**.
 5. *A maró újraélezésének következtében megváltozott geometriai feltételek hatásának elemzése a csigakerék fogfelületére vonatkozóan a **burkolás elve alapján**.* Egy konkrét tervezett és legyártott csigához kapcsolódó csigakerék fogfelület pontjainak számítása után a térbeli elhelyezkedésük is bemutatásra került. Ezzel lehetősége nyílt a csiga fogfelületének és a hozzá kapcsolódó kerék fogfelületének geometriai jellemzőinek megválasztásával a csigahajtások élettartamának, működésének és hatásfokának optimalizálására.

2. A FELHASZNÁLT SZAKIRODALOM ÖSSZEFOGLALÓ ELEMZÉSE

A kutatómunkámhoz kapcsolódó szakirodalmi áttekintésemet a meglévő szakkönyvtárban fellelhető, állandó értéket képviselő könyveire alapozva készítettem a tudományterületet hivatásszerűen művelő kollégák tanácsai szerint, amit kiegészítettem az elektronikus adatbázisokban folytatott kutatásaimmal.

2.1. A csigahajtások néhány történelmi előzménye

Szirakuza császára, II. Hieron Rómával kötött szövetséget az első pun háború idején, azonban az erőegyensúly biztosítására saját hajóflotta építésébe kezdett. A kor hajóinak súlya átlagosan 20-30 tonna, a legnagyobbaké 40-50 tonna is volt. Ekkora súlyú hajókat a száraz dokkról biztonságosan a vízre bocsátani nagy nehézségekbe ütközött. Ezen feladat megoldására Hieron császár felkérte a kor tudósát, Archimédeszt, aki egy titkos emelőgépet készített. Ez volt a barulkon, amellyel a vízrebocsátást néhány rabszolga el tudta végezni.



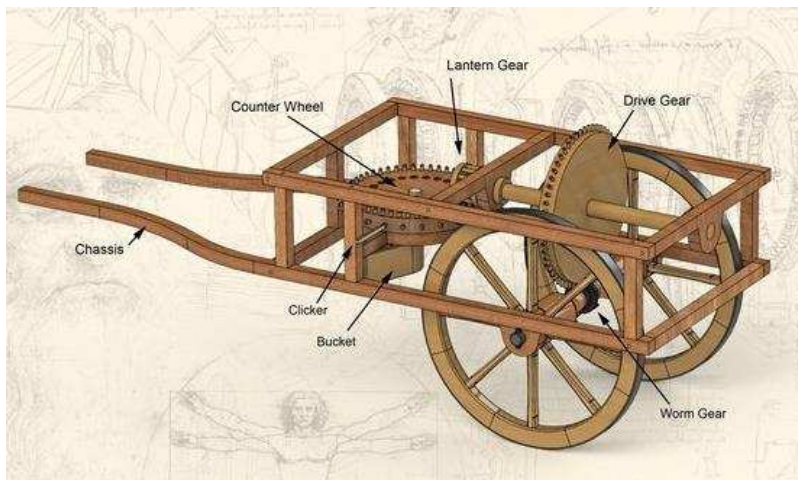
2.1.1. ábra Vázlat Archimédesz híressé vált barulkonjáról (Reuleaux)

Archimédesz nagy lelkesedésében tette híres kijelentését erre vonatkozóan, ami szó szerint így hangzott: „*Adjatok nekem egy biztos pontot és kiemelem sarkaiból a világot!*”. Az alexandriai **Pappus** gyűjteményeiről készült 8. könyvében írt Archimédesz barulkonjáról részletesen az i. u. 3. században. A következő, csigahajtásról említést tevő mű a római **Vitruvius** által írt, „De Architectura” volt i.e. 30-16-ban.

A Rómában használt bérkocsikon elhelyezett „hodometer” mérőoldenként egy kavics darabot ejtett bele egy rekeszbe, amelyek összeszámlálásával állapították meg a viteldíjat az út végén, kizárva ezzel a „taxameter”rel a viteldíjra vonatkozó vitákat (2.1.2. ábra). Máiig megvan Vitruvius eredeti írása erről, melyben olvasható, hogy a kocsitengelyre egy ütőfogat szereltek, ami a több fogú homlokkerékhez kapcsolódott, elérve a nagy számú áttételt.

Leonardo da Vinci (1452-1519) számos tervezete között maradtak ránk az első csigahajtásokról készített, már műszakilag is értelmezhető vázlatok, melyekben található olyanok is, amelyekben nemcsak csigák és csigakerekek, hanem globoid csiga is előfordul.

Alapjában véve **Archimédész** után hosszú éveken át nemhogy tudós, de még tudományosan képzettnek mondható technikus sem volt, aki a csigahajtással komolyabban foglalkozott volna.



2.1.2. ábra A hodometer rajza Vitruvius korabeli leírása alapján (forrás Codex Atlanticus)

Bach és Striebeck nevéhez köthetően a villamosmotorokkal való hajtás kialakításának szándéka váltotta ki a csigahajtás méretezésének igényét. *Azok a technikusok, akik kellően jártasak voltak a matematikában, illetve a geometriában, szintetikus geometriai eszközökkel kísérelték meg kimunkálni a csigák geometriáját.* A gondolkodásra ösztönző szintetikus geometriai megközelítés manapság is használatos, amelyet ésszerűnek tűnik kiegészíteni funkcionális szemlélettel. **Szeniczai** Lajos a csigahajtópárokat azok geometriájának működése szerint vizsgálata munkájában [100] függetlenül a csiga metszeti profiljától. **Wildhaber** geometriai szemléletű, „Helical Gearing” című művében leírtokról azt gondolták, hogy az evolvens csiga fogja meghozni a megoldását a csigahajtás problematikájára [111], ezért az evolvens fogazás a praktikussága miatt évekig foglalkoztatta a német technikusokat.

Buckingham írásai szerint az angliai **Hindley** készítette 1765-ben az első globoid csigahajtást. Amerikában elsőként **Hughes** és **Philips** 1873-ban, majd **Crozet-Fourneyron** 1884-ben Franciaországban készítettek globoid hajtóművet. A műszer-skálák pontos mozgására dolgozta ki **Wildhaber** elsőként 1922-ben a hengeres kerékkel kapcsolódó globoid csigát egyenes fogfelülettel, amit később nagyobb terhelésekre is továbbfejlesztettek.

A „Development of Gear Technology and Theory of Gearing” címmel írt munkájában **Litvin** és **Handschub** a fogaskerekek történetének jelentősebb eseményeit foglalják össze. Az addigi szokások és a kapcsolódó tudományok fejlődése eredményezte, hogy Angliában, Németországban, Oroszországban és Magyarországon is legfőképpen a **hengeres csigahajtás** terjedt el.

A **globoid csigahajtás** főként az USA-ban, valamint a volt Szovjetunióban terjedt el, de Németországban és Magyarországon is többen foglalkoztak vele.

A különleges csigahajtások körébe sorolható **spiroid csigahajtást** Amerikában szabadalmaztatták, ugyanakkor Németországban, Oroszországban, Bulgáriában, valamint Magyarországon is komoly sikereket értek el a kutatásuk terén.

A csigahajtások kutatásának nagymértékű fejlődése figyelhető meg a XIX., illetve a XX. században.

2.2. A fogazásmélet kialakulása

A hajtóművek esetén a hajtás minőségét, úgymint a teherbírás, határfok, zajszint, kopásállóság, stb. jelentős mértékben befolyásolja a hajtópár fogfelületeinek geometriája. Ennek következtében foglalkoztatja a mérnököket folyamatosan a minél kisebb tőrésmezővel rendelkező fogfelületeknek nemcsak a tervezése, hanem a gyártása is. Addig, amíg a párhuzamos, illetve keresztező tengelyű hajtások esetén a hajtópár elemeinek fogfelülete viszonylag könnyen áttekinthető módon megvalósítható, addig a kitérő tengelyű hajtások gyártása jóval bonyolultabb feladat. A síkbeli-, ill. térbeli hajtópárok előállításának nehézségei tették szükségessé a *fogazásmélet* létrejöttét, amely tudomány magába foglalja a bonyolult geometriájú fogfelületeknek az elméleti leírását, illetve a fejlesztését az adekvát módon működő szerszámgépeknek. A konjugált felületek alapgondolata **Oliviernél**, Monge tanítványánál jelenik meg először [75], ami a fogazásmélet alapját képezi. Olivier értelmezése szerint „**a fogkapcsolódás kérdésköre teljes egészében az ábrázoló geometriához tartozik**”. Ennek a szintetikus megoldásnak az analitikus megközelítése később **Gohman** nevéhez köthető, aki a térbeli kinematikai geometrián alapuló analitikai fogazásméletet alkotta meg [46]. Ez a kidolgozott eljárás egyszerűsítette a konjugált felületeket érintkezési pontjainak, illetve vonalainak meghatározását a differenciálgeometria elfogadott eljárásaira alapozva. Gohmannak a még így is bonyolult számítási eljárása nehezen alkalmazható volt, ami a kinematikai módszer kidolgozására sarkallta **Litvint** és munkatársait [65]. A kinematikai módszer alapelve szerint az egymást kölcsönösen burkoló felületek viszonylagos elmozdulása által meghatározható vektor kiszámításánál a kinematikában alkalmazott módszerek kerülnek alkalmazásra. A módszer lényegét a kapcsolódás alaptörvénye képezi, ami kimondja [64], hogy az egymást kölcsönösen burkoló fogprofilok pillanatnyi érintkezési pontjában a relatív elmozdulás sebességvektora illeszkedik az érintkezési pontok közös érintősíkjára, így merőleges a közös normálvektorra. Ennek a törvénynek következménye, hogy a kapcsolódó felületek sebességvektorainak különbségei a felületek érintősíkjában lévő csúszással kiegyenlítődnek. Mindez igaz egy-, ill. kétparaméteres burkolás esetén is. A további kiegészítő törvények a felületek normálvektorainak irányára, illetve a sebességek normálvektor irányú vetületeinek azonos értékére, továbbá a kapcsolódási pontvándorlás sebességére, és nem utolsónak az alámetszés elkerülésére vonatkoznak. A Tajnaí-féle származtatásmélet is a kapcsolódás alaptörvényeire épül [103]. A származtatásmélet azonban túlhalad a korábbi, térbeli konjugált felületeken alapuló megállapításokon az általánosabb mozgásleképezés alapgondolatából kiindulva. A felülettel vagy éllel rendelkező szerszám működő felülete a származtató felület, a szerszám által kimetszett térrésznek a burkolófelülete, azaz a munkadarab felülete. A származtató felületet egy teljes mértékig merev elméleti szerszámfelületnek tekinti, ami kopás-, hőtágulás- és súrlódásmentes. A munkadarab felülete egyfelől a származtató felület, továbbá a szerszám gép és a munkadarab közötti relatív elmozdulások alapján jön létre. A relatív mozgások összessége maga a leképezés, a mozgások kinematikai jellemzői a relatív mozgásinformációk, amely információelmélettel is megközelíthető. A statikus mozgásinformációk állandóan hatnak, mint pl. az alapprofilszög, a dinamikus mozgásinformációk pedig, mint pl. a szerszám és a munkadarab távolsága változnak a leképezés során. A hajtópárok tervezése során fontos cél a folyamatos vonal menti kapcsolódás megvalósulása a fogkapcsolódás során. Ha ismert a szerszámfelület és a fogfelület közötti érintkezési görbe, lehetőség van a felületek meghatározására. A direkt eljárás során adott fogfelülethez tervezünk szerszámot, az indirekt eljárás során az ismert szerszám által kialakított fogfelületet kerül meghatározásra [38, 76].

A fogazáselméletben gyakorlatilag egy multidiszciplináris tudományterület, melyben a differenciálgeometria [85, 86, 95] ötvöződik a gyártással [10, 20, 36, 38, 39, 120], a tervezéssel [18, 91, 96], a mérés technikával [33, 109, 119], valamint a számítógépes [56, 91, 108] módszerekkel.

2.2.1. Térbeli hajtópárok fogazáselméletének föllendülése

A századforduló tájkán megjelenő publikációk közül kiemelendő **Altmann** [1] és **Distelli** [22] írása, valamint **Crain** „Schraubenräder mit geradlinigen Eingriffsflächen Werkstattstechnik” és **Stübler** „Geometrische probleme bei der Verwendung von Schraubenflächen in der Technik” című műve, amelyekben az ábrázoló geometria eszközeivel jutottak kiemelkedően értékes eredményekhez a fogazáselmélet fejlődése terén. A vektor-csavar fogalmáról elsőként **R. Ball** „Theory of Screws” című 1900-ban készült könyvében olvashatunk. **Distelli** az elsők között, az 1904-ben megjelent „Über instantane Schraubengeschwindigkeiten und die Verzahnung der Hyperboloidräder” című könyvében alkalmazta az általános csavarmozgást két kitérő tengelyű fogaskerékpár fogfelületeinek meghatározásához [22]. **Willis** [112] kiemelkedik a „Principles of Mechanism” könyvében leírtakkal, és **Dudley** [42] a „Gear handbook” című könyvében összefoglaltakkal. **Buckingham** [18] és **Wildhaber** [111] közismert munkáikkal nemzetközi elismerésre tettek szert ezen a szakterületen.

Wildhabernek a „Helical Gearing” című munkájában az elméletet a gyakorlattal összekötötte a kinematikai módszer felhasználásával, amit **Capelle** az 1949-ben kiadott, „Theorie et calcul des engrenages hypoids” című művében kutatási eredményeivel fejlesztett tovább.

Egy konkrétan megadott fogfelülethez kapcsolódó felület matematikai meghatározása során a kutatók elsősorban a probléma matematikai komplikáltsága miatt ütközötek nehézségekbe. Az egymást burkoló felületek meghatározására vonatkozó kutatása során pl. **Hoschek** a „Zur Ermittlung von Hüllflächen in der räumlichen” című könyvében, és **Müller** a „Zur Ermittlung von Hüllflächen in der räumlichen Kinematik Monh für Mathematik” című könyvében egyedi eljárással határozza meg néhány síkbeli fogazat típus burkolóját. Kinematikai módszerrel a kapcsolódás elvi problémáinak vizsgálatai *leegyszerűsítethetők*, aminek alapján **Litvin** és a fogazás elmélet orosz iskolájának olyan jeles képviselői, mint **Kolchin** és **Krivenko** eredményes eljárásokat munkáltak ki a kapcsolódás és érintkezés kritériumainak, a görbületi viszonyoknak, valamint az interferencia-jelenségeknek a meghatározására. A burkolófelületek elméletével foglalkozott **Zalgaller** [113], és ezen belül az evolvens csigahajtással **Buckingham** [18]. A megmunkálások gyártásgeometriájának, azok kinematikai kidolgozásának fontos kérdéseit **Weinhold** és **Perepelica** világította meg.

További eredményeket értek el a hazai kutatók közül ezen szakterületen **Szeniczai Lajos** az **1957-ben kiadott** „Csigahajtoművek” című könyvében, valamint **Bercsey T.** [14, 117], **Draho I.** [23-29], **Drobni J.** [30, 31], **Dudás Illés** [33-38, 115-120], **Dudás László** [39-41] **Lévai I.** [61-63], **Magyar J.** [66], **Máté M.** [45, 49, 70, 91], **Tolvaly Rosca F.** [69, 99], **Tomori Z.** [104-106] **Pay G.** [80] és **Tajnafoi J.** [103]. **Szeniczai** definiálta a "konjugált felületek" fogalmát magával a kapcsolódás, azaz kölcsönös burkolás gondolatának felvetésével [100]. **Magyar J.** [66] világította meg a nemzetközi szakirodalomban is elsőként a csavarfelületű elemek kapcsolódásának problémáit. **Tajnafoi J.** integratív szemléletével rendszerbe foglalta a fogazásnak a technológiájára vonatkozó elméletét a mozgásleképzés paramétereinek megközelítésén keresztül [103]. **Draho I.** szerszámok geometriájának elméletével foglalkozott,

benne a csavarfelületek, valamint a hipoid kúpkerék analízisével, és ő vezette be a *gyártásgeometria* fogalmát. **Lévai I.** elemezte a térbeli hajtások sokságát, és többek között a kitérő tengelyű vonalfelületű hajtópárok fogazásméletét dolgozta ki, benne a hipoid hajtások tervezésének bonyolult kérdéskörét, továbbá írt a gyártási axoidokról is [61-63]. **Bercsey T.** a kinematikai módszer felhasználásával az egyenes fogfelületű globoid csiga, valamint a hiperbolikus kerék kapcsolódásával, illetve a toroid hajtások vizsgálatával foglalkozott [14, 15].

Németországban **Bilz** az „Ein Beitrag zur Entwicklung des Globoidschneckengetriebes zu einem leistungsfähigen” című művében az evolvens fogazású csigahajtópárok egyfajta változataként dolgozta ki a "TU-ME" globoid hajtást, ami a hengeres kerékű globoid csigahajtópárok csoportjába illeszthető, aminek **Drahos I.** végezte el az elméleti vizsgálatát. A köszörülhető globoid csigahajtás kifejlesztésével, illetve kutatásával **Drobni J.** foglalkozott 1968-ban a „Köszörülhető globoid csigahajtások” című kandidátusi értekezésében [30]. Kiváló eredményeket ért el ezen a területen **Siposs I.** is a „Globoid hajtások lefejtés nélkül készített csigakerékkel” című, 1990-re elkészült kandidátusi értekezésében [92], továbbá **Pay G.** a „Belső csigás hajtások” című értekezésében [80], illetve **Máté M.** a különféle hajtópárok szerteágazó kutatásával [45, 49, 70, 91]. A hajtópárok érintkező fogfelületeinek számítógépes modellezéssel végzett analízise terén **Tolvaly Rosca F.** ért el figyelemre méltó eredményeket írásaiban [69, 99]. **Dudás László** az *Elérés modell* megalkotásával és egy teljesen újszerű köszörűgép konstrukciójával, a kapcsolódó fogfelületek előállítására alkalmas kinematikai módszer egy különleges opciójával járult hozzá a tudományterület fejlesztéséhez. **Dudás László** *Surface Constructor* szoftvere számos aspektusból támogatja a különböző hajtópárok elempárjainak gyártásához megfelelő szerszámfelület származtatását, azaz a kapcsolódó fogfelületét, illetve mechanizmusok tervezését [39-41]. **Tomori Z.** a profileltolás-tényezők optimális megválasztása terén végzett beütő kutatásokat evolvens fogazatú hengeres fogaskerekek esetén [104-106].

Dudás Illés dolgozta ki és szabadalmaztatta a tengelymetszetben **körív profilú csigát** annak gyártási eljárásával, mintahogy a konkáv profilú **spiroid hajtást** is [38, 115-116, 120]. **Horák Péter** a „Körívprofilú csigahajtópárok tribológiai vizsgálat” című értekezésében írt értékes eredményeiről a pillanatnyi érintkezési vonalak kedvező tartományára vonatkozóan 2003-ban [51]. Nemzetközileg is elismert, kiemelkedő értéket képviselő könyvében írt **Dudás Illés** a hengeres és kúpos csiga hajtások elemeinek gyártásgeometriai vizsgálatára kimunkált általános kinematikai modelljéről, ami angol nyelven is megjelent. A „*The Theory and Practice of Worm Gear Drives*” című könyvében a csigahajtópárok kapcsolódásáról, hordképének elemzéséről, illetve az elemeinek gyártásáról figyelemreméltó részletességgel írt. Elemezte a pillanatnyi érintkezési vonalakat nemcsak tribológiai szempontból a kedvező tartományával, hanem az érintkezési vonal pontjaiban az érintőnek és a relatív sebességnek a hajlásszögtartományával is. **Balajti Zsuzsa** a fogprofil paraméterei és a hordképet meghatározó csomópontok helyzete közti függvényszerű összefüggéseket tárta fel a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga hajtás esetén [78]. **Horák Péter** csigahajtópárok kapcsolódási viszonyait vizsgálta számítógépes modelljével [52], továbbá különböző hajtások változó áttételével is foglalkozott [12-13]. **Simon Vilmos** mind a hengeres, mind a globoid csigahajtások geometriai viszonyait, és azok súrlódási veszteségeit elemezte, valamint a teherbírás szempontjából elvégezte az optimalizálást is a hőtechnikai kenés-modellnek a sémáján [89-90]. **Balajti Zsuzsa** a kúpos csigák menetemelkedési hibájának kiküszöbölésére a kúpos és hengeres csigát közös tengelyűvé téve fejlesztette tovább a Dudás-féle általános matematikai modellt a „*Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése*” című *disszertációjában* [76], majd a matematikai általánosításhoz a projektív térmodellel való kapcsolatát tárta fel analitikusan megtámogatott szintetikus geometriai úton a

„Kapcsolódó felülepárok gyártásgeometriai fejlesztése, ábrázoló geometriai alkalmazással” című habilitációs tézisfüzetének 1. tézisében [78].

2.2.2. A hengeres csigahajtások vonatkozó szakirodalma

A hengeres csavarfelületek csoportosítása alkotójuk szerint lehetséges, úgymint egyenes vagy göbe alkotójú felület. A nem vonalfelületű csigahajtásoknak az egyik legszignifikánsabb osztályát a ZK típusú felületek alkotják, amiket megmunkáló szerszám meridiánvonala egy egyenes, ahogyan azt olvashatjuk **F. Litvin** tudományos írásaiban [65-65], **Maros-Killmann-Rohonyi** „Csigahajtások” című könyvében, **Niemann** és **Winter** [74] „Maschinenelemente” című könyvben. A szerszámnak az egyenes alkotója, annak a helikoid felülethez képest relatív helyzete határozza meg az adott típusú felületet a ZK felületcsoportonban. A csavarfelület profilja a megmunkáló szerszám és a munkadarab kinematikája által meghatározott.

2.2.1.1. A vonalfelületű hengeres csigahajtások áttekintése

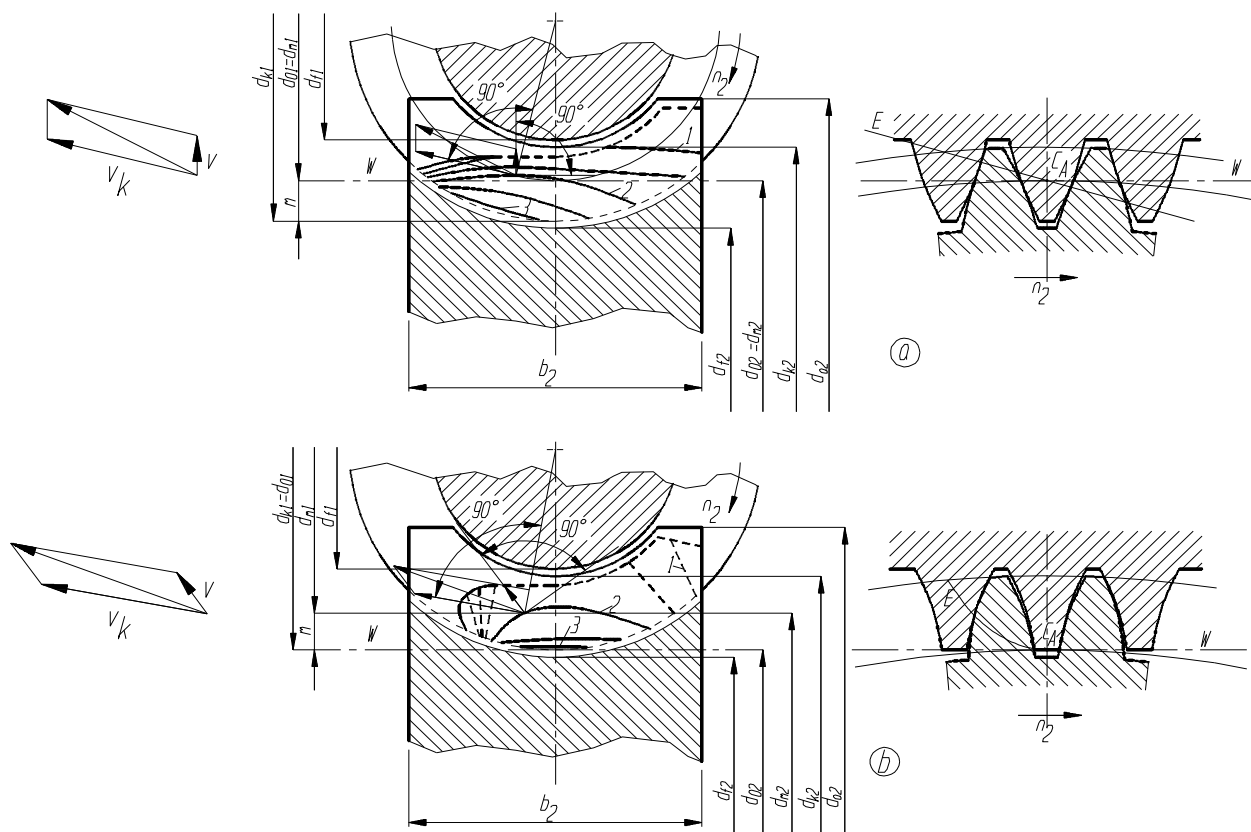
A vonalfelületű csigahajtások vizsgálata terén több kutató is ért el komoly eredményeket, nemcsak Európában, USA-ban, de Ázsiában is, főleg ezen hajtások gyártásgeometriai kialakítása terén, illetve ezek minősítése terén.

Magyarországon az 1945-ös évek utáni ipari fellendülésnek megfelelően a szakirodalmat jelentősen gazdagította **Drahoš I.** [25, 28-29], **Drobni J.** [30-31], és nem utolsósorban **Tajnafoői J.**, aki kandidátusi értekezésében [103] a mozgásleképezések alapelveit rendszerezte, kitérve az alámetszések technológiai okaira.

2.2.1.2. Az ívelt profilgörbájű hengeres csigahajtások vonatkozó szakirodalma

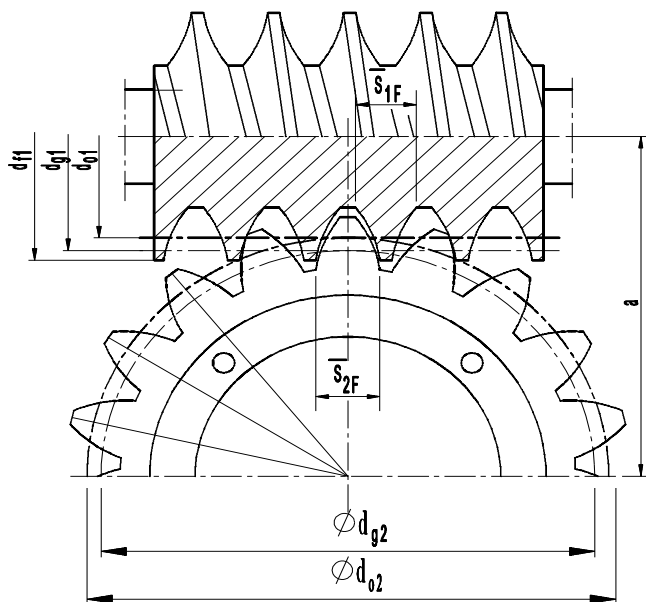
A hengeres csavarfelületek egyedi csoportját alkotják a körív profilú szerszámmal megmunkált csigák. A kinematikai viszonyoktól függően a körív profil a csiga működő felületének lehet a tengely- vagy normálmetszetében, illetve a csigatengellyel párhuzamos síkban is.

Az evolvens, a konvolut és az arkhimédészi egyenes alkotójú csigák, valamint az azokhoz kapcsolódó kerék fogfelületek jóval kevésbé alkalmasak arra, hogy a szükséges olajfilm kialakulhasson közöttük. A megfelelő olajfilm létrejöttéhez előnyös a geometriai környezet, ha az érintkezési pontban a közös felületi normális és a relatív sebesség hajlászszöge minél inkább közelíti a derékszöget. Ezt jóval kedvezőbb módot képes biztosítani a körív profilú csiga és a hozzájuk kapcsolódó kerék. **David Brown** cége gyártott először ilyen hajtópárt, ahol a csiga tengelymetszetben domború ívelésű, a kapcsolódó kerék pedig homorú ívelésű. Ezt a hidrodinamikai elemzése alapján **Niemann G.** mutatta ki és szabadalmaztatta [74], a német Flender cég gyártotta le a Cavex típusú csigahajtásokat.



2.2.1.2.1. ábra Fogkapcsolódás, fogoldalak érintkezési vonalai, főmetszetbeli E kapcsolóvonal
 a) ábra evolvens csigahajtás, b) ábra ívelt profilú (Cavex) csigahajtás esetén,
 azonos fő paraméterekkel [35].

Az érintkezési pontokban a pillanatnyi érintkezési görbék érintői közel merőlegesek a relatív sebesség vektorokra, és az ék alakú hézag által hordképes olajfilm alakul ki a hidrodinamikai kenéshez a fogfelületek közötti relatív sebesség irányába. A pillanatnyi érintkezési vonalra a \mathbf{v} vándorlási sebesség iránya merőleges, aminek nagysága befolyásolja a hidrodinamikai nyomást. A 2.2.1.2.1. ábra alapján 2-3 fog egyszerre kapcsolódik. A fog kapcsolatba lépésétől egészen a kilépésig az 1, 2, majd 3 sorrendben változik az érintkezési görbe. Továbbá az érintkező fogfelületeknek a görbületi középpontjai a felületi normális ugyanarra az oldalánra esnek, ezért homorú és domború felület érintkezik, így elenyésző a Hertz-feszültség. Mindezekért együtt az ívelt csigahajtás jelentős terhelés átvitelre képes, és a kis fogoldal nyomás következtében könnyen kialakul a hordképes olajfilm, viszont érzékeny a szerelés pontosságára, hőtágulásra, mechanikai deformációkra nem lokalizált hordkép esetén. Az ívelt csigahajtások esetén kiemelkedően nagy a fogláb vastagsága a csigának is és a csigakeréknek is az egyenes alkotójú csigák és a hozzájuk kapcsolódó csigakerékek fogláb vastagságához viszonyítva.



2.2.1.2.2. ábra A fog kialakításának elve és a gördülővonal helyzete [35]

A 2.2.1.2.2. ábra alapján a fog kialakításának elve:

- A csiga fogprofilja a domború, vagy egyenes profil helyett konkáv,
- A (d_{g1}) gördülő görbe elhelyezkedése a csiga fejkör átmérője közelében, vagy azon kívül van, a fogmagasság közepe (d_{o1}) a középtátmérő helyett, az x_2 fajlagos szerszámállítást nagy ($0,8 \leq x_2 \leq 1,5$). [35]

2.2.1.3. Az ívelt profilú csigák megmunkálásának föllendülése

A nagy teljesítmény átvitelre alkalmas csigahajtóművek csigáit többnyire mindenütt köszörülük a gyártóművek, aminek következtében az osztás pontossága és a menetemelkedés is növekszik. A mérsékelt alakpontosságú megmunkáló szerszám, valamint a közelítő eljárásból adódó megmunkálási hibák profil torzulást okoznak, aminek következtében mind a hajtás teherbírása és hatásfoka csökken.

Alakköszörülési eljárások

a) **Niemann** Németországban **szabadalmaztatott módszerével** a megmunkáláskor a toroid alakú köszörűkorong tengelymetszetben körív profillal rendelkezik, az oldalprofil ρ_k sugarának nagysága közel megegyezik a csiga középhengerének sugarával ($\rho_k \approx d_{o1}/2$). A tengelyek hajlásszöge az osztóhengeri γ_0 emelkedési szöggel azonos nagyságú. A korong és a csiga tengelyének normál transzverzálisa illeszkedik a fogárok normál metszetbeli szelvényének szimmetriatengelyére.

Kizárólag a korong tengelyvonalának irányába eltolható gépen tudjuk beállítani a normál transzverzális köszörüléshez (pl. Klingelberg-gépen).

Az alakpontosság csökkenését mikroprocesszor vezérléssel rendelkező korrigáló berendezéssel az igénynek megfelelő mértékben mérsékelik.

b) Egy másik köszörülési eljárás kimunkálása Litvin F. L. nevéhez köthető, tulajdonképpen egy speciális korongfelfogásával. A korong tengelymetszeti síkgörbe profilja megegyezik a csiga működő felületével való érintkezési görbével. Az említett irodalmakon kívül foglalkozott körív profilú csigahajtásokkal még Krivenko is a Szovjetunióban [60], valamint Kornberger Lengyelországban.

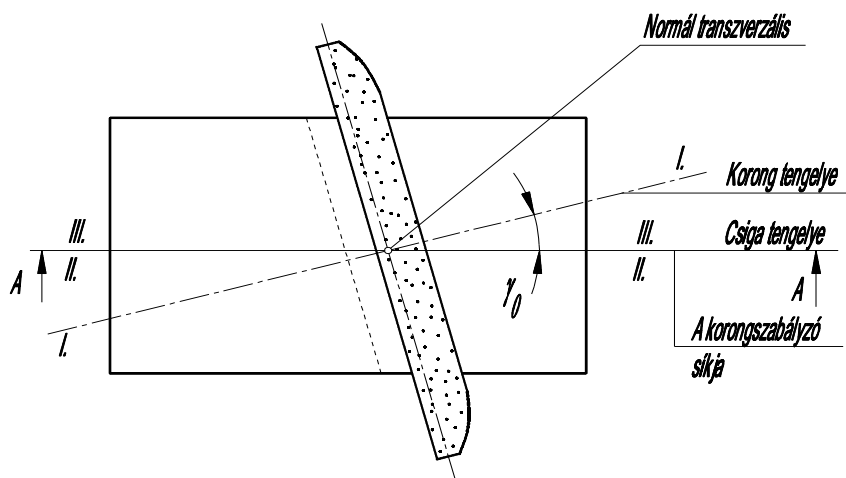
Magyarországon és máshol az ide vonatkozó az irodalmi szükségzésnek az is oka, hogy a gyártási eljárásokat védik szabadalmakkal. Kiemelendőek Drobni J. [30-31] munkái, a minősítés vonatkozásában Bányai K. [10] munkája, és Horák Péter „Körívprofilú csigahajtópárok tribológiai vizsgálata” című disszertációja [50].

c) További köszörűvel történő megmunkálásra egy gyártási eljárás a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga esetében Dudás Illés [34] nevéhez fűződik.

A csiga befejező megmunkálásának analízise, illetve megoldása

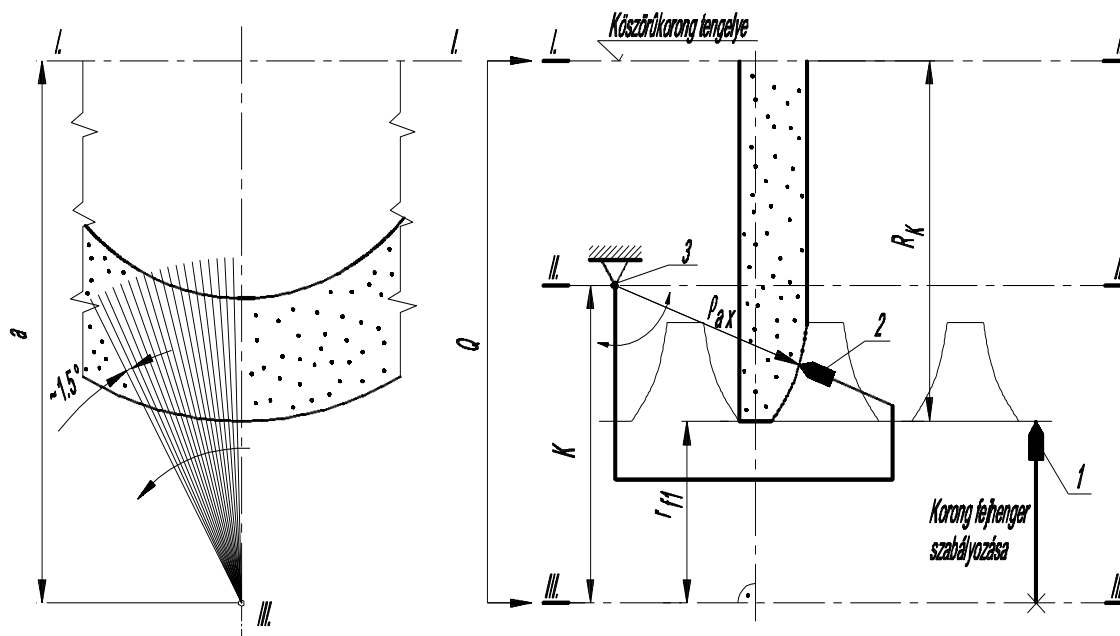
A csigák menetvágása esztergán az egzakt csavarfelületet hozza létre. Ennek a csavarfelületnek korong alakú szerszámmal történő megmunkálásakor nagy emelkedésű csigák esetén okozhat elmunkálást, így a csiga nem lesz helyes geometriailag.

Így az a feladat, hogy az érintkezési görbe által a korong profilját úgy kell meghatározunk, hogy axiális metszetben a csigafelület a tervezett körív profilú legyen. Egy gyémántból készült, előírt profilú csiga kialakítaná az megmunkáló korong profilát, azonban ennek költségességét kiválthatjuk a Dudás Illés által tervezett köszörűkorong-szabályozó lefejtő berendezéssel. A korong-szabályozó készülék a meghatározott helyzetekben a tervezett csiga profilkörét gördíti le a köszörűkorong felületén. [38]



2.2.1.3.1. ábra A köszörűkorong bedöntése $\gamma = \gamma_0$ osztóhengeri emelkedési szöggel [38]

A köszörűkorong tengelyét a csiga γ_0 közepes emelkedési szögével bedöntve, ugyanakkor a korong-szabályozó lefejtő berendezés a főorsó tengelyvonalán, a csiga tengelyén kerül elhelyezésre a 2.2.3.1. és 2.2.1.3.2. ábrán látható módon.



2.2.1.3.2. ábra A **Dudás-féle** lefejtő-szabályozó készülék működésének koncepciója és a korongszabályozó készüléknek a fősíkban elhelyezése [38]

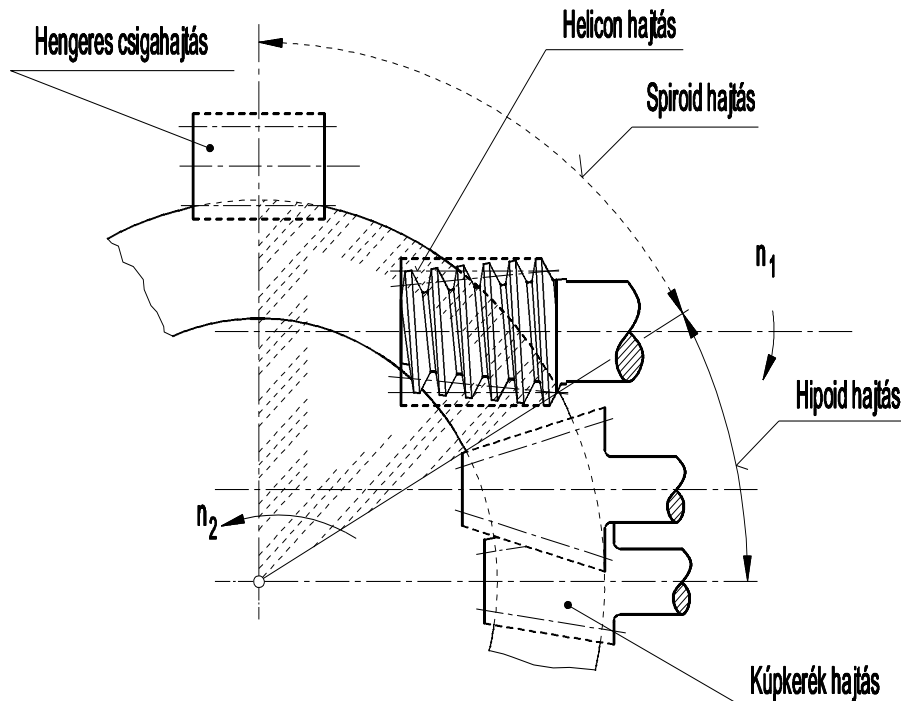
Az alámetszés elkerüléséhez nagy menetemelkedésű csiga megmunkálása esetén kisebb szög beállítása a célszerűt ($\gamma > \gamma_0$). A köszörűkorong I-I jelölésű tengelye és a csiga III-III jelölésű tengelye közötti távolság az ismert adatokkal számítható a következő képlet szerint

$$a = K + R_K - h_{sz} \quad (2.2.1.3.1)$$

A csigafelület ismeretében a burkolással alakítható ki a csigát megmunkáló köszörűkorong felületre csigáról való visszafejtés elve szerint.

2.2.3. A kúpos csigák vonatkozó szakirodalma

A spiroid hajtások megfelelő konstrukciója esetén más hajtásokhoz képest kiemelkedően nagy kapcsolószámot lehet elérni. A a spiroid hajtás a kitérő tengelyű fogazott hajtások területén nagy teherbírású, azonban nem túl nagy rendelkezik. **F. Bohle** volt az első az **Illionis Tool Works** (USA) főkonstruktoraként, aki megmutatta, hogy a hengeres és hipoid csigahajtások közötti tengely elhelyezkedési viszonyok határai között lehet alkalmazni a spiroid hajtást [17] a 2.2.3.1. ábrán látható módon. A spiroid hajtópárt egy tányérkerék és egy ehhez kapcsolódó kúpos csiga alkotja. Ha a kúpos csiga referenciakúpjának félkúpszöge (δ_1) nulla, akkor hengeres csiga és tányérkerék áll elő. **Bohle** a „Spiroid Gears and Their Characteristics” című kiadványában a hajtópár néhány technológiai és alkalmazási területéről ír, a paramétereiről nem, illetve az üzemi tapasztalatait értékeli ki. Az ezidáig leggyártott spiroid hajtópároknak a jellemző áttételi tartománya $i=10-110$, viszont speciálisan megválasztott paraméterek következtében már $i=359$ áttétellel is létrehozható spiroid hajtópár, úgymint kis modullal rendelkező kinematikai hajtás.



2.2.3.1 ábra Hajtás típusok a tengelyek elhelyezkedése szerint [38]

F. Bohle „*Spiroid Gears and Their Characteristics Machinery*” című írásának kiadását követően több, kutatás területén fejlett országban kezdődött meg a spiroid hajtópárok vizsgálata. A spiroid hajtópárok kapcsolódási viszonyainak vizsgálata és a gyártástechnológiai nehézségek feltárása nagy jelentőségű, ugyanis megbízható fogazási eljárás tudja biztosítani az elméleti vizsgálatok során feltárt, kedvező kapcsolódást.

A spiroid hajtások kinematikai viszonyait vizsgálta párhuzamosan a technológiai fejlesztéssel **Saary, O.** a „*Speed-Reduction Gearing*” című írásában. A spiroid hajtások üzemi adatait és a kutatási eredményeit 1962-ben **Dudley** adta ki az **Illinois Tool Works** részéről a „*Gear Handbook*” című kézikönyvben [42]. A spiroid hajtások fejlesztéséhez 1977-ben egységes elnevezéseket és jelöléseket tartalmazó szabvány is készült (GOSZT 22850-77). Az egyenes alkotójú spiroid hajtások fogazásának geometriájával **Abadziev** és **Minkow** foglalkozott.

Magyarországon a spiroid hajtásokkal a Budapesti Műszaki Egyetemen **Hegyháti J.** [48], a Miskolci Egyetemen **Lévai I.** [61-63], **Dudás Illés** [35], **Dudás László** [41] és **Bányai K.** és **Balajti Zs.** [11] foglalkozott, aminek eredményeként összehasonlításra is kerültek a már legyártott spiroid és a hengeres csigahajtópárok. Ezen a téren jó együttműködés jött létre a Budapesti Műszaki Egyetem Gépszerkezettani Intézete, és a Miskolci Egyetem Gépgyártástechnológiai Tanszéke között 1995-ben az OTKA T 00655 kertében, mely munka témavezetői **Bercsey Tibor** és **Dudás Illés** voltak.

2.2.4. A megmunkáló szerszámfelületek vonatkozó szakirodalma

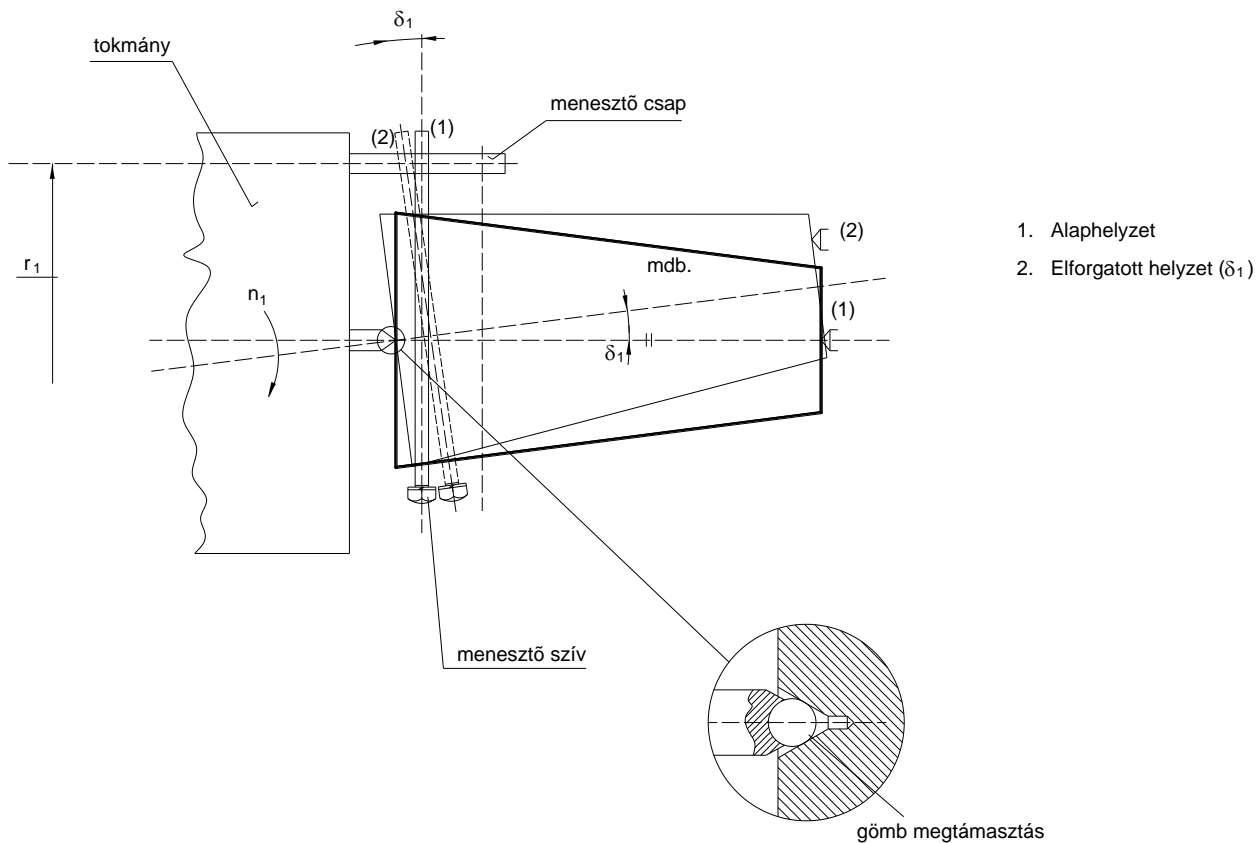
A fogazott elemek szerszámozásáról nem túl sok publikáció került kiadásra Magyarországon **Bakondi K.**, **Bali J.**, **Drahos I.** [24], **Sasi Nagy I.** és **Dudás Illés** [34] munkáin túlmenően. A szuperkemény köszörűkorongok egy szemcesorral a fogazatok előállításakor egyre inkább népszerűek, úgymint a bevonatolt, és keményfémből előállított szerszámok. A megfelelő

pontossággal legyártott, szabályozott köszőrúkorong a helikoid felületek gyártásának legfontosabb szerszáma. Ezen megmunkáló szerszámok geometriailag korrekt előállítását a **működési viszonyok matematikai elemzésével** lehet produkálni, vagyis komoly gyártásgeometriai ismeretek szükségesek hozzá.

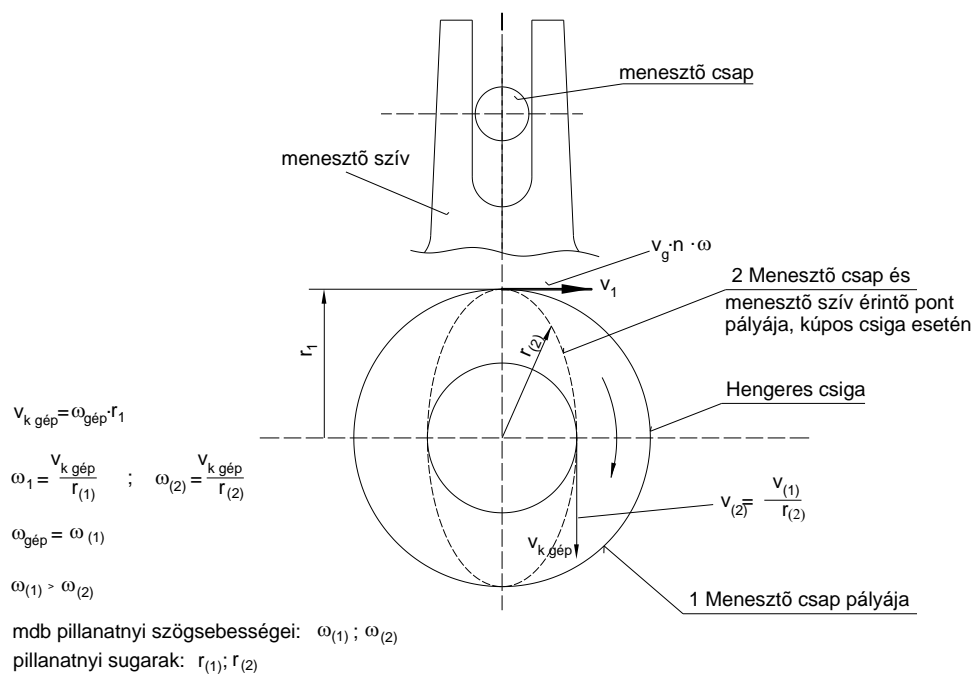
2.3. A hengeres és kúpos csigák megmunkálásának vizsgálata, a változó tengelytávú gyártás matematikai leírása

A kúpos és hengeres csigák és szerszámaik kapcsolódásának elemzésére a Dudás-féle [38] általános matematikai kinematikai modell ismeretében továbbfejlesztett konstruktív geometriai kinematikai modell matematikai leírását **Balajti Zs.** a „*Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése* „ című disszertációjában végezte el [76]. A hengeres és kúpos csigák megmunkálásának konstruktív geometriai modellben való elemzése a csigák azonos tengelyvonalra helyezésével történik. Ezen modell felfogás a változó tengelytáv ($a_0 \pm p \cdot \varphi_1$) miatt egy olyan gépet feltételez, amellyel a geometriailag helyes gyártás lehetséges. A 2.3.1. ábra [76] a csúcspont eltolással gyártott, referencia kúpján $\delta_1 > 0^\circ$ félnyílásszögű kúpos csiga menesztésével járó problémát szemlélteti. a hagyományos menetköszőrűgépen történő megmunkálás esetén.

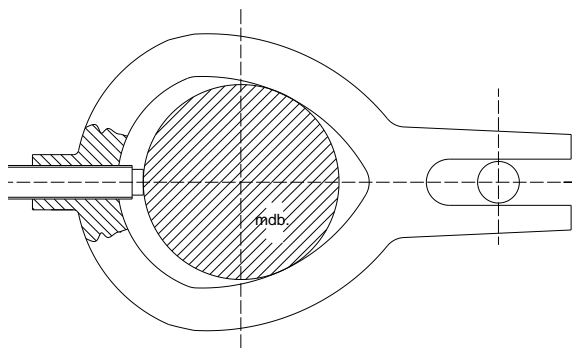
- 2.3.1.a) ábra 1. $\delta_1 = 0^\circ$ esetén a gépsztal alaphelyzete
 2. $\delta_{\max} = 5^\circ$ esetben csúcselállítással elmozdított a tengely
- 2.3.1. b) ábra A menesztés geometriai elrendezésének elvi folyamata
- 2.3.1. c) ábra A menesztőszív felfogása



a) A csúcs elállítása kúpos csiga megmunkálásánál



b) A menesztés geometriai elvi elrendezése



c) Menesztőcsap felfogása

2.3.1. ábra Kúpos csiga hagyományos menetkösörűn történő menesztése a menet megmunkálásánál [76]

A[76] alapján a kúpos csiga menesztésből adódó problémák:

- A tokmány kerületi sebessége $\mathbf{v}_t = r \cdot \boldsymbol{\omega}$.
- A menesztő csap érintkezési pontjának (állandó) sebessége $\mathbf{v}_m = r_m \cdot \boldsymbol{\omega}_g$,

A munkadarab szögsebessége

$$\boldsymbol{\omega}_{g_{mdb}} = \frac{\mathbf{v}_m}{r_2} = \frac{r_{(2)} \cdot \boldsymbol{\omega}_g}{r_2} \text{ szintén változó.} \quad (2.3.1)$$

Hol nagyobb, hol kisebb a kerületi sebesség a változó szögsebesség miatt, ami a menetemelkedést befolyásolja a

$$H = p \cdot \boldsymbol{\omega}_{g_{mdb}} \quad (2.3.2)$$

összefüggés értelmében. Az itt vázolt gyártási problémára megoldás lehet egy olyan gép alkalmazása, amely a keresztirányú tengelytáv változását vezérelni tudja.

A szegnyereg csúcs elállítása miatt a referenciakúp alkotója párhuzamos a kösörűkorong pályájával, a csiga megmunkálása esetén a csigatengelyére egy nem merőleges síkban mindig ellipszis pályán történik, ami miatt a ingadozik munkadarab szögsebessége. Ezáltal a munkadarab szögelfordulásának függvényében változik a menetemelkedés, azaz ingadozik a névleges $p \cdot \boldsymbol{\omega}$ értéke körül.

2.4. A konstruktív ábrázoló geometriai fejlesztés előzményei

A XVIII. század végén a G. **Monge** (1746-1818) által megalkotott kétképsíkos ábrázolás [72] jelentős előrelépést jelentett a művészi ábrázolás és a tudományos alapú műszaki ábrázolás szétválasztásában olyanannyira, hogy az erődítmények tervezését, illetve építését a kétképsíkos ábrázolásban több, mint három évtizeden át kezelték hadititokként. A továbbiakban azonban a térelemek Monge ábrázolásakor a műszaki gyakorlatot illetően a kölcsönös egyértelmű megfeleltetést vonatkozásában anomáliák léptek fel [4, 27, 28, 72, 75, 119]. A térelemek

ábrázolása során a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, azaz a két rendezett helyzetű merőleges vetületből a rekonstruálhatóság elvárása a matematika nyelvén egy bijektív leképezés. A leképezés bijektív, ha injektív (vagyis az értelmezési tartomány különböző elemeinek megfelelő értékkészletbeli elemek különbözőek) és szürjektív (vagyis minden értékkészletben lévő elemhez tartozik az értelmezési tartománynak eleme, ami az értékkészletbeli elemnek megfelelője). Az ábrázoló geometria kölcsönös egyértelműségére, azaz bijektivitásra vonatkozó anomáliák, azaz nemegyértelműségek oka lehet Monge beállítottsága, aki szintetikus úton végezte a poliéderek ábrázolását, ellenben analitikus geometriai feladatként oldotta meg a görbék ábrázolását. Mivel később a Monge-projekciónak az analitikus geometriai vonatkozásai elhalványultak, a gyakorlat kizárólag szintetikus módszerekre tért át, mely nem minden esetben tudta biztosítani a bijektivitást. A *pont ábrázolása bijektív leképezés*, vagyis a *Monge-projekció kölcsönösen egyértelműen képezi le a teret a síkra*, de a többi geometriai alapelemre ez nem mindig teljesül. A selmecebányai tanszékalapító J. **Hönig** műegyetemi tanár az ábrázoló geometriának az alapjait szintetikusán, míg a görbék és felületek ábrázolását már analitikusan tárgyalta [54]. **Petrich** Géza a matematikusok és a mérnökök körében is nagy elismertségre tett szert az ábrázoló geometria szintetikus megközelítésével [82].

Drahos István több cikkében [26-27] is foglalkozott a Monge-féle ábrázolás kölcsönös egyértelműségével. Az egyikben írja, hogy „a computer geometria megjelenése alapjaiban rengette meg a tudományos értelemben vett ábrázoló geometriát, az emberi érzékeléstől végképp függetlenné téve, hogy egy ábrázoló geometriai rendszer a leképezést, és a visszaállítást tekintve kölcsönösen egyértelmű-e. **A rekonstrukciós algoritmusok ugyanis esetenként ellentmondáshoz vezettek.**”

Szabó József az „*Eine computergraphische Anwendung des zentralen Einschneide-verfahrens der Darstellen Geometrie (Rekonstruktionsprobleme)*” című cikkében [97] a térbeli objektum csupán két képből történő rekonstrukciójához a számítógép számára szükséges pontrekonstrukciós módszert ír le. A habilitált doktori disszertációjában az előzőnél lényegesen bővebb számításokkal történő pontrekonstrukciós módszert dolgoz ki tetszőleges helyzetű két képből, mely projektív invariánsokon alapul, és csak akkor létezik biztos megoldás, ha ismert a pont két képe [98].

A műszaki gyakorlatban rendszeresen előfordul az a feladat, hogy alkatrészeket, munkadarabokat, vagy akár milyen más háromdimenziós testet két kétdimenziós képből kell rekonstruálni [4, 77, 78, 84, 119]. A Monge-projekció sajátossága révén az ábrázolás bijektivitásához poliéderek esetén két egymásra merőleges vetület már elegendő. Az egymásnak megfeleltetett pontokkal ábrázolt geometriai testek modellezhetők is a különböző CAD rendszerekben [83, 94, 96]. **Nándoriné Tóth Mária** arról ír doktori értekezésében, hogy ha a poliéderek csúcspontjai nincsenek jelölve, előfordulnak olyan esetek is, amikor nem teljesen mindegy, mely oldalára eső harmadik képsík bevezetése elegendő az objektum egyértelmű rekonstrukciójához [107].

Ha a geometriai alakzatról csupán két, egymásra is merőleges vetület áll rendelkezésünkre, továbbá a pontok megfeleltetése nincs jelölve rajtuk, akkor a leképezés igen gyakran nem bijektív [4, 27, 77, 97]. A rekonstruálhatóság vizsgálatának igénye napjainkban a Monge-projekcióban történő ábrázolásnak a rajzdigitalizálás során történő rekonstrukciójának igénye kapcsán merült föl [53, 55, 59, 84, 94].

Balajti Zsuzsa a kétkamerával történő mérés esetén a rekonstruálhatóság biztosítására a kamerapozíciók és a Monge-tégla pontjainak megfeleltetését [77] dolgozta ki a „*A Monge ábrázolás elméleti elemzése és alkalmazása a mérnöki gyakorlatban*” című könyvében, melyben

többek között a kapott elméleti eredményekre alapozva készültek olyan számítógépi programok, amelyekkel csavarvonalat, illetve csavarvonalakat tartalmazó alakzathoz a bijektivitást biztosító Monge-projekciók kiválasztásra kerültek. A programok futtatása néhány kritikus esetben is megtörtént, és ezáltal az elméleti eredmények vizuálissá is váltak.

A CCD kamera kalibrációjának feldolgozása a Miskolci Egyetemen folytatott, „*CCD kamerás mérési rendszerek kifejlesztése a gépipari minőségbiztosítás területén*” című OTKA kutatás során komoly eredmények születtek [109, 119]. A kamerával készített képek torzításmentesítésével kapcsolatban számos megoldás látott napvilágot, melyek közül **Szűcs István** „*Kamerakalibrálás fényképek alapján*” című szakdolgozatát említem meg [102].

II. ÚJ KUTATÁSI TERÜLETEK

3. KÚPOS ÉS HENGERES HELIKOID HAJTÓPÁROK MATEMATIKAI ÉS SZÁMÍTÓGÉPES HIBRID MODELLJE

A hengeres csavarfelületek köszörülése során problémát okoz, hogy a köszörűkorong kopása miatt bekövetkező *korongprofil és átmérő változás* tengelytáv csökkenést okoz, ami más korongprofil kíván meg ugyanazon matematikailag definiált csavarfelület kialakításához.

A kúpos helikoid felületek köszörűkoronggal történő megmunkálásakor egyidejűleg több probléma is felvetődik, amik erősen megnehezítik a geometriailag helyes profil kialakítását. Ezek a következők:

- A köszörüléssel végzett megmunkálás során a köszörűkorong kopása miatt *egyrészt a korong profilja is változik, másrészt a köszörűkorong átmérője is változik*. Ez a generált csigaprofil torzulását okozza, azaz eltérést mutat az elméleti profilhoz képest.
- A profiltorzulás miatt szükségessé váló köszörűkorong *újraélezése következtében további átmérőváltozás következik be*.
- A kúpos csavarfelület megmunkálása során *a csiga tengelymenti átmérőváltozása a tengelyek távolságának állandó változását vonja maga után*, amiből önmagában következik a korongprofil szükséges változása a matematikailag definiált helikoid felület létrehozása esetén.
- A kúpos csavarfelület megmunkálása során *az osztókúpra illeszkedő kúpos csiga menetemelkedési-szög változása* a csiga tengelye és a megmunkáló köszörűkorong tengelye által bezárt szög-változását vonja maga után.

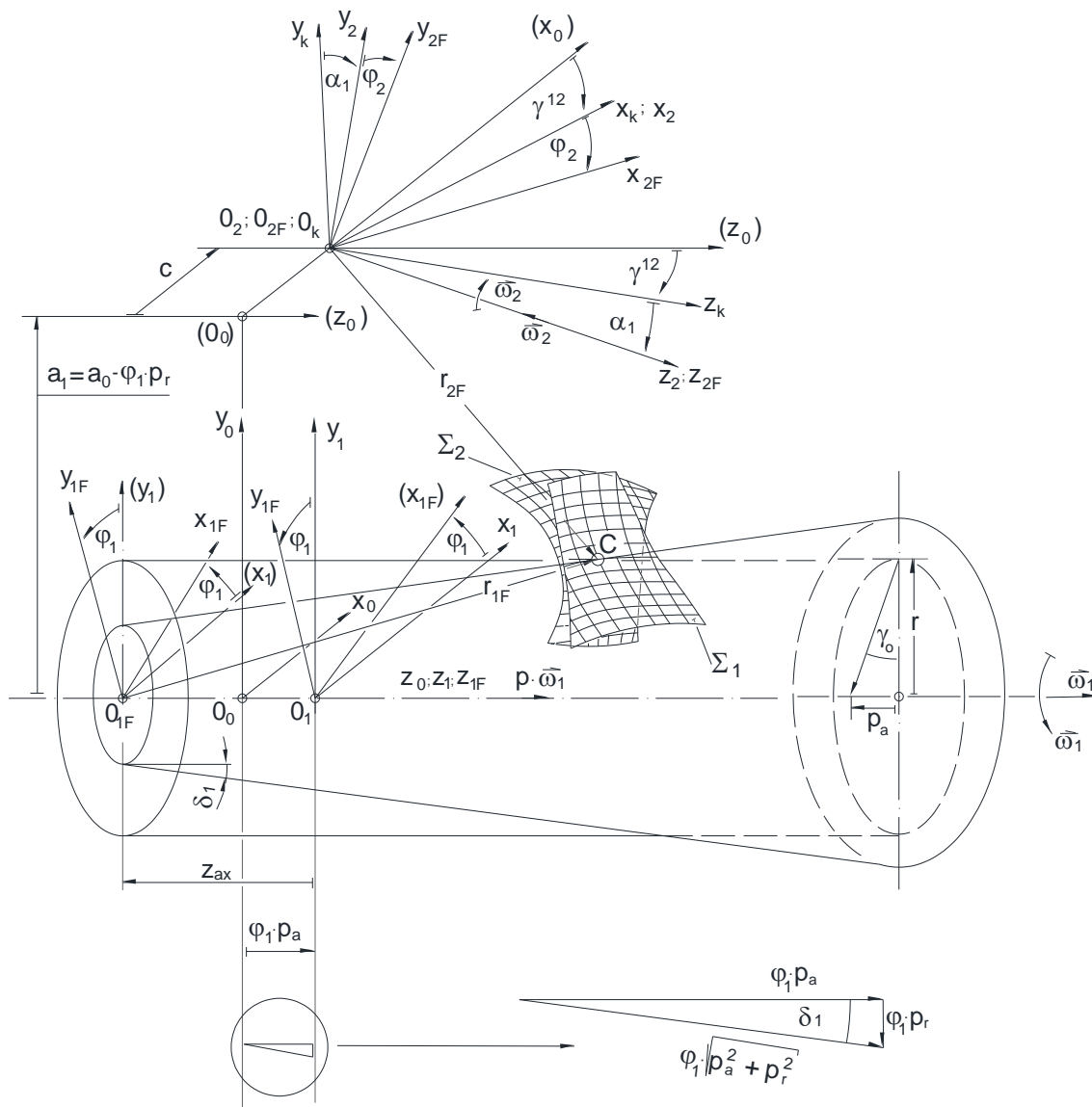
Mindezek együttesen egy új, továbbfejlesztett modellben kezelendők.

A hajtópárok kapcsolódásának, illetve elempárjainak szerszámaival való érintkezésének vizsgálatára az analitikus geometria eszköztárával megtámogatott, ugyanakkor a szintetikus geometria szimulációs, gondolkodásra ösztönző formáját választottuk. A hengeres és kúpos csigák egyenes, illetve körív alkotójú fogfelületeivel történő tervezésére készített, mátrix algebrával megtámogatott szintetikus geometriai alapú számítógépes hibrid modell egyidejűleg biztosítja az alkotó meghatározásán keresztül mind a konstruktív geometriai, mind az analitikus kezelhetőséget. A modellben C++ programnyelvi környezetbe ágyazott szoftverrel, a kétparaméteres burkolás elvén van lehetőség kiszámítani a helikoid felületeknek a megmunkáló köszörűkoronggal való érintkezési görbét, illetve a kapcsolódó kerék való érintkezési görbét a kapcsolódó felület meghatározásához.

A matematikai és számítógépes hibrid modellj alkalmas a gyártási és a működési kapcsolódási görbék összehasonlító vizsgálatára, továbbá a változó tengelytáv és a változó tengelyszög kezelésére is.

3.1. Hengeres és kúpos helikoid hajtópárok számítógépes konstruktív geometriai és analitikus hibrid modellje

Az állandó menetemelkedésű hengeres és kúpos csigahajtások és elem párijai megmunkálásának gyártásgeometriai vizsgálatára kifejlesztett Dudás-féle matematikai kinematikai modell Balajti által továbbfejlesztett változó tengelytávú konstruktív geometriai modell változatát fejlesztettem ki további részletekre kitérő matematikai vizsgálatok kidolgozása céljából.



3.1.1. ábra. Koordináta-rendszerek kapcsolata kúpos és hengeres csiga hajtópárok kapcsolódásának, és elem párijai megmunkáló szerszámjainak gyártáselméleti általános vizsgálatához

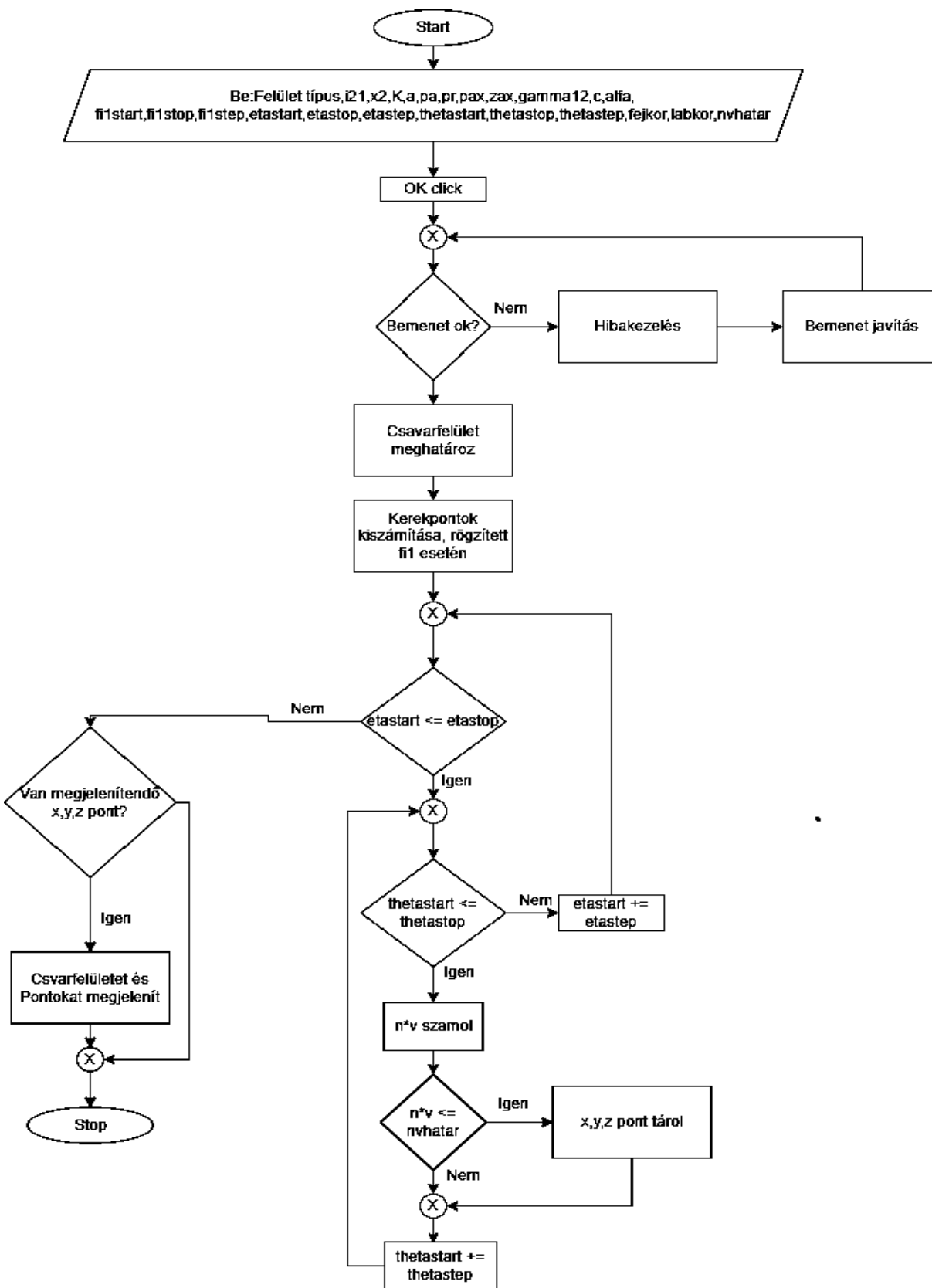
A koordináta-rendszerek értelmezése:

$K_0(x_0, y_0, z_0)$	álló koordináta-rendszer
$K_1(x_1, y_1, z_1)$	a lineáris mozgást végző, gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer
$K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$	a csavarfelület koordináta-rendszere, melyben meghatározásra kerül a csavarfelület (η, ϑ) paraméteres egyenlete
$K_2(x_2, y_2, z_2)$	a szerszám álló koordináta-rendszere, melynek z_2 tengelye illeszkedik a z_{2F} tengelyre
$K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$	a szerszámhoz, illetve kerékhez kötött forgó koordináta-rendszer
$K_k(x_k, y_k, z_k)$	segéd koordináta-rendszer
$K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$	a generálgörbe koordináta-rendszere

Alkalmazott paraméterek:

$a=a_1$	tengelytáv
c	a szerszám x tengely irányú kiemelésének távolsága (pl. konvolut vagy evolvens csiga esetén a torokhenger, illetve alaphenger sugara)
z_{ax}	a csiga álló koordináta-rendszere kezdőpontjának $z_1=z_{1F}$ tengelymenti koordinátája a csiga forgó koordináta-rendszerében
φ_1	a csavarfelület elfordulásának szöge, (szögelfordulási-, burkolási-, ill. mozgásparaméter)
φ_2	a kerék, illetve szerszám (maró v. köszörűkorong) elfordulásának szöge
i_{21}	$i_{21}=\varphi_2/\varphi_1$ áttétel
$\gamma=\gamma_0$	a hengeres csavarfelület osztóhengerén lévő csavarvonal menetemelkedési szöge
γ^{12}	a szerszám, illetve kapcsolódó kerék tengelyének a csiga tengelyével bezárt hajlásszöge
α	a szerszámnak a csavarfelület profiljára való bedöntésének szöge a jellegzetes metszetben
p	menetemelkedés csavarparamétere
p_a	axiális irányú csavarparaméter
p_r	radiális irányú csavarparaméter

Az új számítógépes környezetbe ágyazott, konstruktív geometriai és analitikus hibrid modell alkalmas a csavarfelületeket megmunkáló köszörűkorong működés közben történő utánigazítás következtében szükséges változó tengelytáv és tengelyszög kezelésére is.



3.1.2. ábra. Az új hibrid modell szoftverének folyamatábrája

Az új matematikai számítógépes hibrid modell alkalmas a csavarfelületek fogfelületének köszörűkoronggal történő megmunkálás esetén az érintkezési görbe, továbbá hajtás esetén a kerék fogfelületével való kapcsolódási görbe vizsgálatára is. A hengeres és kúpos csigát, illetve a hozzájuk kapcsolódó kereket megmunkáló szerszám mozgásviszonyainak és újraprofilozásának következtében változó tengelytávolság és bedöntési szög változásának kezelésére együttesen is alkalmas az új modell.



3.1. 3. ábra. A hibrid modell szoftverének struktúrája

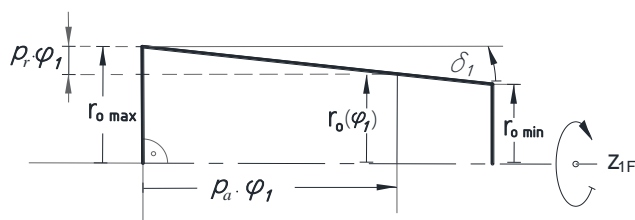
A matematikai számítógépes hibrid modell a C++ programozási nyelv sajátosságaira alapozva készült.

3.1.1. Kúpos csigák fogfelületének modellezése

A program különböző típusú kúpos csigák fogfelületeinek modellezésével támogatja a tervezési folyamatát. A hibrid modell kezeli az egyenes alkotójú kúpos csavarfelületek közül az archimédeszi, az involut és a konvolut felületet, továbbá a tengelymetszetben körív profilú kúpos csavarfelületeket a megfelelő paraméterválasztással a 3.1.1.1 ábrán is látható módon. A C++ programozási nyelv biztosítja a további fejlesztések lehetőségét.

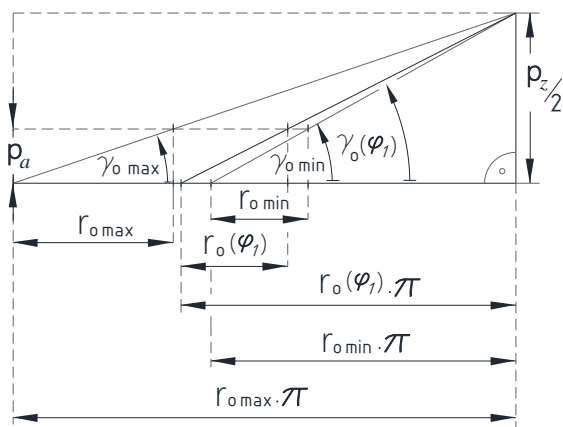
A spiroid csiga köszörűkoronggal történő megmunkálása esetén a $d_{\text{omax}} (=2 \cdot r_{\text{omax}})$ legnagyobb osztóköri átmérőtől elindulva a korongnak a csigán φ_1 paraméterű elmozdulásakor az $r_o(\varphi_1)$ sugár nagysága a 3.1.1.1. ábra összefüggései szerint

$$r_o(\varphi_1) = r_{\text{omax}} - p_r \cdot \varphi_1 \quad (3.1.1.1)$$



3.1.1.1. ábra A spiroid csiga osztókúpjának $r_o(\varphi_1)$ sugara a φ_1 mozgásparaméter függvényében

A kúpos csiga és a köszörűkorong tengelyének *bedöntési szögére* vonatkozó szükséges változtatás mértékére vonatkozó összefüggés a 3.1.1.2. ábráról olvasható le.



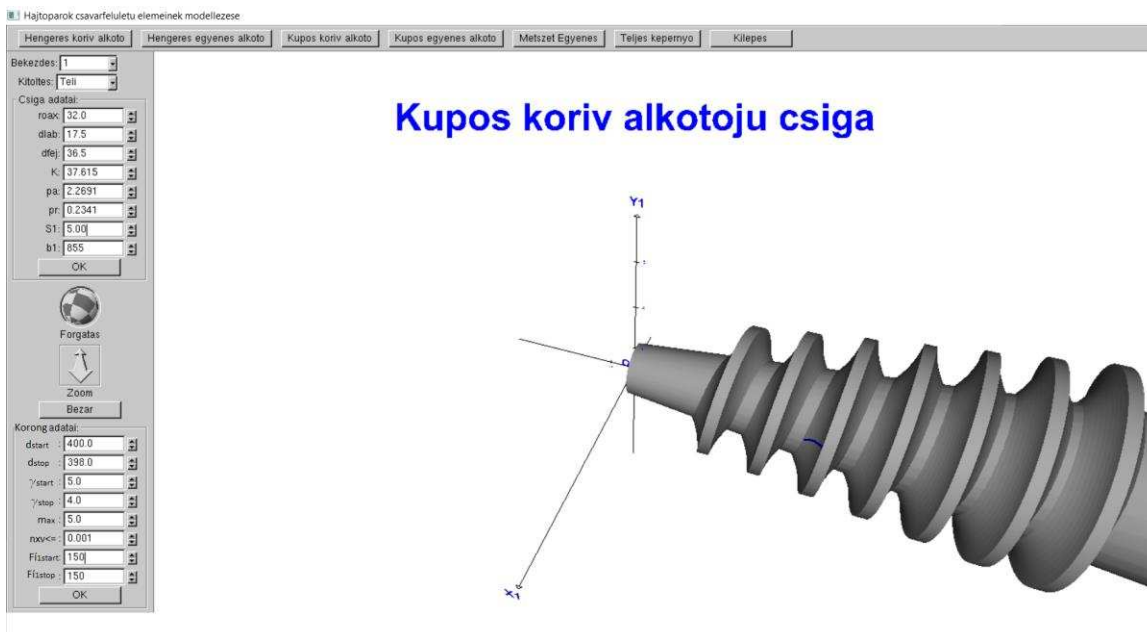
3.1.1.2. ábra Az állandó menetemelkedésű kúpos csavarfelület osztókúpjának $\gamma_o(\varphi_1)$ emelkedési szöge és az $r_o(\varphi_1)$ sugára közötti összefüggés

Az állandó menetemelkedésű kúpos csiga fogfelületének megmunkálása során az osztókúpjára illeszkedő kúpos csavarvonal $\gamma_o(\varphi_1)$ emelkedési szöge a φ_1 csavarparaméter függvényében a következő egyenlettel fejezhető ki

$$\gamma_o(\varphi_1) = \arctg\left(\frac{p_z/2}{\pi r_o(\varphi_1)}\right), \quad (3.1.1.2.)$$

ahol $r_o(\varphi_1)$ az osztókúp φ_1 mozgásparaméter függvényében változó sugara.

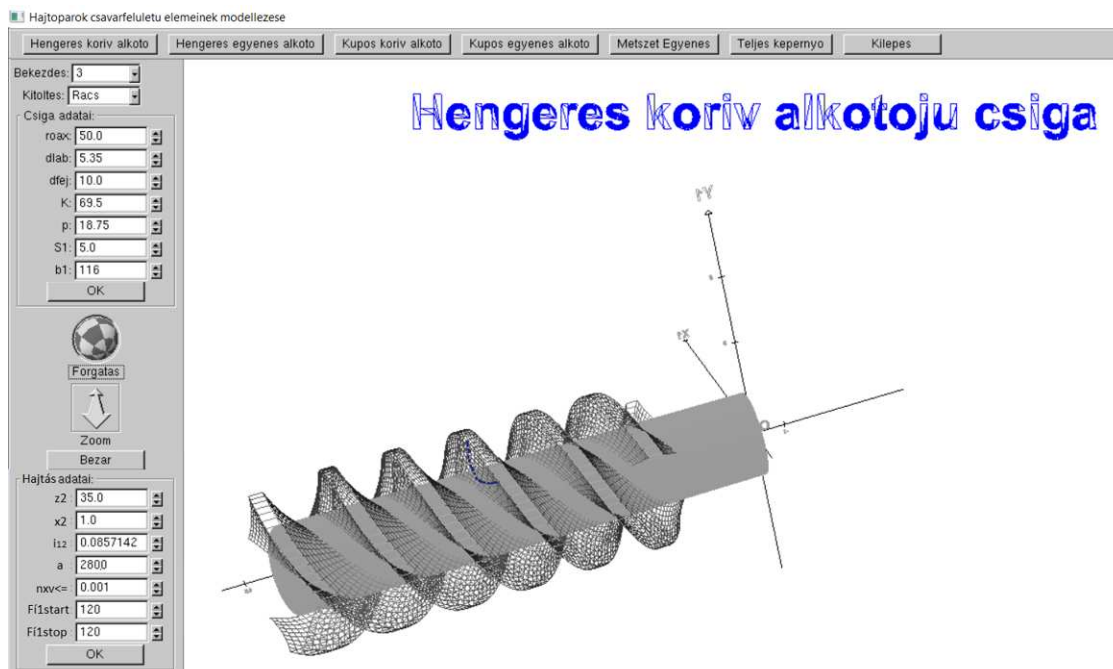
A köszörűkorong és a spiroid csiga *helyzetgeometriai viszonyai* befojásolják a korong működő felületének *alakgeometriáját* is, melynek meghatározására ad lehetőséget az új hibrid modell.



3.1.1.3. ábra Egy tengelymetszetben körív alkotójú kúpos csavarfelül és a megmunkáló köszörűkorong egy karakterisztikus görbéje a párbeszéd-ablakban

3.1.2. Hengeres csigák fogfelületének modellezése

A saját fejlesztésű számítógépes program a különböző típusú hengeres csigák fogfelületeinek számítógépes konstruktív geometriai és analitikus modellezésével támogatja a tervezési folyamatot.



3.1.2.1 ábra. Hengeres csavarfelület és a hozzá kapcsolódó kerék fogfelület egy karakterisztikus görbéje a hibrid modellben, párbeszéd-ablakban

Az egyenes alkotójú hengeres csavarfelületek közül mind az archimédeszi, az involut és a konvolut helikoid felületek matematikai és számítógépes modellezése megvalósítható. A program lehetővé teszi a helikoid felületek mind egyene, mind tengelymetszetben körív profillal való létrehozását, a 3.1.2.1 ábrán látható módon. A C++ programozási nyelv itt is biztosítja a további fejlesztések lehetőségét.

3.1.3. A program ismertetése

A hengeres és kúpos helikoid felületek matematikai számítógépes hibrid szimulációját bemutató szoftver C++ programnyelven készült az új hibrid modell kifejlesztéseként.

A matematikai általánosítás eredményeként a csigák referencia hengere és kúpja centrális kollineációs kapcsolatban, azaz egy forgástengelyen kerültek elhelyezésre. Az új hibrid modell képes a változó tengelytáv és szintén változó tengelyszög esetét is kezelni a kontakt görbék pontjainak meghatározására vonatkozóan.

A program szerkezetének kialakításakor többek között fő szempont volt, hogy a felhasználók számára a lehetőségek érthetők legyenek. A csavarfelület elméleti matematikai származtatása mellett további cél volt az átlátható kezelőfelület kialakítása, amivel a felhasználó számára összes beépített modellezési lehetőség felkínálásra kerül. A program sajátosságaként említendő meg, hogy a hengeres és kúpos csigák referenciafelületei közös tengelyen kerültek elhelyezésre, nyitva hagyva a lehetőségét a legyártandó hengeres és kúpos csigák fogfelületeinek modellezésén túl a projektív geometriai alapokon történő tárgyalását is.

A C++ programnyelv széles körben használt, a rendszerszoftverek megvalósítására megalkotott, és megfelelő alkalmazás-szoftverek fejlesztésére is. A C++ programozási nyelvet mondhatni a legszélesebb körben alkalmazzák.

A C++ programozási nyelv elsődleges kiterjesztésként könyvtárakat használ. A könyvtáraknak rendszerint van egy fejléc-fájlja, ami tartalmazza egyrészt a könyvtárban található függvények típusait, melyeket egy program használhat, továbbá tartalmazza az ezekhez a funkciókhoz alkalmazott speciális adattípusok, makroszimbólumok deklarációit. Azért, hogy a program egy könyvtárat használhasson, mindenképpen tartalmaznia kell magát a könyvtár fejléc-fájlt, valamint a könyvtárat össze is kell kapcsolni a programmal, ami a legtöbb esetben fordítói jelzőket is igényel. Ezek a csatlakoztatott funkciók a jövőbeni kiterjesztett gyártási folyamatoknak is modelljei lehetnek.

3.2. A helikoid felületek és a megmunkáló korong érintkezési görbéje

A **direkt feladat** megoldása során a csiga, mint munkadarab \mathbf{r}_{1F} felületének ismeretében keressük az \mathbf{r}_{2F} szerszám felületet. A köszörűkorong szerszám működő felülete az érintkezési vonal pontjai által meghatározott.

A megmunkálandó helikoid felület a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ koordináta-rendszerben az

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (3.2.1)$$

kétparaméteres vektor-skalár függvénnyel adott. Ekkor az \mathbf{n}_{1F} normál vektor a következő alakba írható

$$\mathbf{n}_{1F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \vartheta} \quad (3.2.2)$$

A Σ_1 csiga és Σ_2 korong felület közötti \mathbf{v}^{12} relatív sebesség a K_{2F} rendszerben a csiga K_{1F} és a szerszám K_{2F} koordináta-rendszere közötti transzformáció alapján

$$\mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \frac{d}{dt} \cdot \mathbf{r}_{2F} = \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.2.3)$$

A szerszámfelület meghatározásához a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ koordináta-rendszerbe transzformáljuk a $\mathbf{v}_{2F}^{(12)}$ vektort

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} = \mathbf{P}_{1a} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.2.4)$$

amiből a

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.2.5)$$

az új matematikai számítógépes hibrid modell „kinematikai leképezés mátrixa”. Ezzel a sebességvektor

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{P}_{1a} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.2.6)$$

alakba írható.

A kapcsolódás I. törvénye alapján az

$$\mathbf{n}_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{v}_{1F}(\eta, \vartheta) = 0 \quad (3.2.7)$$

egyenletet bármelyik belső paraméterére (pl: η) megoldva a (3.2.1)-t felhasználva kapjuk a felületek közötti érintkezési görbe egyenletét az

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta(\vartheta), \vartheta) = \mathbf{r}_{1F}(\vartheta) \quad (3.2.8)$$

alakban, melyet az

$$\mathbf{r}_{2F}(\vartheta) = \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F}(\vartheta) \quad (3.2.9)$$

koordináta-rendszerek közti transzformációval a szerszám koordináta-rendszerében is felírhatunk, ezzel meghatározva a generált szerszámfelület generálógörbét.

Az összefüggésekben az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ és az $\mathbf{M}_{1F,2F}$ mátrixok a K_{1F} és K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok.

4. SZERSZÁMÉL KOPÁSVIZSGÁLAT

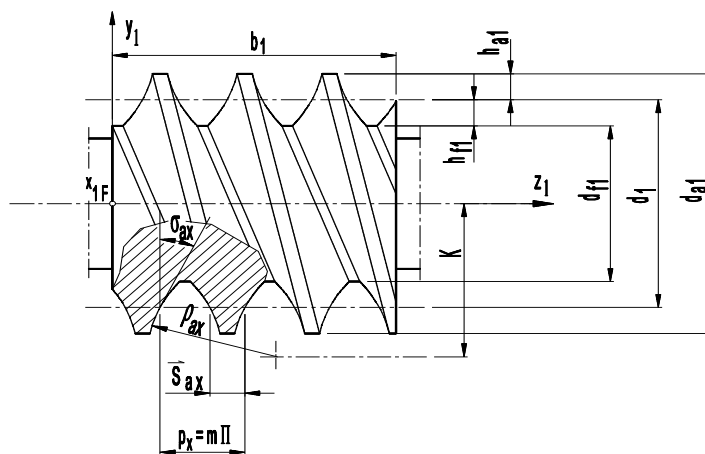
A kopás hagyományos ellenőrzési módszereinek alapvető problémája, hogy a felületeket kétdimenziós metszeteik által, azok síkbeli alakzataival értékelik, így a különböző irányú mérrethibák síkbeli vetületeinek hatásai is csupán mint kummulatív hatás kerül figyelembevételre, úgymint az osztás tengelymetszetben, továbbá a radiális ütés a homlokmetsetben, vagy a profilhiba a tengely, vagy a homlok metsetben.

Ezért is célszerű a helikoid hajtópárok elemeit megmunkáló szerszámok - mint háromdimenziós alakzatok – matematikailag helyes geometriai ellenőrzési módszerének elméleti kimunkálása és a gyakorlati kivitelének alkalmazása.

A csavarfelületek és a kapcsolódó csigakerék gyártása közben folyamatos feladat az előírt gyártási pontosság biztosítása [6, 21, 35, 43, , 109]. A szerszámok kopása a legyártott fogfelületek alakhibáját okozhatják, mely mértékének meghatározásához vezető első lépés a szerszámél kopásának mérése.

A hengeres és a kúpos csigához kapcsolódó kerék sorozatgyártása esetén ez a szerszám a lefejtő csigamaró, ami rendkívül bonyolult geometriájú, komoly költségekkel előállítható szerszám, ezért a geometriai kialakításakor célszerű lehetővé tenni a minél többszöri újra-élezhetőségét. Ennek a kialakítása többek között gyártásgeometriai, gépészeti, technológiai, és geometriai, matematikai ismereteket is megkíván [6, 20, 25, 28, 38, 36, 45, 47, 70, 91].

A tengelymetszetben körív profilú hengeres csigahajtópár elemeinek gyártásgeometriai fejlesztése a célkitűzéseim egyike a feldolgozott szakirodalom alapján [4, 6-7, 32-38]. A csiga főmetszetében elhelyezett geometriai paramétereket a 4.1. ábra szemlélteti a $K_1(x_1, y_1, z_1)$ álló koordináta-rendszerben. Az itt releváns geometriai paraméter a főmetszetbeli ρ_{ax} és a K paraméter, ahol ρ_{ax} a fogprofil sugara, K a csigaorsó tengelyvonalának és a profilkör középpontjának a távolsága [16] szerint.



4.1. ábra A tengelymetszetben körív profilú csiga geometriai a K és ρ_{ax} paramétereivel [37]

A csiga jobb oldali fogfelületét az álló $K_1(x_1, y_1, z_1)$ koordináta-rendszerben a következő formában adjuk meg koordinátáinként

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\eta \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi_1 - \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi_1 = -\eta \cdot \sin(\vartheta + \varphi_1), \\ y_1 &= \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi_1 - \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi_1 = \eta \cdot \cos(\vartheta + \varphi_1), \\ z_1 &= p \cdot (\vartheta + \varphi_1) - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

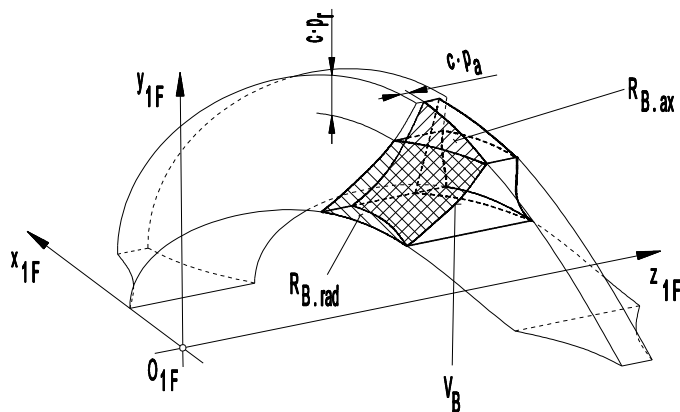
ahol (η, ϑ) a csavarfelület belső paraméterei, φ_1 a mozgásparaméter, p a csavarfelület emelkedési paramétere [37].

A csigához kapcsolódó kerék megmunkálására kiképezett csigamaró burkolófelülete megegyezik a kerékkel kapcsolódó csigáéval, azaz közvetlen mozgás leképezés valósul meg.



4.2. ábra A tengelymetszetben körív profilú csiga a kapcsolódó kerékkel és azt megmunkáló csigamaróval [Á- 2]

A V vágóél a lefejtőmarófog arkhimédeszi csavarfelülettel hátramunkált bal és jobb R_B és R_J oldalfelületének, valamint a H homloklfelületének a metszégörbéje. A homloklfelületek megmunkálási technológiája és a hátramunkálás úgy került megvalósításra, hogy a kialakított V_J és V_B vágóél a helyettesítő csiga fogfelületére illeszkedik.



4.3. ábra Az axiálisan és radiálisan hátramunkált csigamaró fogfelületeinek szemléltetése [37]

A V_B baloldali forgácsolást végző él, a H homloklfelület és a B bal fogdalfelület metszetgörbéje, a 4.3. ábra szerint, míg a V_J jobboldali forgácsoló él a J jobb fogdalfelület és a H homloklfelület metszetgörbéje, továbbá a V_F fejtőmaró a lefejtőmaró F fejszalagjának és a H homloklfelületének metszetgörbéje. [37]

A homloklfelület az $(\vartheta, \varphi_{oh})$ paraméterek függvényében

$$\left. \begin{aligned} x_h &= -\eta \cdot \sin(\vartheta + \varphi_{oh}), \\ y_h &= \eta \cdot \cos(\vartheta + \varphi_{oh}), \\ z_h &= -p \cdot \sin(\vartheta + \varphi_{oh}), \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

ahol

$$p_h = \frac{d_{01} \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma_{0h}}{2 \cdot \pi} \quad (4.3)$$

az emelkedési paraméter, valamint d_{01} az osztóhenger átmérője, és a γ_{0h} az osztóhengerén az emelkedési szög [37]. A vágóél egyenletét a csiga felület és a homloklfelület metszéseként számíthatjuk ki a $z_h = z_1$ feltétellel, ahol z_{ax} (mm) a csiga axiális irányú eltolása a megmunkálási helyzetbe, ezáltal

$$-p_h \cdot (\vartheta + \varphi_{oh}) = p \cdot (\vartheta + \varphi_0) - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}, \quad (4.4)$$

melyből

$$\varphi_{oh} = \frac{1}{p_h} \cdot \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} - \frac{p}{p_h} \cdot (\vartheta + \varphi_0) - \vartheta - \frac{z_{ax}}{p_h}, \quad (4.5)$$

amelyet a homloklfelület egyenletébe helyettesítve a csigamaró vágóélének egyenlete

$$\left. \begin{aligned} x_v &= -\eta \cdot \sin \frac{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} - z_{ax}}{p + p_h} \\ y_v &= \eta \cdot \cos \frac{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} - z_{ax}}{p + p_h} \\ z_v &= -p_h \cdot \frac{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} - z_{ax}}{p + p_h} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

A gyártás során a csigakerék maróját a kopás szempontjából folyamatosan tesztelni kell, hogy az előírt kopás határának elérésekor a vágóél szükséges újraélezése elvégzésre kerüljön. A csigamaró vágóélgörbéjének kopását a tengelyre illeszkedő, illetve a tengelyre merőleges vetületek helyett a térbeli változásának meghatározásával kívánjuk elvégezni fejlesztő munkánk során.

A vágóél görbénének vizsgálatát 2 CCD kamerával készült képek alapján végezzük el a Monge elmélet alapján.

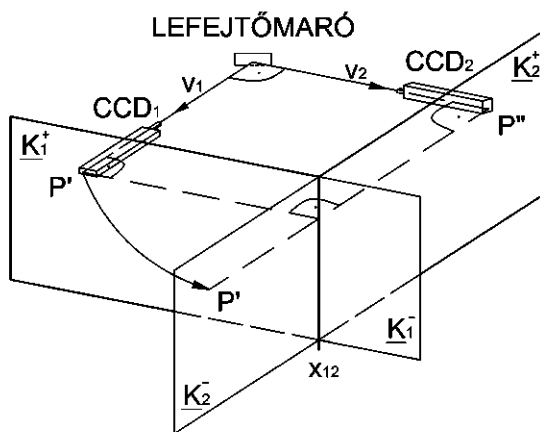
4.1. A két CCD kamerás vizsgálat és a Monge geometria összefüggései

A csigakerék gyártásához alkalmazott csigamaró vágóél kopásának mérése egy CCD kamerával és annak nem a lencséjébe, hanem a mellé helyezett távolságmérővel már önmagában hordozza a mérés technikájának pontatlanságát. A vágóél kopásának mérését a mérhető Monge-elméletre alapozva két CCD kamerával végeztük, ezért a képek az egymásra merőlegesen elhelyezett CCD kamerákkal készültek.



4.1.1. ábra A CCD kamerák elhelyezése és a képkiértékelés a DifiCAD Mérnökirodában található berendezésen

A kamerákkal együtt vásárolt, *torzítást kiküszöbölő* „Kontúr2” program alkalmazásával, a két kamera speciális felépítése, és a fogélek méretének, illetve a marónak a kameráktól való távolságának aránya miatt a *Monge-ábrázolás két vetületi képének tekintettük*.

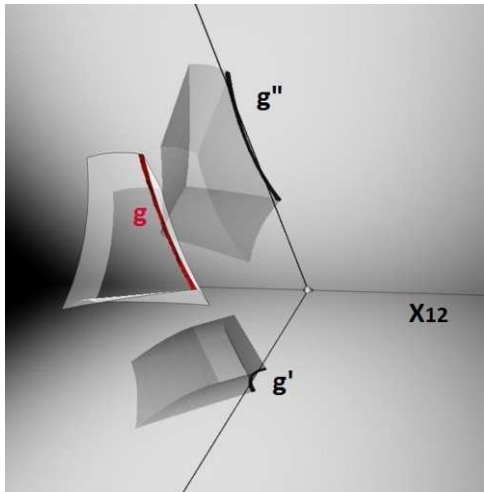


4.1.2. ábra A v_1 és v_2 vetítősugarak irányában elhelyezett CCD kamerákkal készített képek és a Monge leképezés közti összefüggés [Á-13]

A vizsgálat során rekonstrukciós problémák merültek fel.

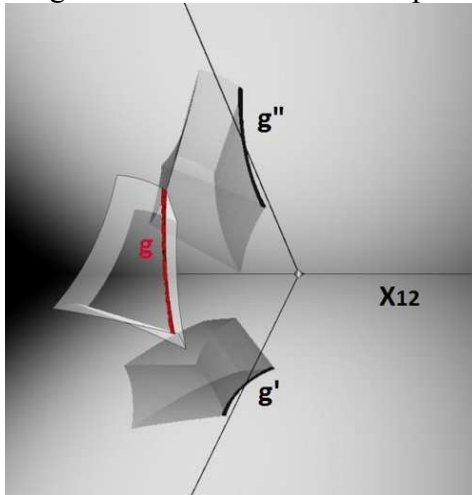
Az egymáshoz viszonyítva merőlegesen elhelyezett CCD kamerákkal a vágóélről készült, párhuzamos vetítésnek tekinthető két képéből a vágóél nem minden esetben volt rekonstruálható (4.1.3.a) és 4.1.3.b) ábra).

Igény merült fel az ilyen tulajdonságaiban megkülönböztetendő Monge vetületekről matematikailag megfogalmazott feltételt adni, egyrészt a maró ugyanabba a helyzetbe állításához, másrészt az élgörbe kopásvizsgálatához.



4.1.3.a) ábra

A vágóél nem rekonstruálható képeiből



4.1.3.b) ábra

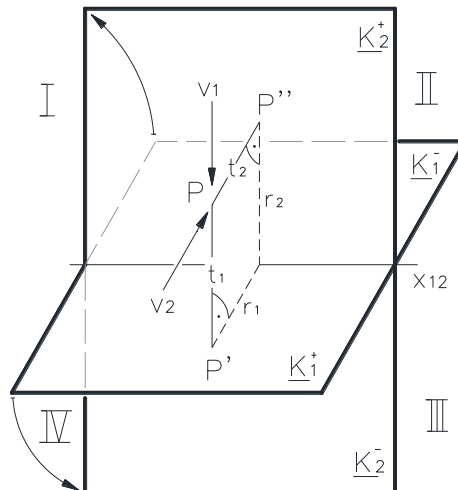
A vágóél rekonstruálható képeiből

A probléma kiküszöbölésére fogalmazódott meg a feladat, hogy a kamerák elhelyezése matematikai úton kerüljön meghatározásra.

A két CCD kamera helyes elhelyezésének matematikai meghatározása egy rögzített helyen lévő szerszám vágó él kopásának tesztelésére, a Monge ábrázolás elméleti elemzése alapján történik.

4.1.1. A Monge ábrázolás elemzése

A pont ábrázolása Monge-projekcióban egyértelmű, miszerint az ábrázolás a két egymásra merőleges képsíkon történik, a rájuk merőleges vetítési irányokkal. A két képsík a pont vetületeivel egyesítésre kerül oly módon, hogy a pozitív előjelekkel ellátott félsíkok egy teljes síkot alkotnak. A pont két képének elnevezése azonos a pont nevével, továbbá az első képet a ' jelölés, míg a második képet a '' jelölés különbözteti meg a ponttól, illetve egymástól a 4.1.1.1. ábra szerint. A P' és P'' képpontok rendezett pontpárt alkotnak, azaz rendezőjük merőleges az x_{12} tengelyre. A matematika nyelvén megfogalmazva a tér egy P pontja és az előbbieken vázolt módon előállított (P',P'') rendezett pontpár között kölcsönösen egyértelmű, azaz bijektív leképezés van.



4.1.1.1. ábra A pont egyértelmű Monge-féle ábrázolása

A fentiek a diszkrét pontokból álló alakzatokra is vonatkoznak, amennyiben minden pontnak beazonosíthatók a képei. A nem diszkrét ponthalmazok, azaz folytonos vonalak, felületek Monge-féle ábrázolása, és minden más ábrázolásban felveti az összes pont megbetűzésének lehetetlenségét, ezért *a folytonos görbe ponthalmazát kizárólag globális jellel lehet ellátni.*

Miután a felületek, és a testek ábrázolása a vonalak ábrázolásával végezhető el, a folytonos pontalakzatok rekonstruálhatóságát a rájuk illeszkedő vonalak ábrázolásának rekonstruálhatóságán keresztül lehet vizsgálni.

4.1.1.1. A görbe rekonstruálhatósága

A differenciálgeometriai értelemben vett g görbe előáll egy $I \subseteq \mathbb{R}$ véges, vagy végtelen intervallumon értelmezve az $\mathbf{r}(u)$, $u \in I$ vektor-skalár függvény helyvektorainak végpontjaiként úgy, hogy

- az $\mathbf{r}(u)$ által létrehozott leképezés topológikus, azaz folytonos és kölcsönösen egyértelmű,
- az $\mathbf{r}(u)$ az értelmezési tartományán folytonosan differenciálható,

- az $\mathbf{r}(u)$ differenciálhányadosa sehol sem eltűnő.

Az $\mathbf{r}(u)$ vektor-skalár függvénynek egy előállítását a g görbe.

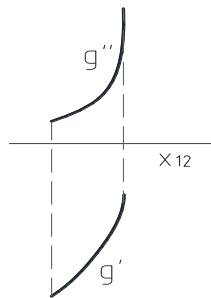
Illeszkedjen egy Descartes-féle koordináta-rendszer $[xy]$ koordinátasíkja egy Monge-projekció \underline{K}_1 első képsíkjára, míg a Descartes-féle koordináta-rendszer $[yz]$ koordinátasíkja a Monge-projekció \underline{K}_2 képsíkjára. Ebben az esetben az y tengely illeszkedik a két képsík metszészvonalára, az x_{12} tengelyre.

1. Tétel:

Ha a g görbe g' és g'' képgörbéi külön-külön felírhatók az $y \rightarrow f_1(y)$ és $y \rightarrow f_2(y)$ függvényekkel a képsíkok megfelelő Descartes-féle koordinátasíkjaiban, ahol $x = f_1(y)$ és $z = f_2(y)$, azaz pontjai $P(f_1(y), y, f_2(y))$ koordinátájúak, akkor a g görbe bármely darabja egyértelműen rekonstruálható képeiből (4.1.1.2. ábra).

Bizonyítás:

A függvény a Descartes-féle szorzatnak olyan részalmezeje, amelyben nincsen azonos első, és különböző második tag. Ezért egy y -hoz egy $[xy] \equiv \underline{K}_1$ síkra illeszkedő $f_1(y) \equiv P'$, és egy $[yz] \equiv \underline{K}_2$ síkra illeszkedő $f_2(y) \equiv P''$ tartozik. Ezek az $y \equiv x_{12}$ tengelyre merőlegesen helyezkednek el. Így a \underline{K}_1 és \underline{K}_2 képsíkok egyesítése után (P', P'') egy rendezett pontpárt alkotnak, melyhez egyetlen térbeli P pont tartozik. Tehát a g görbe bármely pontja, és ezáltal bármely darabja egyértelműen rekonstruálható.



4.1.1.2. ábra Egy g görbe bijektív ábrázolása

Következmény:

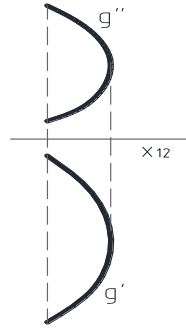
Ha egy Monge-projekció $O(xyz)$ koordináta-rendszerében egy g görbe g' és g'' képe külön-külön felírható az $y \rightarrow f_1(y)$ és az $y \rightarrow f_2(y)$ függvényeként, akkor a Monge-projekció egyetlenegy profilsíkja sem metsz ki többet, mint egy-egy pontot g' -ből, és g'' -ből.

2. Tétel:

Ha a g görbe g' és g'' képgörbéi a megfelelő Descartes-féle koordinátasíkjaiban nem írhatók fel $x = f_1(y)$ és $z = f_2(y)$ függvényként, azaz az $y \rightarrow f_1(y)$ és $y \rightarrow f_2(y)$ hozzárendelések nem függvények, akkor g -nek van olyan darabja, amely csupán két képből egyértelműen nem rekonstruálható (4.1.1.3. ábra).

Bizonyítás:

Mivel a g görbe g' és g'' képgörbéi nem írhatók fel függvényként - de természetesen görbék - a megfelelő Descartes-féle koordinátasíkokon, ezért egy y -hoz több $[xy] \equiv \underline{K}_1$ síkra illeszkedő $f_1(y) \equiv P'$, és több $[yz] \equiv \underline{K}_2$ síkra illeszkedő $f_2(y) \equiv P''$ pont tartozik. Ezek az $y \equiv x_{12}$ tengelyre merőlegesen elhelyezkedő P' és P'' pontok tetszőlegesen rendelhetők egymáshoz, hogy rendezett pontpárokat alkossanak, melyhez a térbeli P pontok tartoznak. Tehát a g görbének létezik olyan pontja és a pontnak olyan környezete, mely csupán két képből nem rekonstruálható.

4.1.1.3. ábra Egy g görbe nem bijektív ábrázolásban**Következmény:**

Ha a g' és g'' képgörbék az adott Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben nem írhatók fel $x=f_1(y)$ és $z=f_2(y)$ függvényként, akkor

1. léteznek olyan profilsíkjai a Monge-projekciónak, amelyek a g görbét egynél több pontban metszik, és

2. van legalább egy olyan profilsík, amely g -t érinti.

3. Tétel:

Ha a g görbe g' és g'' képgörbék közül az egyik a megfelelő Descartes -féle koordinátságjában nem írható fel $x=f_1(y)$, illetve $z=f_2(y)$ függvényként, de a másik kép kettős vetület, és ez $z=f_2(y)$, illetve $x=f_1(y)$ függvényként felírható, akkor g bármely darabja egyértelműen rekonstruálható csupán két képből (4.1.1.4. ábra).

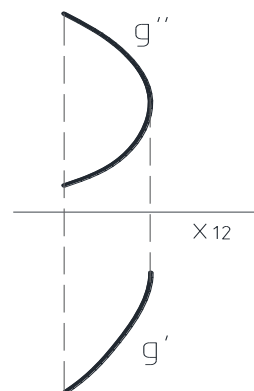
Bizonyítás:

1. Tegyük fel, hogy a g görbe g' és g'' képgörbék közül a g' kettős vetület, és felírható $x=f_1(y)$ függvényként, a g'' pedig nem írható fel $z=f_2(y)$ függvényként a neki megfelelő Descartes-féle koordinátságokon. Ebben az esetben egy y -hoz egy $[xy] \equiv \underline{K}_1$ síkra illeszkedő $f_1(y) \equiv P'$, és több $[yz] \equiv \underline{K}_2$ síkra illeszkedő $f_2(y) \equiv P''$ pont tartozik. Ezek az $y=x_{12}$ tengelyre merőlegesen elhelyezkedő egy P' , és több P'' pont egymáshoz rendelhetők, hogy rendezett pontpárokat alkossanak, melyekhez a térbeli P pontok tartoznak. Így a g görbének bármely pontja, és ezáltal bármely darabja, csupán két képből egyértelműen rekonstruálható.

2. Ha a g'' képgörbe kettős vetület, mely felírható $z=f_2(y)$ függvényként, és a g' nem írható fel $x=f_1(y)$ függvényként, a bizonyítás az 1-es, és 2-es indexek, valamint a ' és '' jelek felcserélésével az 1. esettel megegyező módon végezhető el.

Következmény:

Ha a g görbe g' és g'' képgörbék közül az egyik a megfelelő Descartes-féle koordinátságjában nem írható fel $x=f_1(y)$, illetve $z=f_2(y)$ függvényként, de a másik kép kettős vetület, és ez $z=f_2(y)$, illetve $x=f_1(y)$ függvényként felírható, akkor van legalább egy olyan profilsík, amely g -t érinti.

4.1.1.4. ábra Egy g görbe egyik képe kettős vetületként bijektív ábrázolásban

4. Tétel:

Ha a g görbének nincs profil egyenes állású érintője, akkor a görbe bármely darabjának ábrázolása bijektív.

Bizonyítás:

Ha a g görbének nincs profil egyenes érintője, az azt jelenti, hogy képgörbének bármely u_0 paraméterű P_0 pontjában az érintője nem rendező irányú, azaz a rendező P_0 -ban metszi a görbét. Tehát nem létezik olyan u_0 paraméterű P_0 pontja a görbének, melynek környezetében minden u_{-1} paraméterű P_{-1} , és u_1 paraméterű P_1 pont - ahol $u_{-1} < u_0 < u_1$ - a görbének a P_0 -ra illeszkedő rendező egyazon oldalára esne. Ez azt jelenti, hogy a görbének nincs olyan darabja, amelynek két pontja illeszkedne egy rendezőre.

Azaz bármely rendezőre legfeljebb egy görbepont illeszkedik, tehát a görbe bármely pontja, és maga a görbe egyértelműen rekonstruálható két képéből, vagyis a görbe ábrázolása bijektív.

Az 1., 2., 3. és 4. Tételek állításai ellentmondásban vannak a Monge-projekció eredeti bijektivitásával szemben, amely abból a tényből következik, hogy egy görbe valamennyi pontja nem betűzhető és nem vesszőzhető.

4.2. A két vetítősugar és a Monge tégl pontjai közötti leképezés

Egy adott görbéhez a két vetítősugarra merőleges képsíkrendszert végtelen sokféleképpen határozhatjuk meg.

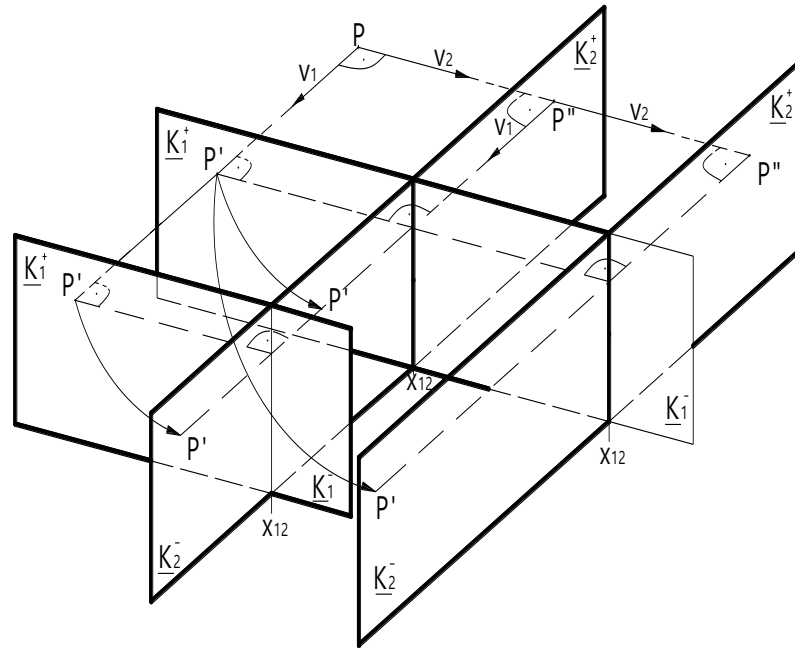
Definíció: Egy $\{\underline{K}_1, \underline{K}_2\}$ képsíkrendszer a képsíkokra egyenként merőleges v_1, v_2 vetítősugarakkal együtt egy **Monge-projekciót** határoznak meg.

A fenti **Definíció** alapján egy g görbéhez nemcsak az egymásra merőleges képsíkokból álló képsíkrendszert, hanem a Monge-projekciót is végtelen sokféleképpen határozhatjuk meg. Ezek között vannak olyan Monge-projekciók, amelyekben a görbe bármely darabja két képéből rekonstruálható, illetve léteznek olyanok is, amelyekben van olyan darabja a görbének, mely csupán két képéből nem rekonstruálható.

A célkitűzésünk volt, hogy ezekről a Monge-projekciókról matematikailag egzakt feltételt adni a vágóél görbe rekonstruálhatóságára vonatkozóan.

Mivel a párhuzamos eltolás egybevágósági transzformáció, ezért a $\{\underline{K}_1, \underline{K}_2\}$ képsíkrendszer párhuzamos eltolása a képgörbét nem változtatja meg.

Ezért kijelenthetjük, hogy ha egy adott görbe rekonstruálható, vagy nem rekonstruálható egy Monge-projekcióban, akkor ez a tulajdonsága nem változik, ha a Monge-projekció képsíkjait önmagával párhuzamosan eltoljuk.



4.2.1. ábra A párhuzamosan egymásba tolató Monge-projekció osztály [77]

A továbbiakban a két Monge-projekciót egy osztályba tartozónak tekintünk, ha annak vonatkoztatási rendszerei párhuzamosan egymásba eltolhatók.

A fentiek alapján kerül rögzítésre a térben egy O középpontú Descartes-féle koordináta-rendszer, melynek O origójára illeszkedő képsíkokkal és vetítősugarakkal rendelkező Monge-projekciókat vizsgáljuk.

Mivel az O origóra illeszkedő x_{12} tengely 2 szabad paraméterrel meghatározható, továbbá a képsíkoknak az x_{12} tengely körüli elforgatása további 1 szabad paraméterrel írható le, a Monge-projekciók a fenti megszorítások mellett 3 szabad paraméterrel határozhatók meg.

Ezután minden egyes Monge-projekcióhoz rendelünk egy számhármast, amely tagjainak geometriai jelentése egy-egy irányszög, a vetítősugarak irányszögei. A megfeleltetés összefoglalása a Monge elmélet Balajti-féle elemzésben [77] leírtakra alapozva készült.

Definíció:

Egy O -ra illeszkedő e egyenes első irányszöge legyen az a $0 \leq \alpha \leq \pi$ szög, mellyel az x^+ félegyenes az egyenes $[xy]$ síkra eső e' merőleges vetületébe forgatható y^+ irányába. Legyen $\alpha=0$, ha az egyenes egybeesik z -vel. Egy O -ra nem illeszkedő egyenes első irányszöge megegyezik a vele párhuzamos O -n átmenő egyenes első irányszögével. [77]

Definíció:

Egy O -ra illeszkedő e egyenes második irányszöge legyen az a $0 \leq \beta \leq \pi$ szög, mellyel az y^+ félegyenes az egyenes $[yz]$ síkra eső e'' merőleges vetületébe forgatható z^+ irányába. Legyen $\beta=0$, ha az egyenes egybeesik x -szel (5.10. ábra). Egy O -ra nem illeszkedő egyenes második irányszöge megegyezik a vele párhuzamos O -n átmenő egyenes második irányszögével. [77]

Definíció:

Egy O -ra illeszkedő e egyenes harmadik irányszöge az a $0 \leq \gamma \leq \pi$ szög, mellyel a z^+ félegyenes az egyenes $[zx]$ síkra eső e''' merőleges vetületébe forgatható x^+ irányába. Legyen $\gamma=0$, ha az egyenes egybeesik y -nal (5.10. ábra). Egy O -ra nem illeszkedő egyenes

harmadik irányszöge megegyezik a vele párhuzamos O -n átmenő egyenes harmadik irányszögével. [77]

Tétel:

Egy rögzített O origón átmenő $\{\underline{K}_1, \underline{K}_2\}$ képsíkrendszerű Monge-projekciót meghatározza az O origón átmenő v_1, v_2 vetítősugara.

Bizonyítás:

\underline{K}_1 a v_1 -re merőleges sík, \underline{K}_2 a v_2 -re merőleges sík.

E síkpárból végtelen sok van, de az általuk alkotott Monge-rendszerek párhuzamos eltolással származnak egymásból, azaz a jelen vizsgálat szempontjából egyenértékűek.

Tétel:

Ha egy adott g görbére nézve egy adott Monge-projekció bijektív, illetve nem bijektív, akkor a $\underline{K}_1, \underline{K}_2$ képsíkok, és v_1, v_2 vetítősugarak fölcserélésével kapott Monge-projekció is bijektív, illetve nem bijektív az adott g görbére nézve.

Bizonyítás:

A \underline{K}_1 , és \underline{K}_2 képsíkok, és v_1, v_2 vetítősugarak fölcserélésével a g görbe g' , és g'' képgörbéi nem változnak meg, csupán a vesszőzésük cserélődik fel, azaz a g' -ből g'' , és a g'' -ből g' lesz.

A cél az irányszögekkel egy olyan leképezés létrehozása a Monge-projekciók, és a Monge-projekciókat meghatározó számhármassok között, amellyel *minden rendezett két kép tárgyalásra kerül*.

Tétel:

A rögzített O origójú, x, y, z tengelyű Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben azon Monge-projekciók kivételével, melyeknek az őket meghatározó v_1, v_2 vetítősugaraikból $v_1 \ominus [zx]$, és $v_2 \ominus [zx]$, minden Monge-projekcióhoz egyértelműen hozzárendelhető egy öt egyértelműen meghatározó (α, β, γ) számhármass a következő módon: a Monge-projekció v_1 első vetítősugarának első irányszöge α , második irányszöge β , míg v_2 második vetítősugarának harmadik irányszöge γ . [77]

Mindennek a belátásához az esetek két részre oszthatók: $v_1 \ominus [zx]$, illetve $v_1, v_2 \ominus [zx]$.

1. $v_1 \ominus [zx]$.

A Monge-projekciók osztályához rendelt (α, β, γ) számhármassok által a következő módon állítható elő a Monge-projekció osztály:

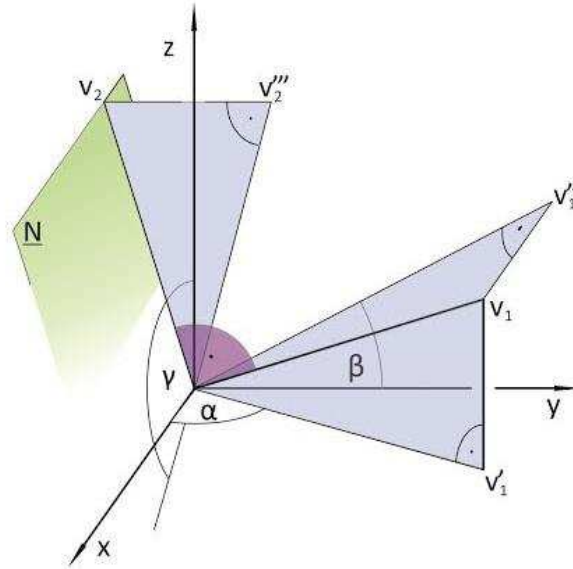
Az x^+ -nak az y^+ irányába α -val történő forgatottjára illesztett, $[xy]$ koordinátasíkra merőleges \underline{V}_1 sík, és az y^+ -nak az z^+ irányába β -val történő forgatottjára illesztett, $[yz]$ síkra merőleges \underline{V}_2 sík metszésvonala a keresett Monge-projekció osztály O -ra illeszkedő v_1 első vetítősugara. A z^+ -nak az x^+ irányába γ -val történő forgatottjára illesztett, $[zx]$ síkra merőleges \underline{V}_3 sík, és a v_1 -re merőleges \underline{N} sík metszésvonala a Monge-projekció osztály v_2 második vetítősugara (4.2.2. ábra).

A Monge-projekció osztályát meghatározza a v_1, v_2 vetítősugara.

2. $v_1, v_2 \ominus [zx]$.

Az (α, β, γ) számhármassból úgy juthatunk a hozzá tartozó Monge-projekció osztályhoz, hogy a z^+ -t elforgatjuk az x^+ irányába γ -val, ez lesz a keresett Monge-projekció osztálynak a v_2 második vetítősugara, majd erre merőleges a $[zx]$ síkban a v_1 első vetítősugara.

A Monge-projekció osztályát ekkor is meghatározza a v_1, v_2 vetítősugara.



4.2.2. ábra A Monge-projekció osztály v_1, v_2 vetítősugarainak kapcsolata és az (α, β, γ) szöghármassal a tér egy rögzített Descartes koordináta-rendszerében [77]

Definíció:

Az α, β, γ megadott tartományainak *azon részhalmazát*, amelyhez egyértelműen tartozik egy Monge-projekció, **Monge-téglának nevezük**.

A Monge-tégla minden egyes pontja egy számhármast határoz meg, melynek geometriai jelentése egy-egy szög, ami egy Monge-projekciót szolgáltat az adott görbéhez. (4.2.3. ábra)

A Monge-projekció osztály v_1 első vetítősugarát az első és második képsíkszögének ismeretében *nem lehet visszaállítani*, ha a \underline{V}_1 és \underline{V}_2 síkok egybeesnek, azaz a v_1 első vetítősugár a $[zx]$ síkra illeszkedik.

Amikor a v_2 második vetítősugár is illeszkedik a $[zx]$ síkra, a v_2 harmadik irányszögével a v_1 visszaállítható. A \underline{V}_3 és \underline{N} síkok egybeesésekor kizárandó szöghármassokat az előzőekben tárgyaltak magukba foglalják.

Összegezve a Monge-tégla

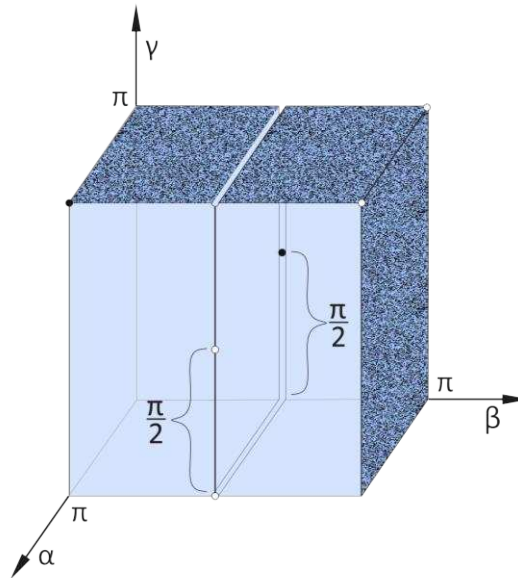
- belső pontjainak koordinátái

$$0 < \alpha < \pi, 0 < \beta < \pi/2, \pi/2 < \beta < \pi, \text{ és } 0 < \gamma < \pi \quad (4.2.1)$$

- felületi pontjainak

$$\begin{aligned} & - 0 < \alpha < \pi, \beta = \pi, 0 < \gamma \leq \pi, \\ & - 0 < \alpha < \pi, 0 < \beta < \pi/2, \pi/2 < \beta \leq \pi, \gamma = \pi, \\ & - \alpha = \pi, \beta = \pi/2, 0 < \gamma < \pi/2, \pi/2 < \gamma < \pi, \\ & - \alpha = 0, \beta = \pi/2, \gamma = \pi/2, \\ & - \alpha = \pi, \beta = 0, \gamma = \pi, \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

feltételeket teljesítik.



4.2.3. ábra A Monge-tégla belső és felületi pontjai[77]

Monge-projekció rekonstruálhatóságának vizsgálatok ugyanarra az eredményre jutunk, ha a az első és második képet felcseréljük. A $v_1 \ominus [zx]$ és $v_2 \ominus [zx]$ által meghatározott Monge-projekciók rekonstruálhatóságára vonatkozó vizsgálatok eredményét a $v_2 \ominus [zx]$ és $v_1 \ominus [zx]$ esetek teljes egészében magukba foglalják, minden rendezett két kép tárgyalásra kerül.

4.3. A Monge-tégla bijektív tartományainak meghatározása

Egy Monge-projekcióban a görbe két képéből lehet rekonstruálható, akkor az ábrázolása lehet bijektív, illetve nem rekonstruálható egyértelműen, akkor az ábrázolása nem bijektív. Ennek megfelelően tartozik a Monge-projekciót meghatározó számhármának megfelelő Monge-tégla pont a Monge-tégla bijektív, vagy nem bijektív tartományába. A továbbiakban ezen tartományok meghatározása a feladat különböző élgörbe darabokhoz. Az $O(x,y,z)$ koordináta-rendszerbeli elhelyezkedése az adott görbének hatással van a Monge-tégla tartományainak egymáshoz viszonyított helyzetére.

A harmadrendű térgörbe vizsgálatának lépései:

- az élgörbe elhelyezése a rögzített $O(xyz)$ kezdő Descartes koordináta-rendszerben,
- a görbe érintőivel párhuzamos alkotójú, O origó csúcspontú iránykúp meghatározása,
- az iránykúp és a profilsíkok kölcsönös helyzetének vizsgálatával meghatározásra kerül a Monge-tégla bijektív és nem bijektív tartománya az élgörbére nézve a rögzített Descartes koordináta-rendszerben.

4.4. A harmadrendű térgörbe Monge-féle ábrázolásának rekonstruálhatósága

A harmadrendű térgörbe rekonstruálhatóságának vizsgálatára alkalmas polinom formája az Hermite-ív.

A P_0 és P_1 kezdő- és végpontokhoz mutató \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 helyvektorokkal és a hozzájuk tartozó \mathbf{t}_0 , \mathbf{t}_1 kezdő- és végérintőkkel adott Hermite-ív paraméteres egyenlete

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{a}_3 \cdot u^3 + \mathbf{a}_2 \cdot u^2 + \mathbf{a}_1 \cdot u + \mathbf{a}_0, \quad (4.4.1)$$

alakú, ahol $\mathbf{a}_3 \neq 0$ és $u \in [0,1]$.

Az Hermite-ív pontjaiban az érintővektorok paraméteres egyenlete egyszerű deriválással adódik, így

$$\mathbf{r}_e(u) = 3 \cdot \mathbf{a}_3 \cdot u^2 + 2 \cdot \mathbf{a}_2 \cdot u + \mathbf{a}_1 \quad (4.4.2)$$

alakú.

Az $u \in [0,1]$ feltétel miatt

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{p}_0, \mathbf{r}(1) = \mathbf{p}_1, \mathbf{r}_e(0) = \mathbf{t}_0, \mathbf{r}_e(1) = \mathbf{t}_1. \quad (4.4.3)$$

Ezáltal az

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{p}_0, \mathbf{a}_1 = \mathbf{p}_1, \mathbf{a}_2 = -3 \cdot \mathbf{p}_0 + 3 \cdot \mathbf{p}_1 - 2 \cdot \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_1, \mathbf{a}_3 = 2 \cdot \mathbf{p}_0 - 2 \cdot \mathbf{p}_1 + \mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_1 \quad (4.4.4)$$

Az előzőek alapján az Hermite-ív érintővektorai

$$\mathbf{r}_e(u) = \mathbf{e}_1 \cdot u^2 + \mathbf{e}_2 \cdot u + \mathbf{e}_3 \quad (4.4.5)$$

alakba írhatók, ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= 6 \cdot \mathbf{p}_0 - 6 \cdot \mathbf{p}_1 + 3 \cdot \mathbf{t}_0 + 3 \cdot \mathbf{t}_1, \\ \mathbf{e}_2 &= -6 \cdot \mathbf{p}_0 + 6 \cdot \mathbf{p}_1 - 4 \cdot \mathbf{t}_0 - 2 \cdot \mathbf{t}_1, \\ \mathbf{e}_3 &= \mathbf{t}_0. \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

Az érintővektorok iránykúpját ezek az O origóból kiinduló érintővektorok alkotják. Azon Monge-projekciókban biztosan bijektív az élgörbe ábrázolása, melyeknek az O origóra illeszkedő profilsíkja az iránykúp alkotói közül egyet sem tartalmaz.

Az érintők iránykúpjának alkotóira illeszkedő síkok $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ normálisai merőlegesek az érintőkre, így

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_e(u) = 0, \quad (4.4.7)$$

mely az

$$n_x \cdot r_{ex}(u) + n_y \cdot r_{ey}(u) + n_z \cdot r_{ez}(u) = 0, \quad (4.4.8)$$

illetve az

$$\begin{aligned} (n_x \cdot \mathbf{e}_{1x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{1y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{1z}) \cdot u^2 + (n_x \cdot \mathbf{e}_{2x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{2y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{2z}) \cdot u + \\ (n_x \cdot \mathbf{e}_{3x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{3y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{3z}) = 0 \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

alakba fejthető ki.

Azon normálisú profilsíkok nem tartalmazzák a görbe egyetlen érintőjét sem, amelyek esetén az e_{ij} -k esetén a (4.4.9) u -ra nézve másodfokú egyenletnek nincs megoldása. Az ilyen normálisú profilsíkokhoz tartozó Monge-projekciókban a görbe ábrázolása bijektív, azaz rekonstruálható két képéből. Ehhez az u -ra nézve másodfokú egyenletnek a diszkriminánsára teljesülni kell a következő egyenlőtlenségnek

$$(n_x \cdot \mathbf{e}_{2x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{2y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{2z})^2 - 4 \cdot (n_x \cdot \mathbf{e}_{1x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{1y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{1z}) \cdot (n_x \cdot \mathbf{e}_{3x} + n_y \cdot \mathbf{e}_{3y} + n_z \cdot \mathbf{e}_{3z}) < 0, \quad (4.4.10)$$

mely egyszerűsítve a

$$c_1 \cdot n_x^2 + c_2 \cdot n_y^2 + c_3 \cdot n_z^2 + c_{12} \cdot n_x \cdot n_y + c_{13} \cdot n_x \cdot n_z + c_{23} \cdot n_y \cdot n_z < 0 \quad (4.4.11)$$

alakba írható, ahol $c_1, c_2, c_3, c_{12}, c_{13}, c_{23}$ az adott pontok és érintők koordinátaival kifejezhetők.

A (4.4.11) egyenlőtlenség határfelülete a

$$c_1 \cdot n_x^2 + c_2 \cdot n_y^2 + c_3 \cdot n_z^2 + c_{12} \cdot n_x \cdot n_y + c_{13} \cdot n_x \cdot n_z + c_{23} \cdot n_y \cdot n_z = 0 \quad (4.4.12)$$

implicit formájú egyenlet, mely a Monge téglá belső pontjainak terét két részre osztja.

A (4.4.10) egyenlőtlenséget teljesítő pontok számhármasai, mint irányszögek, olyan Monge-projekciókban történő ábrázolása a görbének, amelyből bármely darabja rekonstruálható, vagyis az ábrázolása bijektív.

Az \mathbf{n} vektor n_x , n_y , n_z koordinátáit az α , β , γ irányszögek függvényeként kifejezve a (4.4.11) egyenlőtlenségbe behelyettesítve a kívánt összefüggést kapjunk.

A \mathbf{v}_1 és \mathbf{v}_2 irányvektorok *merőlegesek egymásra*, ezért a skaláris szorzatuk

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = 0, \quad (4.4.13)$$

mely koordinátáikkal kifejezve

$$v_{1x} \cdot v_{2x} + v_{1y} \cdot v_{2y} + v_{1z} \cdot v_{2z} = 0, \quad (4.4.14)$$

alakú, amiből

$$v_{2y} = -(v_{1x} \cdot v_{2x} + v_{1z} \cdot v_{2z}) / v_{1y}. \quad (4.4.15)$$

A \mathbf{v}_1 és \mathbf{v}_2 irányokkal párhuzamos \underline{P} profilsíkra merőleges az \mathbf{n} vektor, ezért előállítható a vektoriális szorzatuként

$$\mathbf{n} = \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 \quad (4.4.16)$$

Az \mathbf{n} koordinátái az (4.2.2) ábrából adódó trigonometriai összefüggések alapján $\alpha, \beta, \gamma \neq 0, \pi/2, \pi$ esetén a következő formákba írhatók

$$n_x = v_{1y} \cdot v_{2z} - v_{2y} \cdot v_{1z} = (\text{ctg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}\gamma + \text{tg}\beta) \cdot v_{1z} \cdot v_{2z}, \quad (4.4.17)$$

$$n_y = v_{1z} \cdot v_{2x} - v_{2z} \cdot v_{1x} = (\text{tg}\gamma - \text{ctg}\beta \cdot \text{ctg}\alpha) \cdot v_{1z} \cdot v_{2z} = (\text{tg}\beta \cdot \text{tg}\alpha - \text{ctg}\gamma) \cdot v_{1x} \cdot v_{2x}, \quad (4.4.18)$$

$$v_{1x} \cdot v_{2y} - v_{2x} \cdot v_{1y} = (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \cdot v_{1x} \cdot v_{2x}. \quad (4.4.19)$$

1. Ha $n_z \neq 0$, akkor megválaszthatjuk az értékét, így legyen $n_z = 1$, akkor

$$\begin{aligned} n_x / n_z = n_x &= \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma \cdot (\text{ctg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}\gamma + \text{tg}\beta) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \\ &= (\text{tg}\alpha \cdot \text{ctg}\gamma + \text{tg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}^2\beta \cdot \text{tg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \end{aligned} \quad (4.4.20)$$

és

$$\begin{aligned} n_y / n_z = n_y &= \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma \cdot (\text{tg}\gamma - \text{ctg}\beta \cdot \text{ctg}\alpha) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \\ &= (\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta - \text{ctg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \end{aligned} \quad (4.4.21)$$

Az eredmény a következő alakba írható fel:

$$\begin{aligned} c_1 \cdot ((\text{tg}\alpha \cdot \text{ctg}\gamma + \text{tg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}^2\beta \cdot \text{tg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha))^2 + c_2 \cdot ((\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta - \text{ctg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha))^2 + c_3 + c_{12} \cdot (\text{tg}\alpha \cdot \text{ctg}\gamma + \text{tg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}^2\beta \cdot \text{tg}\gamma) \cdot (\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta - \text{ctg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha)^2 + \\ c_{13} \cdot (\text{tg}\alpha \cdot \text{ctg}\gamma + \text{tg}\beta + \text{ctg}\alpha \cdot \text{tg}^2\beta \cdot \text{tg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) \\ + c_{23} \cdot (\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta - \text{ctg}\gamma) / (-\text{ctg}\alpha - \text{tg}\beta \cdot \text{ctg}\gamma - \text{tg}\alpha) < 0. \end{aligned} \quad (4.4.22)$$

Az $n_z \neq 0$ esetén a (4.4.22) feltételeket teljesítő (α, β, γ) számhármashoz, illetve irányszöghármashoz tartozó Monge-projekciókban bijektív a görbe ábrázolása, vagyis rekonstruálható csupán két képéből.

1. Ha $n_z = 0$, akkor legyen $n_y = 1$, így

$$n_x / n_y = n_x = (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma). \quad (4.4.23)$$

A (4.4.11) alapján

$$c_1 \cdot ((\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma))^2 + c_2 + c_{12} \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) + c_{23} < 0. \quad (4.4.24)$$

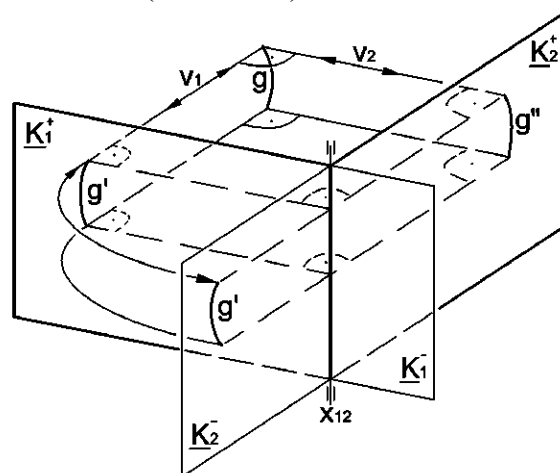
Az $n_z = 0$ esetén az (4.4.24) feltételt teljesítő (α, β, γ) számhármashoz, illetve irányszögekhez tartozó Monge-projekciókban bijektív a görbe ábrázolása, azaz csupán két képéből rekonstruálható.

Amikora az \mathbf{n} két koordinátája 0, a \underline{P} profilsík egy koordinátasíkkal azonos, mely eseteket a vizsgálatok magukba foglalják.

4.5. A vágóélhez interpoláló harmadrendű térgörbe

A harmadrendű térgörbe két képéből a 4.4 fejezetben bemutatott elemzések szerint nem minden esetben rekonstruálható, ugyanakkor ez alapvető követelmény. A rekonstruálhatóságra vonatkozó vizsgálat a harmadrendű térgörbe Hermite-ív polinom formájával végezhető el. Az Hermite-ív és a csigamaró vágóélgörbéjére - számításaink szerint jó közelítéssel - illeszthető harmadrendű interpoláló Bézier-görbe között egyértelmű megfeleltetés hozható létre. A vágóél görbét jó közelítéssel négy pontjára illeszkedő harmadrendű Bézier-görbe formájával jellemezzük, majd az ennek megfelelő Hermite-ív formájával vizsgáljuk a rekonstruálhatóságát.

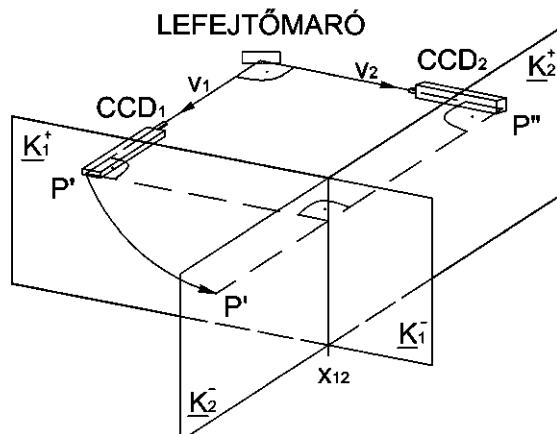
A csigamaró vágóélének g görbéje két merőleges vetületének tekintett képéből az ismert Monge-eljárással rekonstruálható (4.5.1. ábra).



4.5.1. ábra A g görbe rekonstrukciója két képéből [Á-10]

Kettő, egymásra merőleges irányból készített képből a csigamaró vágóél görbéjének térbeli rekonstrukciója akkor valósítható meg a 4.5.1. ábra szerint, ha a két képet az

élgörbe egy Monge-projekciójának tekintjük, és nincs profil irányú érintője, ami csupán a két kamera elhelyezésétől függ a 4.5.2. ábra szerint.



4.5.2. ábra A lefejtőmaró vizsgálatához beállított CCD kamerák által készített képek és a két merőleges vetület megfeleltetése [Á-10]

A két kamera elhelyezésének matematikai meghatározása a vágóél helyzetéhez képest a vágóél csupán két képéből történő rekonstruálhatóságának biztosításához az 4.4. fejezetben leírtak szerint történik.

A kopás méréséhez a maró működése után a vágóélről készített képekből az élgöre pontjaira azok rekonstrukciója után a célszerűen megválasztott kiváló alakkövető tulajdonsággal bíró interpolációs Bézier-görbét illesztjük [77].

Első lépésként a fej- és lábhenger között a vágóélen arányosan kiválasztott n darab pont paraméterezését kell meghatározni.

A $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ helyvektorú pontokhoz tereket az ívhossz szerinti paraméterezést közelítő, de jóval könnyebben alkalmazható, húrhosszal arányos paraméterezést vezetünk be [Á-13].

Az $u_0=0, u_n=1$, valamint

$$u_{i+1} = u_i + \frac{|\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i|}{L} \quad (i=0, \dots, n), \text{ ahol } L = \sum_{i=1}^n l_i \quad (4.5.1)$$

és

$$l_i = |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0|, \dots, l_n = |\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}| \quad (4.5.2)$$

paraméterértékek mellett az interpolációs Bézier-görbe meghatározásához, szükség van a $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ kontrollpontokra is. Ezen kontrollpontok által meghatározott, a kiválasztott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon áthaladó Bézier-görbe egyenlete a (4.5.1)-(4.5.2) szerint meghatározott paraméterezésnek megfelelően

$$\mathbf{b}(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_j \quad (4.5.3)$$

ahol

$$B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j} \quad (4.5.4)$$

a Bernstein polinomokat jelöli.

A $\mathbf{b}(u_i) = \mathbf{p}_i$ feltétel miatt a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^n(u_0) & B_1^n(u_0) & \cdots & B_n^n(u_0) \\ B_0^n(u_1) & B_1^n(u_1) & \cdots & B_n^n(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0^n(u_n) & B_1^n(u_n) & \cdots & B_n^n(u_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \quad (4.5.5)$$

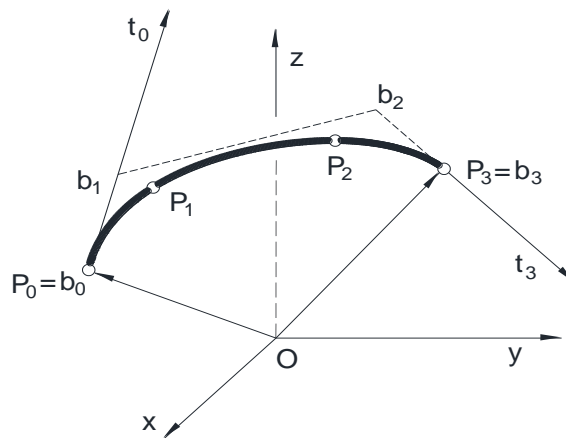
lineáris inhomogén egyenletrendszerhez jutunk, amit koordinátánként kell megoldani.

Az $u_i \neq u_j$ feltétel egyértelmű megoldást biztosít minden \mathbf{b}_i -re ($i, j=0, \dots, n$). Az így kapott $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ helyvektorú pontok kontrollpontjai a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon áthaladó Bézier-görbének.

Az interpolációs görbe fokszámának meghatározásához a kutatómunkánk során igazolást nyert [76], hogy a szerszámél görbét - a $[0,1]$ zárt intervallumon húrhossz szerint paraméterezve - egy harmadrendű interpoláló Bézier-görbével a szokásosan megadott túrésen belüli pontossággal alak-követi.

A maró működése után készült képekből rekonstruált élgörbén a fejhengeren, a lábhengeren lévő pontokra, továbbá a köztük arányosan kiválasztott két pontra egy interpolációs harmadrendű Bézier-görbét illesztünk.

Mivel az élgörbe kiválasztott pontjaira a harmadrendű Bezier görbét illesztjük, viszont a harmadrendű térgörbe rekonstruálhatóság feltételeit az Hermite-ívvel vizsgálva határozzuk meg a 4.4. fejezetben leírtak szerint, a vágóél görbe két formája, az interpolációs Bézier-görbe és az Hermit-ív közötti kapcsolatot létre kell hozni.



4.5.3. ábra A harmadrendű interpolációs Bézier-görbe és az Hermite-ív és közötti kapcsolat szemléltetése

Az Hermite-ív és a Bézier-görbe közötti összefüggések az [56] irodalom alapján a 4.5.3. ábra útmutatása szerint

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{b}_0, \mathbf{t}_0 = 3\mathbf{b}_1 - 3\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_3 = \mathbf{b}_3, \mathbf{t}_3 = 3\mathbf{p}_3 - 3\mathbf{b}_2 \quad (4.5.6)$$

Az Hermite-ív \mathbf{p}_0 kezdőpontjában \mathbf{t}_0 az érintője, és a \mathbf{p}_3 végpontjában a \mathbf{t}_3 érintője. A (4.4.1) és a (4.5.6) összefüggések alapján írhatók fel a következő azonosságok

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{p}_0, \mathbf{a}_1 = \mathbf{t}_0 = 3\mathbf{b}_1 - 3\mathbf{p}_0, \mathbf{a}_2 = -3\mathbf{p}_0 + 3\mathbf{p}_3 - 2\mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_3, \mathbf{a}_3 = 2\mathbf{p}_0 - 2\mathbf{p}_3 + \mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_3 \quad (4.5.7)$$

Mivel az érintő vektorok az

$$\mathbf{r}_e(\mathbf{u}) = \mathbf{e}_1 u^2 + \mathbf{e}_2 u + \mathbf{e}_3, \quad (4.5.8)$$

azonossággal fejezhetők ki, a következő összefüggések teljesülnek koordinátáinként

$$\mathbf{e}_1 = 6\mathbf{p}_0 - 6\mathbf{p}_3 + 3\mathbf{t}_0 + 3\mathbf{t}_3, \mathbf{e}_2 = -6\mathbf{p}_0 + 6\mathbf{p}_3 - 4\mathbf{t}_0 - 2\mathbf{t}_3, \mathbf{e}_3 = \mathbf{t}_0. \quad (4.5.9)$$

A koordináta-rendszer O origójába önmagukkal párhuzamosan eltolt érintővektorok képezik a görbe iránykúpját. A rögzített élgörbe rekonstruálhatóságát biztosító Monge-projekciók profilsíkjainak $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ normálisi elkerülik az érintők iránykúpját, azaz teljesítik a (4.4.11) feltételt. Ezen Monge projekciók képezik azokat az (α, β, γ) koordinátájú pontokat a Monge téglában, amelyekben ábrázolva a görbét, a görbe rekonstruálhatósága biztosított, vagyis a Monge téglá bijektív tartományába tartoznak.

A (4.4.12) feltételt teljesítő pontok határolják el a Monge téglá bijektív, illetve nem bijektív tartományait. A nem bijektív tartomány pontjainak (α, β, γ) koordinátái képezik azokat az α, β, γ irányszögeket, melyek által meghatározott v_1 és v_2 vetítésugarakhoz tartozó Monge-projekciókban a rögzített térgörbégörbének van olyan darabja, amely csupán két képéből nem rekonstruálható.

4.6. A helyes kameraállások meghatározása a szerszám beállításához és a vágóél kopásának méréséhez

A Monge-téglá bijektív tartományának pontjai olyan Monge-projekciókat határoznak meg, melyekben a térgöbe rekonstruálható, amíg a nem bijektív tartomány pontjainak (α, β, γ) koordinátái, mint irányszögek olyan Monge-projekciókat határoznak meg, melyekben a görbe ábrázolása során van olyan darabja a görbének, mely két képéből nem rekonstruálható.

A csigamarónak mindig ugyanabba a pozícióba történő beállítására a fog olyan eleme került kiválasztásra, mely a megmunkálás során nincs kitéve kopásnak. A maró H homloklületének az $\eta = r_{f1}$ paraméterű pontjai képezik a lábhengerre illeszkedő L görbét (4.6.1 ábra). Az L görbén a szögelfordulással arányosan felvett $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1^L, \mathbf{P}_2^L, \mathbf{P}_3^L$ pontokra illesztett harmadrendű interpoláló Bézier-görbe iránykúpjának, és a v_1, v_2 vetítési irányokkal párhuzamos \underline{P} profil síkok egymáshoz viszonyított helyzetének összevetéséből adódik a Monge-téglá bijektív és nem bijektív tartományát alkotó (α, β, γ) szám-, illetve szöghármasa. Az (α, β, γ) szöghármasokból a 4.2.2. ábra alapján meghatározott v_1, v_2 vetítésugarak irányába elhelyezve a CCD kamerákat, a képekből a lábhengeren lévő L görbe rekonstruálható.



4.6.1. ábra A lefejtőmaró-fog homloklületének L lábhenger pontjai és V vágóéle[Á-14]

Hasonló módon határozandó meg a CCD kamerák helyes pozicionálására vonatkozó feltételrendszer a V vágóél kopásvizsgálatához.

A V vágóél - a lábhengeren lévő P_0^V pontjához az $u_0^V = 0$ paraméterétét hozzárendelve, a fejhengeren lévő P_3^V pontjához az $u_3^V = 1$ paraméterétét rendelve, a $[0,1]$ zárt intervallumon - interpolációs harmadrendű görbe alkalmazásával kerül vizsgálatra. A Monge téglá azon belső pontjai, melyekből a V vágóél vizsgálatához a vágóél rekonstruálhatóságát biztosító v_1 és v_2 irányok származtathatók.

A marónak egy referenciahelyzetbe állításához az L görbére, a vágóélének kopásméréséhez a V görbére nézve az $\alpha, \beta, \gamma \neq 0, \pi, \pi/2$ feltétel mellett a [77]-es irodalom szerint teljesínieki kell külön-külön a

$$c_1 \cdot ((\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (-\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha))^2 + c_2 \cdot ((\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) / (-\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha))^2 + c_3 + c_{12} \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) / (-\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha)^2 + c_{13} \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (-\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha) + c_{23} \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma) / (-\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha) < 0 \quad (4.6.1)$$

és

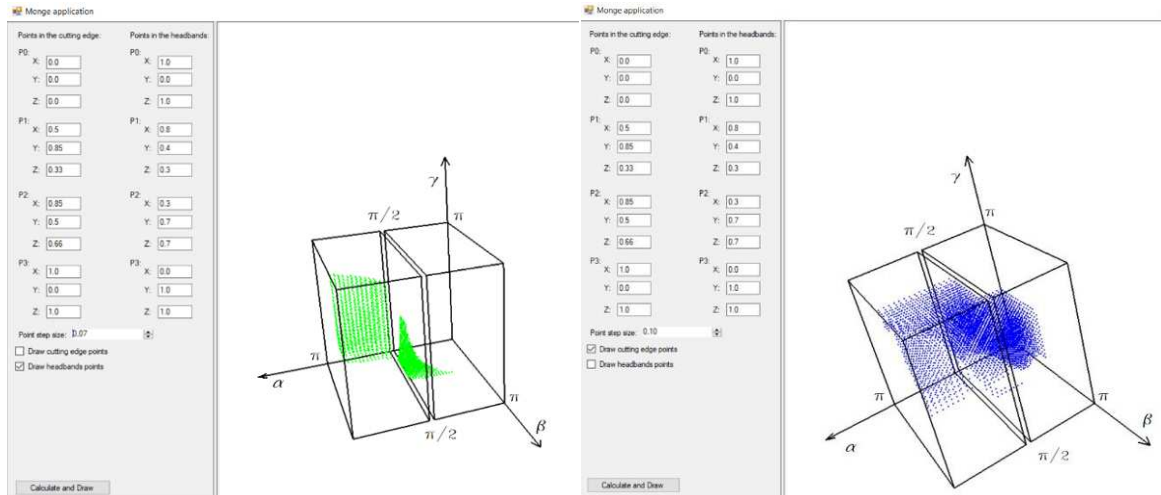
$$c_1 \cdot ((\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma))^2 + c_2 + c_{12} \cdot (\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) / (\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma) + c_{23} < 0 \quad (4.6.2)$$

feltételeket, ahol a $c_1, c_2, c_3, c_{11}, c_{12}, c_{13}$ konstansok külön-külön számítandók a $\mathbf{p}_0^L, \mathbf{p}_1^L, \mathbf{p}_2^L, \mathbf{p}_3^L$ és a $\mathbf{p}_0^V, \mathbf{p}_1^V, \mathbf{p}_2^V, \mathbf{p}_3^V$ bemenő adatokból.

A V és L görbék együttesére vonatkozó bijektív tartomány meghatározásához két trigonometrikus kifejezésekkel meghatározott egyenlőtlenség közös megoldásaira van szükség, aminek algebrai megoldása csupán implicit formában, egymásba épített ciklusok hosszadalmas futtatásával lehetséges.

Mivel ezen három ismeretlenes trigonometrikus egyenlőtlenségeknek egyszerre két görbére kell teljesülni, kifejlesztésre került egy program, mely a Monge téglá belső pontjaiból az egyenlőtlenségnek eleget tevő szöghármasokat határoló felületeket vizuálisan megjeleníti.

A (4.6.1)-(4.6.2) feltételeknek eleget tevő szöghármasok határfelülete a Monge-téglában az erre a célra kifejlesztett, saját készítésű program segítségével a 4.6.2. ábrán kerül bemutatásra egy általunk vizsgált, konkrét lefejtőmaró-fog [38] esetében. A két trigonometrikus összefüggésekkel felállított egyenlőtlenséget zérussal egyenlővé téve a Monge téglá tartományok határfelületeit határoztam meg a 4.6.2.a ábrán az L görbéhez, a 4.6.2.b ábrán a V görbéhez.

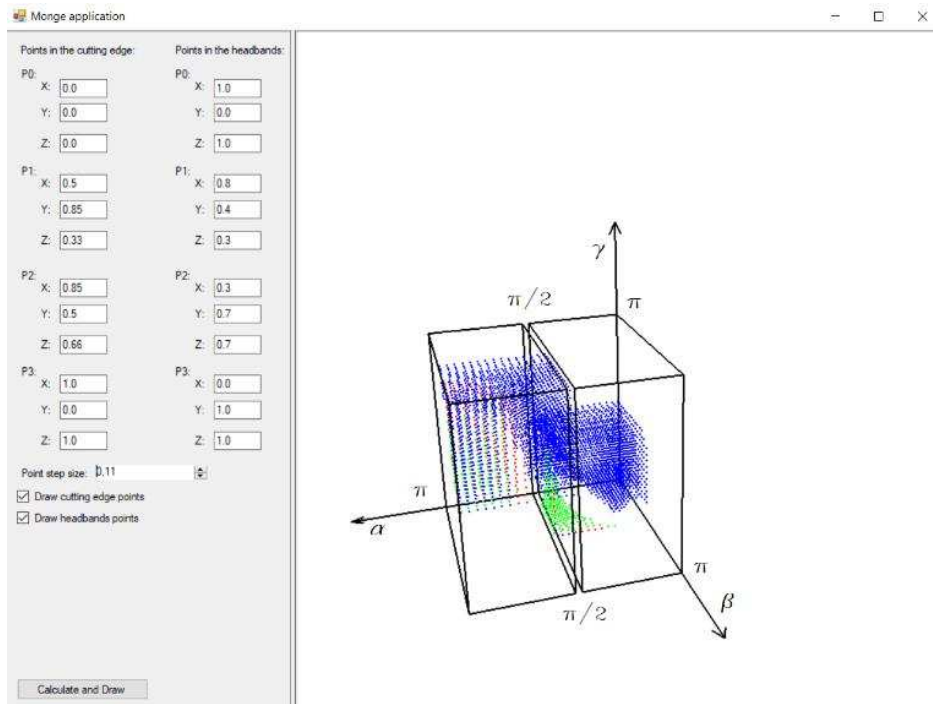


4.6.2.a. ábra A Monge téglá határfelülete az L lábhenger pontjaira vonatkozóan a szerszám beállításához [Á-14]

4.6.2.b. ábra A Monge téglá határfelülete a V vágóélre vonatkozóan a kopás méréséhez [Á-14]

Az L görbe rekonstruálhatóságát biztosító irányokat adó pontok és a kamerák beállításához nem megfelelő irányokat adó pontok közötti határfelületet a Monge téglatestben zöld pontok jelenítik meg a 4.6.2.a) ábrán. A V vágóél kopásának méréséhez helyes irányt adó pontok és a kamerák beállításához nem megfelelő irányt definiáló pontok közötti határfelületet kék pontok jelenítik meg a Monge téglatestben a 4.6.2.b) ábrán látható módon.

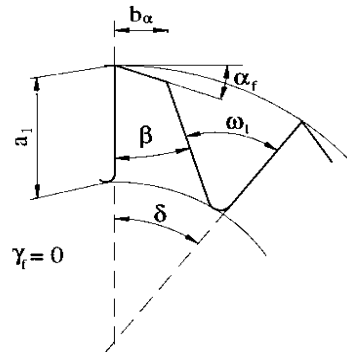
A trigonometrikus összefüggésekkel meghatározott egyenlőtlenségek közös megoldásait a határfelületek által közrefogott Monge téglá bijektív tartománya belső pontjai képezik a 4.6.3 ábra alapján.



4.6.3 ábra A Monge téglá bijektív tartományait határoló felületek pontjai a maró beállításához zölddel és a vágóél kopásméréséhez kékkel jelölve [Á-2]

A pirossal jelölt pontok a határfelületek közös részét jelenítik meg.
A fentiekben meghatározott feltételek mellett további *szükséges peremfeltétel*, hogy a v_1 és v_2 vetítési irányoknak és a H homlokfelületnek az ε_h hajlásszögére teljesüljön a következő feltétel a 4.6.4 ábra alapján a következő feltétel

$$\varepsilon_{1h}, \varepsilon_{2h} \leq \omega_1 \quad (4.6.3)$$



4.6.4.a. ábra Az ω_1 forgácshorony szög



4.6.4.b. ábra A H homlokfelület és a v_1, v_2 vetítési irányok

Mindez akkor teljesül, ha a (4.2) alapján meghatározott H homlokfelület n_h normálisa, illetve a v_1 és v_2 vetítési irányok bármelyikének szöge nagyobb, mint $90^\circ - \omega_1$.

A (4.6.1)-(4.6.3) feltételeknek megfelelő (α, β, γ) koordinátájú pontokhoz tartozó CCD kameraállásokkal az L lábenger görbéről és a V vágóél görbéről a képek elkészíthetők, és a képekből az L és a V görbék egyértelműen rekonstruálhatók.

Összegzés:

A két harmadrendű térgörbére nézve bijektív Monge téglá belső pontok meghatározására új eljárás került kimunkálásra.

A kutatómunka során a maró referencia helyzetbe állításához a fog homlokfelület és a lábenger közös L görbét használtuk. Ezen görbének és a maró V vágóél görbéjének rekonstruálhatóságát biztosító kameraállások meghatározását a Monge elmélet alapján végeztük el. A kritériumok matematikai meghatározásához a harmadrendű térgörbe polinom formája volt alkalmazva, azaz az Hermite-ív. A kamerákkal mért térgörbe pontokra viszont a harmadrendű interpolációs Bézier-görbét alkalmaztuk. Ugyanazon térgörbe kétféle matematikai meghatározása között az egyértelmű megfeleltetés bemutatásra került.

Az L és V görbék rekonstruálhatóságának kritériumát két bonyolult trigonometrikus egyenlőtlenség írja le, melyben három változó szerepel. A három változó az α első, a β második és a γ harmadik irány szög paraméterei a Monge projekciót meghatározó v_1 és v_2 vetítési irányoknak. A kritériumoknak megfelelő (α, β, γ) koordinátájú pontok alkotják a Monge téglá bijektív tartományát, mely tartomány határfelületeinek megjelenítésével kerülhetnek meghatározásra a megfelelő kamerapozíciók. Ez utóbbi esetekből a konstrukciós feltételeknek is eleget tevők bármelyikét választva, a marótüskére felfogott lefejtőmaró vágóélének gyártás közbeni kopásvizsgálatához a CCD kamerák helyzete matematikailag egzakt módon került meghatározásra.

Ezzel az eljárással megadtuk a lehetőségét a szerszám vágóél kopás miatt bekövetkező méret és alak változásának folyamatos ellenőrzésére a gyártás során. A (4.6.1)-(4.6.3)

feltételeknek megfelelő (α, β, γ) koordinátájú pontokhoz tartozó CCD kameraállásokból a beállításra és a kopás mérésére vonatkozóan a képek elkészíthetők, a rekonstrukciós problémák elkerülhetők, az L és V görbék csupán két képükből rajzdigitalizáció útján rekonstruálhatók.

4.7. Kopásmérés, az elméleti éllel való összevetés

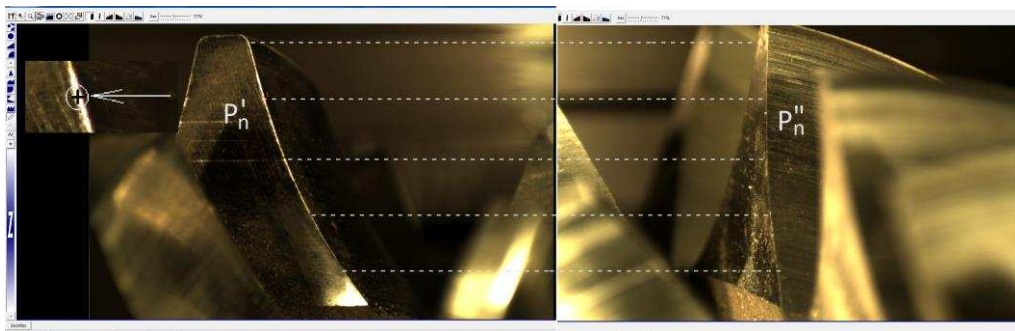
A szerszámgeometria alapvető eleme a szerszám élgeometriájának működés közben történő méret és alakváltozásának vizsgálata. Célunk az ábrázoló geometria ismereteinek felhasználásával ennek a kapcsolatnak az elemzésére adni egy eljárást.

A maró vágóéléről CCD kamerákkal készített képeken az arányosan kiválasztott osztóhengereken a sötét és világos pixelek szakaszokat hatáznak meg, melyek elkülönítése a cél. Ezt a „Kontúr 2” program adatsorában szolgáltatja. A sötét pixelek között a világos pixelek által meghatározott szakaszok felezőpontját tekintettük a működés következtében kopás után meghatározandó vágóél leírására szolgáló pontnak (4.7.1 ábra).

A mért pontok a két egymásra merőleges irányból készített képeinek kétdimenziós koordinátáiból megfelelő koordináta-transzformációval számítottuk a térbeli koordinátáit a K_{1F} koordináta-rendszerben

$$[P_n'(x_{n1}, y_n) ; P_n''(x_{n2}, y_n)] \leftrightarrow P_n(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F}) \quad (4.7.1)$$

Ezen pontok térbeli elhelyezkedése az elméleti görbétől való eltérést mutatja, és egyben a továbbmunkáláshoz ad információt.



4.7.1 ábra A vágóél CCD kamerákkal készített képei

A mért vágóélen a \mathbf{p}_n helyvektorú P_n és a \mathbf{p}_0 helyvektorú P_0 pontokat a fej- és lábhengereken, illetve a többi pontot a közöttük arányosan meghatározott osztóhengereken határoztuk meg.

A $\mathbf{p}_0, \dots, \mathbf{p}_n$ vágóél pontokra illesztettünk egy

$$\mathbf{b}(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_j \quad (4.7.2)$$

Bézier-görbét, ahol $B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j}$ Bernstein polinomok.

Az u_0, \dots, u_n húrhossz szerinti paraméterezés, melyre az $u_i \neq u_j$ minden $i \neq j$ esetén, valamint $u_0=0$ és $u_n=1$. A Bézier-görbe $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$ kontrolpontjaira teljesül a $\mathbf{b}(u_i) = \mathbf{p}_i$ ($i=0, \dots, n$) feltétel. Előző vizsgálataink szerint a harmadrendű Bézier-görbe az általunk megkívánt határon belül közelíti a vágóélt, így az $u_i \neq u_j$ feltétel miatt a $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ -ra

koordinátáinként egyértelmű megoldást eredményez a következő lineáris inhomogén egyenletrendszer

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^3(u_0) & B_1^3(u_0) & B_2^3(u_0) & B_3^3(u_0) \\ B_0^3(u_1) & B_1^3(u_1) & B_2^3(u_1) & B_3^3(u_1) \\ B_0^3(u_2) & B_1^3(u_2) & B_2^3(u_2) & B_3^3(u_2) \\ B_0^3(u_3) & B_1^3(u_3) & B_2^3(u_3) & B_3^3(u_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \quad (4.7.3)$$

A vágóél görbe görbületének vizsgálatát célszerű az élgörbe polinom típusú alakjával vizsgálni. A Bézier-görbe alak kontrolpontjai és az Hermite ív \mathbf{p}_0 kezdő és \mathbf{p}_3 végpontja, valamint \mathbf{t}_0 kezdő és \mathbf{t}_3 végérintője a következő összefüggésekkel felelnek meg egymásnak

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{b}_0 \quad \mathbf{p}_3 = \mathbf{b}_3 \quad \mathbf{t}_0 = 3 \cdot \mathbf{b}_1 - 3 \cdot \mathbf{b}_0 \quad \mathbf{t}_3 = 3 \cdot \mathbf{b}_3 - 3 \cdot \mathbf{b}_2 \quad (4.7.4)$$

Ezután az

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_0 &= \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{a}_1 &= \mathbf{t}_0 \\ \mathbf{a}_2 &= 3 \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - 2 \cdot \mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{a}_3 &= -2 \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) + \mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.7.5)$$

értékválasztással az Hermite ív polinom

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{a}_3 \cdot u^3 + \mathbf{a}_2 \cdot u^2 + \mathbf{a}_1 \cdot u + \mathbf{a}_0 \quad (4.7.6)$$

alakjához jutunk $u \in [0,1]$, paraméter intervallum mellett, melyből a görbület-függvény a következő formában határozandó meg

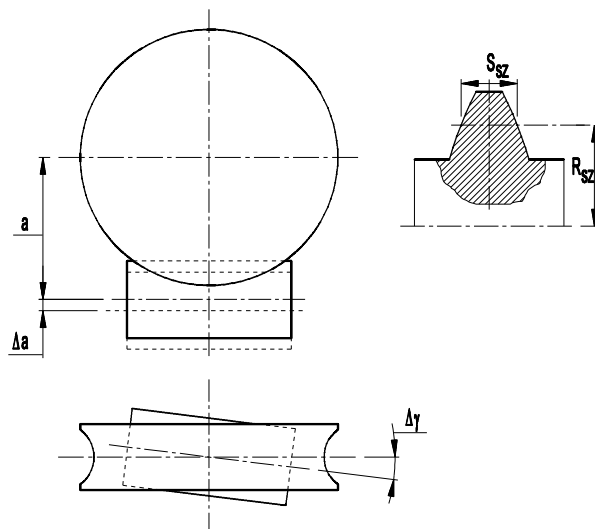
$$\kappa(u) = \frac{|\dot{\mathbf{r}}(u) \times \ddot{\mathbf{r}}(u)|}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^3} \quad (4.7.7)$$

A vágóél görbéjének görbület-függvénye által a megmunkálás közben a vágóél görbület-változása az eredeti élgörbével összevethető, ami a mozgáspályával együttesen hat a megmunkált felület minőségére, azaz a profiltorzulásról ad információt.

Összegzés: A kutatómunkában kifejlesztett, ábrázoló geometriai eljárás lehetőséget ad a lefejtőmaró vágóélével történő megmunkálás elemzésére, a vágóél kopásának folyamatos megfigyelésére a méret és görbület változás tekintetében is. A csigakerék megmunkálása közben mért vágóél pontok térbeli elhelyezkedése, görbület-változása az elméleti görbétől való térbeli eltérést is mutatja, miközben az esetleges újraélezés nélküli továbbmunkálás profilra vonatkozó hatását illetően a megmunkált felületről is ad információt.

5. SZERSZÁM BEÁLLÍTÁS

Az előírt gyártási pontosság biztosítása a csigakerék gyártása során a pontos geometriai feltételeken alapul. A csigához kapcsolódó kerék nagy pontosságú megmunkálására van szükség többek között a megkívánt jó hatásfok és alacsony zajszint elérése érdekében. A csigakerék simító megmunkálása során alkalmazandó szerszám burkolófelülete meg kell, hogy egyezzen a kerékhez kapcsolódó csigáéval a közvetlen mozgás leképezés folytán. Ez a szerszám a csigából kialakított csigamaró a csigahajtások csigakerékének sorozatgyártása esetén [38]. A csigakerék gyártása során a megkívánt minőség eléréséhez a csigamaró folyamatos kopásvizsgálata és vágóélének újraélezése szükséges, amit a maró homlokfelületének köszörülésével végeznek el.



5.1 ábra A csigakerék lefejtőmaró szerszám újraélezés utáni elhelyezésének geometriai paraméterei [38]

5.1. A vizsgálat módszere

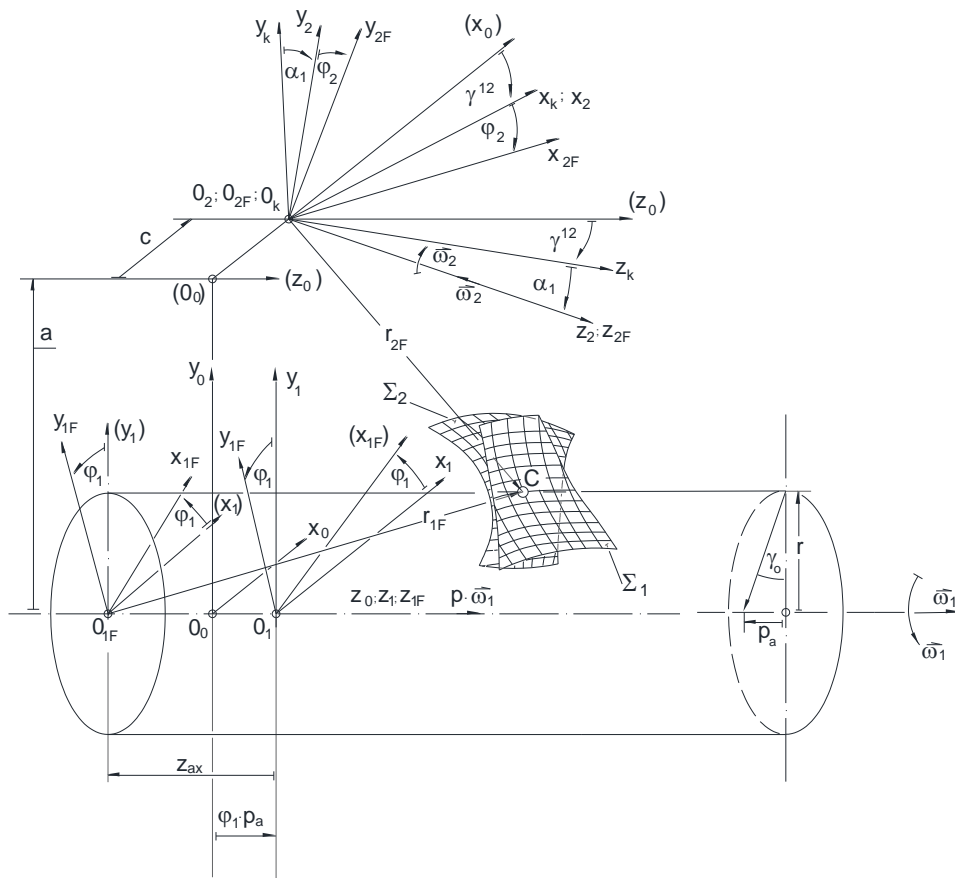
Vizsgálatainkat a továbbfejlesztett konstruktív geometriai modellben végeztük el az 5.1 ábra alapján.

A 4.1 ábrán látható tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga jobboldali fogprofiljának a K_{1F} koordináta-rendszerbeli vektoregyenlete az $\eta(\text{mm}), \vartheta(^{\circ})$ felületi paraméterekkel a [38] alapján a következő alakba írható

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (5.1.1)$$

illetve

$$\left. \begin{aligned} x_{1F} &= -\eta \cdot \sin \vartheta; \\ y_{1F} &= \eta \cdot \cos \vartheta; \\ z_{1F} &= p \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.1.2)$$



5.1.1 ábra Az alkalmazott koordináta-rendszerek kapcsolata a hengeres csiga hajtás esetén az $a=0$, $c=0$, $p_r=0$, $\alpha=0$, $\gamma^{12}=\Sigma=-90^\circ$ paraméterértékekkel [Á-3]

A koordináta-rendszerek az alábbiak szerint kerültek értelmezésre:

$K_0(x_0, y_0, z_0)$ álló koordináta-rendszer

$K_1(x_1, y_1, z_1)$ a lineáris mozgást végző gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer

$K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ a csavarfelület koordináta-rendszere, melyben meghatározásra kerül a csavarfelület η , ϑ paraméteres egyenlete

$K_2(x_2, y_2, z_2)$ a szerszám álló koordináta-rendszere, melynek z_2 tengelye illeszkedik a z_{2F} tengelyre

$K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ a szerszámhoz, illetve kerékhez kötött forgó koordináta-rendszer

$K_k(x_k, y_k, z_k)$ segéd koordináta-rendszer

Alkalmazott paraméterek:

a tengelytáv

Δa tengelytáv változás

c a szerszám x irányú kiemelésének távolsága (pl. konvolut vagy evolvens csiga esetén a torokhenger, illetve alaphenger sugara)

z_{ax} a csiga álló koordináta-rendszere kezdőpontjának $z_1=z_{1F}$ tengelymenti koordinátája a csiga forgó koordináta-rendszerében

φ_1	a csavarfelület elfordulásának szöge, (szögelfordulási-, burkolási-, ill. mozgásparaméter)
φ_2	a szerszám elfordulásának szöge (maró v. köszörűkorong)
i_{21}	$i_{21}=\varphi_2/\varphi_1$ áttétel
γ	a hengeres csavarfelület osztóhengeri menetemelkedési szöge
$\Delta\gamma$	a hengeres csavarfelület osztóhengeri menetemelkedési szögváltozása
γ^{12}	a szerszám, illetve a kapcsolódó kerék tengelyének és a csiga tengelyének hajlásszöge
α	a szerszámnak a csavarfelület profiljára való döntésének a szöge a jellegzetes metszetben
p_a	az axiális irányú csavarparaméter

Az új matematikai számítógépes hibrid modellben a hengeres csavarfelületekkel érintkező kerék fogfelületének megmunkálására vonatkozó vizsgálatokhoz az 5.1.1 ábrán látható geometriai viszonyokkal határozhatók meg az a tengelytávolság és a γ^{12} tengelyszögek közti összefüggések.

A csigakerék fogfelülete a csiga fogfelülete által burkolt felületként, illetve a csigát helyettesítő maró által burkolt felületként került vizsgálatra.

A fogoldal felület adott pontbeli normálvektorai a felület két görbéjének érintővektorai vektoriális szorzataként a következő alakba adható meg

$$\left. \begin{aligned} n_{1Fx} &= -\eta \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p \cdot \cos \vartheta \\ n_{1Fy} &= \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p \cdot \sin \vartheta \\ n_{1Fz} &= \eta \end{aligned} \right\} \quad (5.1.3)$$

A \mathbf{v}_{2F} relatív sebességvektor a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ és $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordináta-rendszerek közti $\mathbf{M}_{2F,1F}$ transzformációs mátrix időparaméter szerinti deriváltjával meghatározva a következő alakban adható meg

$$\mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (5.1.4)$$

A \mathbf{v}_{1F} relatív sebességvektor a csiga és a kapcsolódó kerék között az $\mathbf{M}_{1F,2F}$ transzformációs mátrix alkalmazásával számítható

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F}) = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (5.1.5)$$

ahol

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \quad (5.1.6)$$

az "átviteli" mátrixa [38].

Ha a csiga (η, ϑ) felületi paraméterei az u paraméter függvényei, akkor az érintkezési görbe a kapcsolódás I. törvénye alapján egy rögzített φ_1 paraméter esetén a következő módon adható meg

$$f(\eta(u), \vartheta(u), \varphi_1) = f(u, \varphi_1) = \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F} = 0 \quad (5.1.7)$$

Egy rögzített φ_1 mozgásparaméter esetén a kapcsolódó felülepár kétparaméteres burkolás elvén meghatározott, csiga felületén lévő érintkezési pontjait Σ_2 a kerék K_{2F} koordinátarendszerébe transzformálva adódnak a kerék fogfelületének pontjai a következő egyenletek egyidejű teljesülésével

$$\left. \begin{aligned} f(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F_kerék} &= \mathbf{M}_{2F,1F_ívelt} \mathbf{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (5.1.8)$$

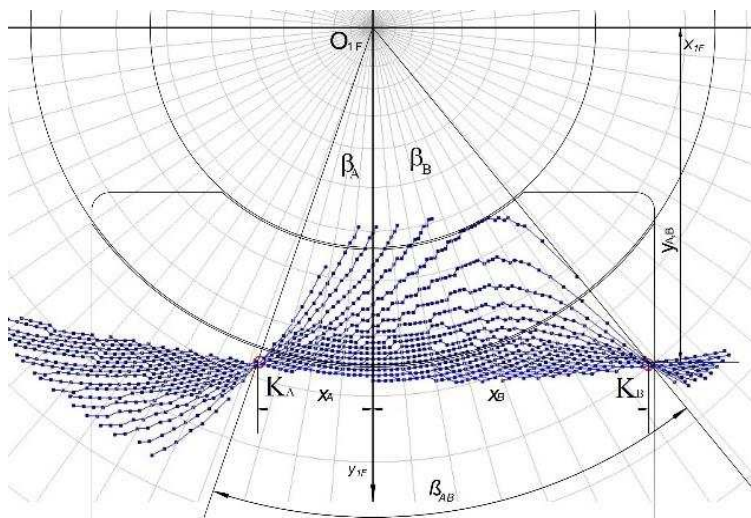
Az $\mathbf{M}_{2F,1F_ívelt}$ transzformációs mátrixot az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ mátrixból a megfelelő paraméterek megválasztásával kaphatjuk meg

$$\mathbf{M}_{2F,1F_ívelt} = \begin{Bmatrix} -\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 & -a \cdot \sin \varphi_2 \\ +\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & +a \cdot \cos \varphi_2 \\ +\cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (5.1.9)$$

A kerék Σ_2 fogfelületének pontjaihoz mutató \mathbf{r}_{2F} helyvektor koordinátái a K_{2F} kerékhez kötött koordináta-rendszerben

$$\left. \begin{aligned} x_{2F_kerék} &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \\ &\quad - \cos \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \right) - a \cdot \sin \varphi_2 \\ y_{2F_kerék} &= \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \\ &\quad - \sin \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \right) - a \cdot \cos \varphi_2 \\ z_{2F_kerék} &= -\cos \varphi_1 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \sin \varphi_1 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \end{aligned} \right\} \quad (5.1.10)$$

Az érintkezési vonalak pontjainak előállítására szolgáló, saját fejlesztésű számítógépes program működésének elve, hogy a bemeneti adatokból meghatározza az eljárás elindításához szükséges implicit formájú egyenletrendszert.



Input:		Output:	
$i_{21}=0.0857142$	Lábkör= 38.75 mm	$\eta_{\text{Start}}=34.75$	$X_A=20.33890$
$x_2=1.0$	Fejkör 58.75 mm	$\eta_{\text{Stop}}=89.75$	$X_B=49.33890$
$K=69.5$ mm	$\varphi_1\text{Start}=-120.0$	$\eta_{\text{Step}}=1.0$	$Y_A=60.78901$
$a=280.0$ mm	$\varphi_1\text{Stop}=220.0$	$\mathcal{G}_{\text{Start}}=-100.0$	$Y_B=60.78901$
$p_o=18.75$	$\varphi_1\text{Step}=10.0$	$\mathcal{G}_{\text{Stop}}=+100.0$	$\beta_A=18.49930$
$\rho_{ax}=50.0$ mm		$\mathcal{G}_{\text{Step}}=1.0$	$\beta_B=38.83471$
$z_{ax}=0.0$ mm		$nv \leq 0.001$	$\beta_{AB}=57,33403$

5.1.2 ábra Érintkezési vonalak az $[(x_2), (y_2)]$ koordinátáskiban a K_A és K_B csomópontokkal a saját tervezésű számítógépes program alapján [Á-3]

A bemeneti adatok alapján a vizsgálat köre behatárolt, így a peremfeltételeknek megfelelően a keresési eljárás az (5.1.8) egyenletrendszer alapján számítja ki az érintkezési pontokat a vizsgált esetre. Az érintkezési görbe így kapott pontthalmazát rendezett pontcsoporttá alakítja.

A saját tervezésű és legyártott csiga adatai a szokásos jelölésekkel $z_1=3$, $m=12.5$, $\gamma_0=21^\circ 2' 15''$, $\rho_{ax}=50$, $\bar{S}_{al}=10$, $\bar{S}_{nl}=13^{+0.0}_{-0.125}$, $a=280$, $d_{o1}=97.5$, $H=117.809722$, $\delta_{ax}=24^\circ 31' 10''$, $z_2=35$,

$F_{r1}=\pm 0.017$, $f_{p1}=\pm 0.016$, $f_{\gamma}=\pm 0.018$, $f_f=0.08$ a [38] alapján.

A kerék felülete a maró hátraesztergált \mathbf{R}_B és \mathbf{R}_J oldalfelületek, valamint a \mathbf{H} homlokfelület metszetgörbéjeként előálló \mathbf{V}_B és \mathbf{V}_J vágóéleivel történik.

A hátramunkálás és a megmunkálás technológiájának kialakítása szerint a \mathbf{V}_B és \mathbf{V}_J vágóélek a helyettesítő csiga fogfelületére illeszkednek, amely geometriailag megegyezik az eredeti csiga fogfelületével [38]. A csigamaró homlokfelülete előnyösen zárt arkhimédeszi csigafelület, amely mentén a szerszám újraélezése történik. Mivel a \mathbf{V} vágóél az újraélezés után is ugyanazon csiga fogfelületén marad, az újraélezés után is profiltorzulás nélkül alkot fogfelületet.

A szerszám újraélezése után radiális méretváltozás következik be, ami a tengelyek közötti távolság csökkenését és a γ emelkedési szög változását eredményezi.

Vizsgálataink során a csiga alapvető paramétereinek megadása mellett néhány összefüggést is felhasználásra került.

A mozgásátvitel elemzéséhez kifejeztük a csiga és a kerék gördülőhengereinek sugarát a a csiga és a kerék alapadatainak ismeretében

$$r_{w1} = r_{m1} + x_2 \cdot m_{ax} = \left(\frac{q}{2} + x_2 \right) \cdot m_{ax} \quad (5.1.11)$$

$$r_{w2} = \frac{z_2 \cdot m_{ax}}{2} \quad (5.1.12)$$

ahol

$$q = \frac{d_1}{m_{ax}} \quad (5.1.13)$$

A csiga és a kerék gördülő hengereinek sugara a csiga alapadatainak ismeretében a következőképpen fejezhető ki

$$r_{m1} = a - r_{m2} \quad (5.1.14)$$

$$r_{m2} = r_{w1} + x_2 \cdot m_{ax} \quad (5.1.15)$$

A hengeres csiga emelkedési paraméterére fenáll a következő egyenlet

$$\operatorname{tg} \gamma_{m1} = \frac{z_1}{q} \quad (5.1.16)$$

amelyből

$$\gamma_1 = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{q} \quad (5.1.17)$$

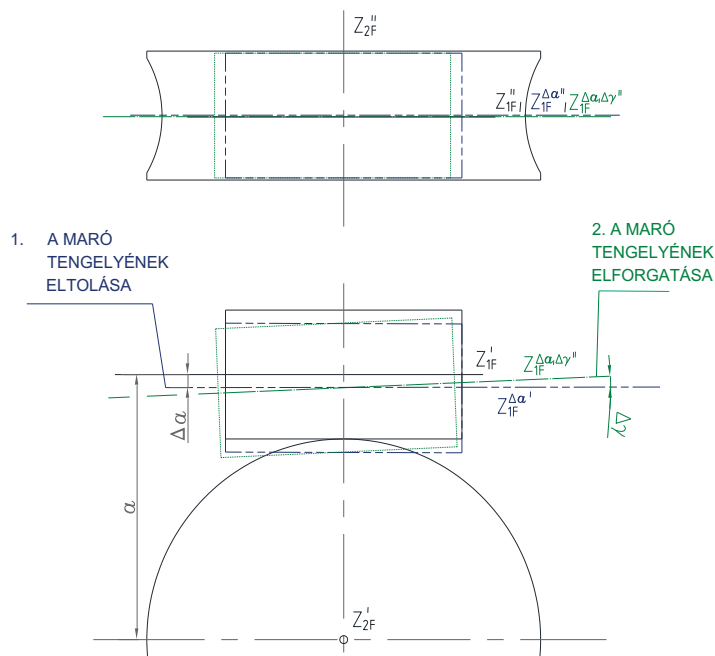
A csúszásmentes gördülés derékszögű hajtás esetén

$$r_{w1} = a - p \cdot i_{12} \quad (5.1.18)$$

A csigahajtómű gyártása esetén a tengelyek távolsága a profileltolást is figyelembe véve a következőképpen számítható

$$a_w = \frac{[(q + z_2) + x_2] \cdot m}{2} \quad (5.1.19)$$

amely a kerék felületére is hatással van.



5.1.2. ábra Az újraélezett maró beállításának vázlatos elrendezése [Á-3]

5.2. A geometriai paraméterek közti összefüggés

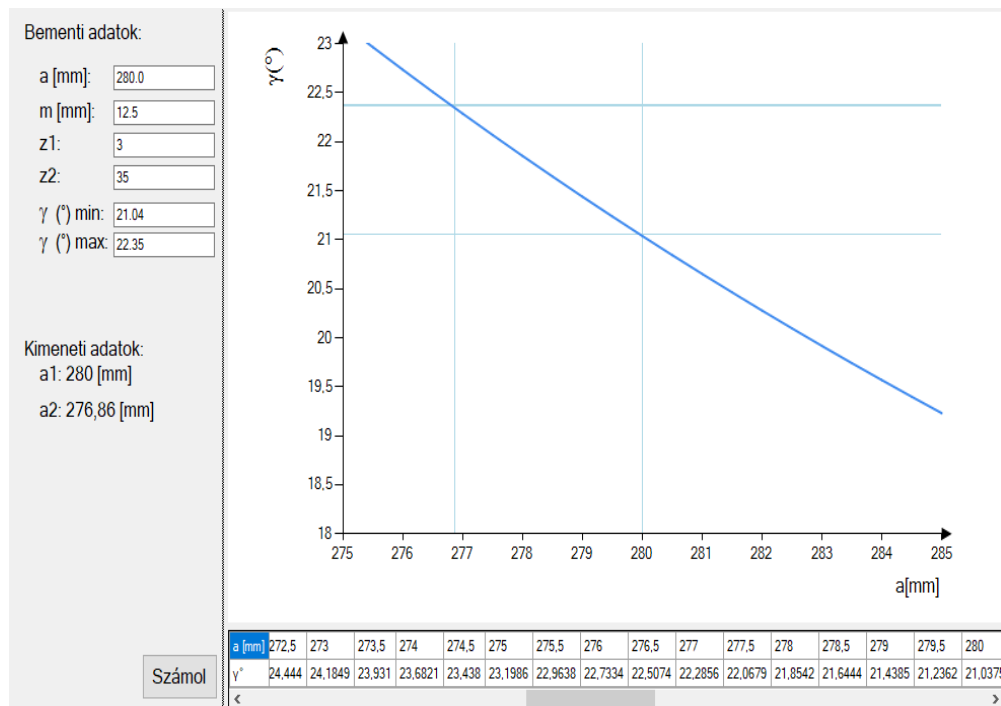
Az 5.1. fejezet összefüggéseiből a γ emelkedési szög és a tengelyek a távolsága közötti összefüggés a következő formája adódik

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{z_1}{q} = \frac{z_1 \cdot m}{2 \cdot r_{w1}} = \frac{z_1 \cdot m}{2 \cdot \left(a - r_{w2} - \frac{x_2 \cdot m}{2} \right)} = \frac{z_1 \cdot m}{2 \cdot \left(a - \frac{(z_2 + x_2) \cdot m}{2} \right)} \quad (5.2.1)$$

amelyből

$$\gamma_1 = \operatorname{arctg} \frac{z_1 \cdot m}{2 \cdot \left(a - \frac{(z_2 + x_2) \cdot m}{2} \right)} \quad (5.2.2)$$

Az **M1** melléklet középső oszlopában megadott adatok esetében a γ emelkedési szög és a tengelyek a távolsága közötti függvénykapcsolat az 5.2.1 ábrán látható



5.2.1. ábra A γ emelkedési szög és a tengelyek a távolsága közti függvénykapcsolat [Á-3]

A szabvány szerinti utánélezési tartalék (0,05-0,1) modul biztosítása mellett a sugárirányú méretváltozásból jelentős profileltérés nem keletkezett, mivel annak értéke kisebb volt, mint a megengedett profilhiba. A mérethibát egy bizonyos határig csökkenthetjük a fogaskerék és a csigakerék tengelyei közötti távolság csökkentésével és a γ dőlésszög-különbség korrigálásával, mivel a csigakerékek kis térése lehetővé teszi a minimális szerszám utánélezést. Ezt a határértéket az 5.2.1 ábra mutatja. Tervezett és gyártott konkrét példánk esetében $\gamma_{mI}=21.04^\circ$. Megengedett menetemelkedés szög hiba $f_\gamma=\Delta\gamma=+/-0.018\text{rad}=+/-1.031^\circ$.

A maximális megengedett menetemelkedési szögelérés $\gamma_{mI}+f_\gamma=\gamma_{mI}+\Delta\gamma=21.04^\circ+1.031^\circ=22.35^\circ$.

Összefoglalás: A csigakerék megmunkálására használt csigamaró olyan szerszám, amelynek megmunkáló felülete megegyezik a fogaskerékhez kapcsolódó csiga felületével. A kutatás a kétparaméteres burkolás elvének és a csigahajtópárok elemekre vonatkozó geometriai összefüggések alapján került kimukálásra a csigakeréknek a tengelymetszetben körív profilú csigamaróval történő megmunkálása esetében. A fogaskerék fogfelületének minősége és a gyártás során szükséges gyártási pontosság a megfelelő geometriai feltételek alapján teljesül. A speciális fogoldalfelületekkel gyártott maró kopás utáni újraélezése a tengelyek átmérőjének csökkenését eredményezi, ami a geometriai viszonyok megváltozását okozza. A maró újraélezése szükségessé teszi a tengely beállítását és a menetemelkedési szög korrekcióját. Az újraélezett maró beállítási paramétereinek függvénnyel történő leírása minden tengelymetszetben körív profilú hengeres maróhoz, a csigához kapcsolódó fogaskerék gyártási pontosságának vizsgálatára került kifejlesztésre. A csigamaró újraélezésének határa a tengelytávolság csökkenésével függ össze, amit a kutatás ezen szakaszában mint függvény került vizsgálatra.

A maró pontos beállításával elkerülhető a geometriai viszonyokra érzékeny kerék fogfelületének téréshatáron túli torzulása.

6. A CSIGÁHOZ KAPCSOLÓDÓ KERÉK FELÜLETE

A miskolci Csiga Tudományos Iskolában folyó konstrukciós és gyártásgeometriai fejlesztések egyik jelentős területe a csigához kapcsolódó csigakerék fogfelületének gyártásgeometriai vizsgálata, modellezése és ezzel a csigahajtás élettartamának, illetve hatásfokának optimalítása.

A csigahajtópárok működési jellemzőit a kapcsolódó fogfelületek speciálisan tervezett geometriai jellemzői határozzák meg egyéb tényezők mellett. Az új hibrid modell segíti a csigahajtópárok elemeinek, úgymint a csigához kapcsolódó kerék bonyolult geometriájú fogfelületének gyártásgeometriai vizsgálatát is.

Jelen fejezetben a tengelymetszetben körív profilú csigához kapcsolódó kerék fogfelület pontjainak meghatározása, modellezése és vizsgálata kerül bemutatásra.



6.1 ábra A szabadalmaztatott tengelymetszetben körív profilú csiga és a kapcsolódó kerék

6.1. A csigakerék fogfelületének matematikai előállítása

A kúpos és hengeres csigahajtópárok elemeinek vizsgálatára, illetve gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált matematikai számítógépes hibrid modellben a tengelymetszetben körív profilú csiga és a hozzá kapcsolódó kerék fogfelületének érintkezési pontjainak meghatározására az 5.1.1 ábrán látható koordináta-rendszerek kerültek alkalmazásra. A kerék csigamaróval történő megmunkálása során a maró újraélezése miatt bekövetkező tengelytáv változás, illetve a csigamarón a menetemelkedési szög változás eredményeképpen a mozgásviszonyok módosulnak. Az ezen változások miatt bekövetkező kerék profil torzulásra vonatkozó vizsgálatainkat kívánjuk ebben a fejezetben bemutatni.

Az új matematikai számítógépes hibrid modellben a hengeres csavarfelületekkel érintkező kerék fogfelületének megmunkálása során bekövetkező profiltorzulásra vonatkozó vizsgálatok a tengelytávolság és tengelyszögek közti összefüggések ismeretében az 5.1.1 ábrán látható geometriai viszonyokkal határozhatók meg.

6.2. Kapcsolódási viszonyok

A Σ_1 helikoid felületnek az (η, ϑ) felületi paraméter értékpárja függvénye az $u \in I \subseteq \mathbb{R}$ paraméternek. A direkt eljárás során a csiga fogfelületének ismeretében a csiga által burkolt kerék fogfelület a hajtópár viszonylagos mozgása következtében jön létre. A kétparaméteres

burkolás a kapcsolódás érintkezési vonalait eredményezi, melynek meghatározása a [78] szerint történt.

A csiga fogfelülete a K_{1F} forgó koordináta-rendszerben az (η, ϑ) felületi paraméterekkel

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (6.2.1)$$

alakú, mely koordinátái szerint

$$\mathbf{r}_{1F} = x_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{e}_x + y_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{e}_y + z_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{e}_z \quad (6.2.2)$$

alakba írható.

A csiga fogfelületi pontjaiban az \mathbf{n}_{1F} normálvektor az (η, ϑ) felületi paraméterek ismeretében

$$\mathbf{n}_{1F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \vartheta} \quad (6.2.3)$$

A csiga és a kapcsolódó kerék közös, \mathbf{r}_{1F} helyvektorú fogfelületi érintkezési pontjában fellépő \mathbf{v}_{1F} relatív sebességvektor a csigának a K_{1F} és a keréknek a K_{2F} koordináta-rendszere közötti $\mathbf{M}_{1F,2F}$ és $\mathbf{M}_{2F,1F}$ transzformációs mátrixokkal határozható meg a következő formában

$$\mathbf{v}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \cdot \mathbf{r}_{1F}, \quad (6.2.4)$$

ahol

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{M}_{2F,1F} \quad (6.2.5)$$

a kinematikai leképezés mátrixa.

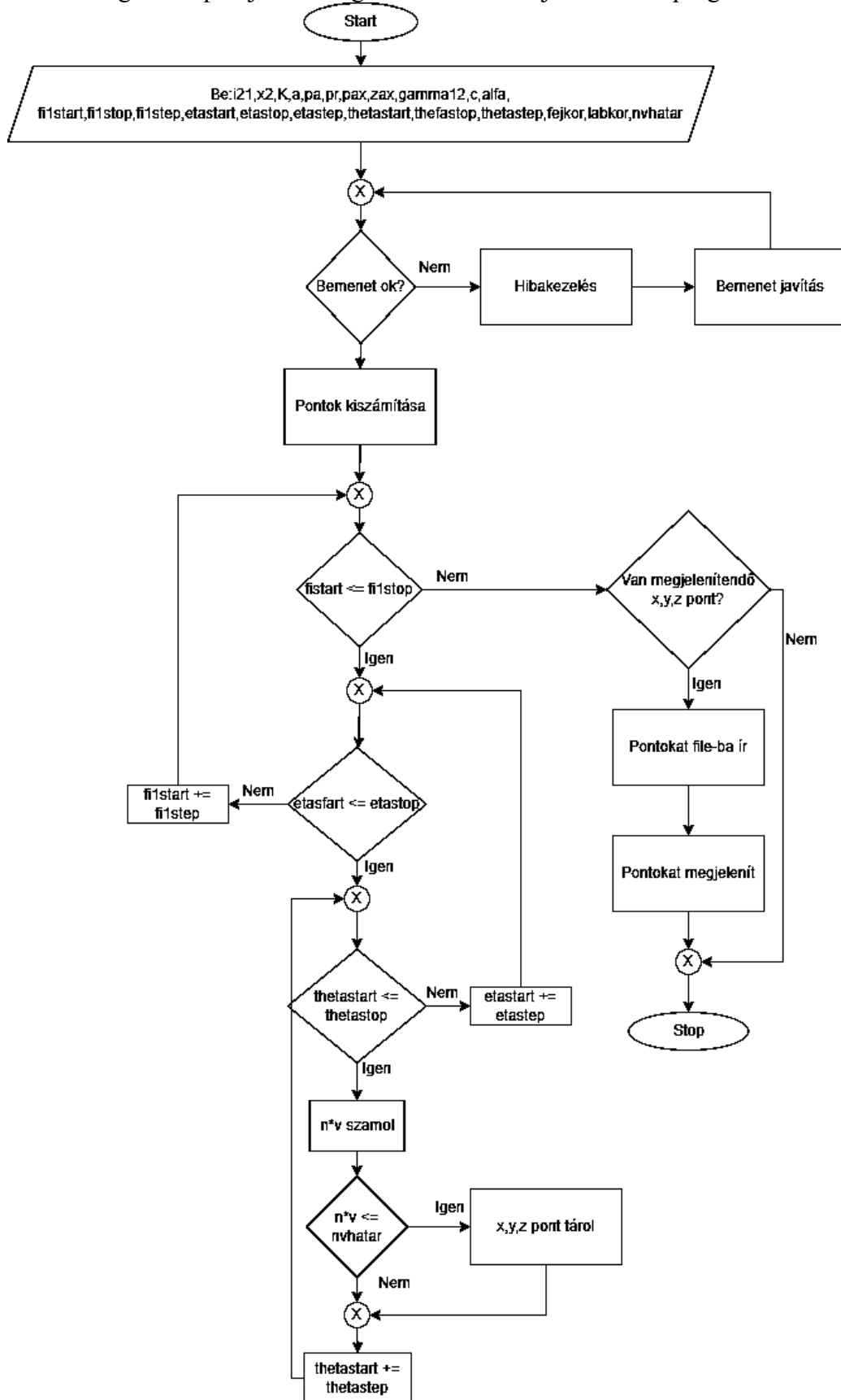
$\mathbf{P}_{1a} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 - i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} & i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & -\left(a_0 + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} + p_r \right) \cdot \sin \varphi_1 \\ 1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} & 0 & i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 & \left(i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \right) \cdot \sin \varphi_1 \\ -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & 0 & -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 & +i \cdot \left(p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} \right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 & 0 & 0 & -\left(a_0 + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} + p_r \right) \cdot \cos \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +i \cdot \left(p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} \right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & & \left(i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \right) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & & +i \cdot \left(p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} \right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & & -\left(a_0 + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} + p_r \right) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & & +i \cdot \left(p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} \right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & & -\left(p_a + i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} \right) \cdot \varphi_1 \\ & & & & -i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma^{12} - i \cdot c \cdot \sin \alpha + p_a + z_{ax} \end{bmatrix} \quad (6.2.6)$$

Az érintkezési vonalak pontjai a kapcsolódás I. törvénye alapján az alábbi függvénykapcsolat írja le

$$f(\eta(\mathbf{u}), \vartheta(\mathbf{u}), \varphi_1) = f(\mathbf{u}, \varphi_1) = \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F} = 0 \quad (6.2.7)$$

A kerék fogfelület pontjainak meghatározására az új modellben program készült.

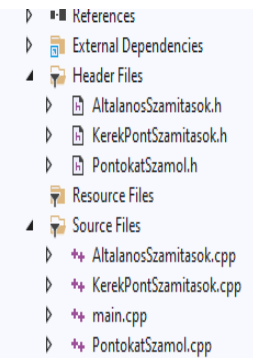


6.2..1. ábra. A szoftver folyamatábrája

```

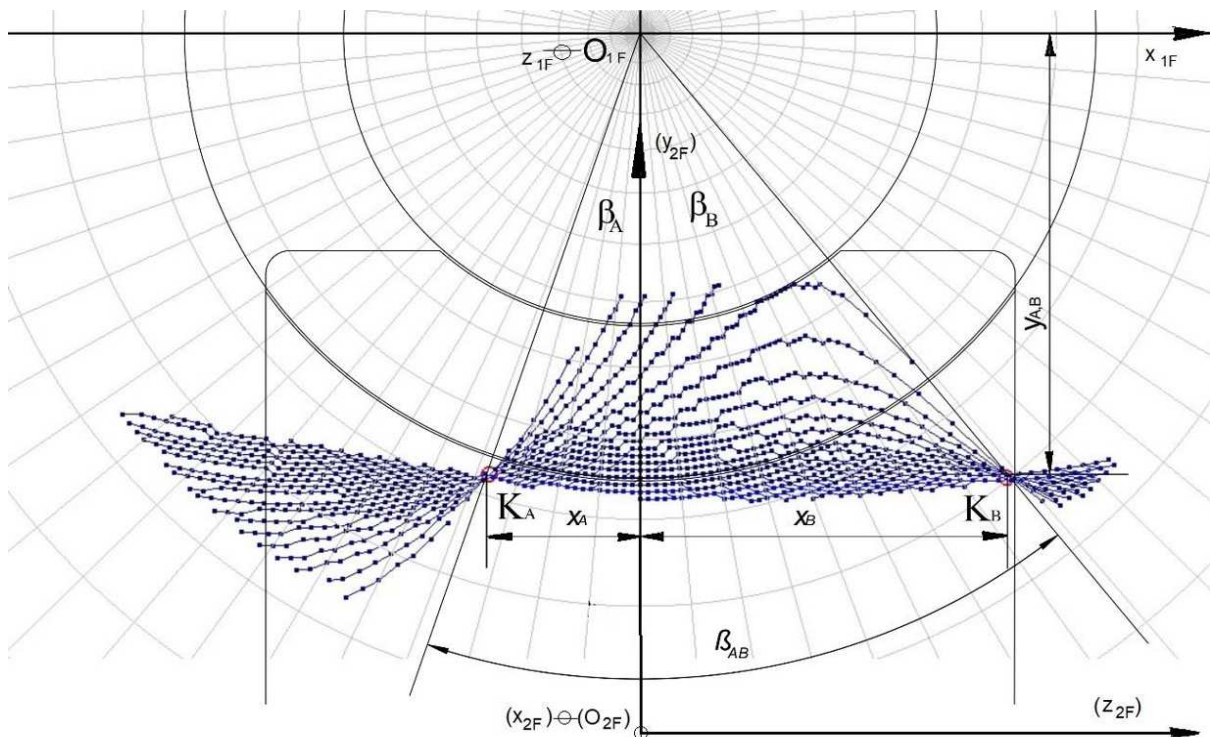
137
138
139 double KerekPontSzamitasok::FVy(double i21, double alfa, double gamma12, double eta, double theta, double fil, double pa, double ro, double K, double zax, double a, double c, double pr)
140 {
141     return
142     P1a21(i21, alfa, gamma12) * Fx(eta, theta, fil)
143     + P1a22() * Fy(eta, theta, fil)
144     + P1a23(i21, alfa, gamma12, fil) * Fz(pa, fil, eta, theta, ro, K, zax)
145     + P1a24(a, i21, c, alfa, gamma12, pr, zax, fil, pa);
146 }
147
148 double KerekPontSzamitasok::FVz(double i21, double alfa, double gamma12, double eta, double theta, double fil, double pa, double ro, double K, double zax, double a, double c, double pr)
149 {
150     return
151     P1a31(i21, alfa, gamma12, fil) * Fx(eta, theta, fil)
152     + P1a32(i21, alfa, gamma12, fil) * Fy(eta, theta, fil)
153     + P1a33() * Fz(pa, fil, eta, theta, ro, K, zax)
154     + P1a34(a, i21, c, alfa, gamma12, pr, zax, fil, pa);
155 }
156
157 double KerekPontSzamitasok::NV_Szoroz(double eta, double theta, double fil, double pa, double i21, double zax, double a, double c, double K, double ro, double alfa, double gamma12, double pr)
158 {
159     double nv =
160     FNx(pa, fil, eta, theta, K, ro) * FVx(eta, theta, fil, pa, ro, K, zax, i21, alfa, gamma12, a, c, pr) +
161     FNy(pa, fil, eta, theta, K, ro) * FVy(i21, alfa, gamma12, eta, theta, fil, pa, ro, K, zax, a, c, pr) +
162     FNz(pa, fil, eta, theta, K, ro) * FVz(i21, alfa, gamma12, eta, theta, fil, pa, ro, K, zax, a, c, pr);
163
164     return isnan(nv) || isinf(nv) ? DBL_MAX : nv;
165 }
166

```



6.2.2. ábra
A szoftver
struktúrája

Egy-egy rögzített φ_1 mozgásparaméter mellett kerültek meghatározásra azon összetartozó $(\eta(u), \vartheta(u))$ paraméter értékpárjai által alkotott karakterisztikus görbéi a csiga fogfelületének, amelyek teljesítik a (6.2.7) összefüggést. Konkrét példaként az **M1.** mellékletben látható geometriai paraméterekkel adott tengelymetszetében körív profilú hengeres csigahajtás karakterisztikus görbéi a 6.2.3. ábrán kerülnek bemutatásra. A mellékletbeli geometriai paraméterekkel méretezett, majd legyártott csigahajtás esetén saját programmal modellezzük a szokásos jelölések alkalmazásával egy-egy φ_1 mozgásparaméter érték esetén a K_A és K_B csomópontokon áthaladó karakterisztikus görbéket.



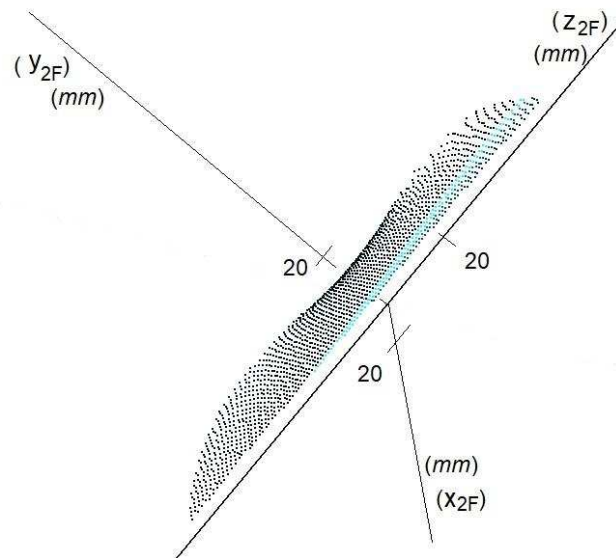
Input:			Output:
$i_{21} = 0.0857142$	Lábkör= 36.75 mm	$\eta_{\text{Start}} = 36.75$	$X_A = 20.3589$
$x_2 = 1.0$	Fejkör 59.75 mm	$\eta_{\text{Stop}} = 88.75$	$X_B = 49.3589$
$K = 69.5$ mm	$\varphi_{I\text{Start}} = -100.0$	$\eta_{\text{Step}} = 1.0$	$Y_A = 60.7990$
$a = 280.0$ mm	$\varphi_{I\text{Stop}} = 255.0$	$\vartheta_{\text{Start}} = -100.0$	$Y_B = 60.7990$
$p_o = 18.75$	$\varphi_{I\text{Step}} = 10.0$	$\vartheta_{\text{Stop}} = +100.0$	$\beta_A = 18.4994$
$\rho_{ax} = 50.0$ mm		$\vartheta_{\text{Step}} = 1.0$	$\beta_B = 38.8358$
$Z_{ax} = 0.0$ mm		$n_v \leq 0.001$	$\beta_{AB} = 57,3452$

6.2.3. ábra. Érintkezési görbék pontjai a bemenő geometriai paraméterekkel a tengelymetszetben körív profilú csigahajtópár esetén

A csigakerék Σ_2 fogfelülete a csigakerékhez rögzített K_{2F} koordináta-rendszerbeli pillanatnyi érintkezési görbék burkolófelületeként jön létre a (6.2.8) egyenletrendszer szerint

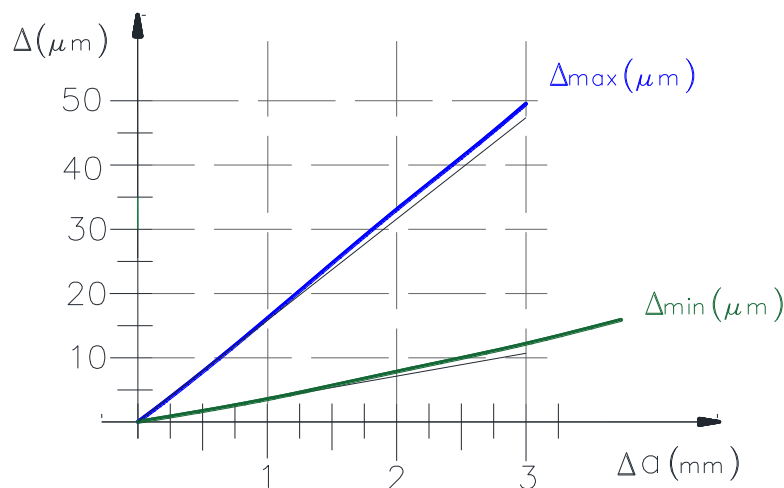
$$\left. \begin{aligned} f(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F_kerék} &= \mathbf{M}_{2F_1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (6.2.8)$$

Az **M1.** melléklet középső oszlopában megadott adatokkal legyártott hajtás karakterisztikus görbéinek térbeli elhelyezkedése a 6.2.2 ábrán látható.



6.2.2. ábra. Kerék fogfelületi pontok térbeli elhelyezkedése a $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordináta-rendszerben

A csiga felülete által burkolt kerék fogfelületét megmunkáló maró kopása következtében az újraélezése szükséges. Az újraélezett maró átmérőjének csökkenése a mozgásviszonyok megváltozásához vezet, ami a kerék profiltorzulását eredményezi. Az erre vonatkozó adatsort az **M2.** melléklet tartalmazza.



6.2.3. ábra. A csigakerék fogfelületi pontjainak Δ_{\max} legnagyobb és Δ_{\min} legkisebb eltérése a tervezett kerék fogfelületétől a Δa tengelytáv csökkenésének függvényében

A hibrid modellben készült vizsgálat szerint a tengelymetszetben körív profilú csigamaró és az általa megmunkált csigakerék $a=280\text{mm}$ tengelytávolságának - a maró újraélezés miatt bekövetkező - csökkenése a csigakerék fogfelületi pontjainak eltérését eredményezi a

-
tervezett kerék fogfelülettől. Ezen Δ_{\max} legnagyobb és Δ_{\min} legkisebb eltérések függvényét a 6.2.3. ábra mutatja be.

Összegzés: Az új hibrid modell alkalmazásával a csavarfelületekhez kapcsolódó kerék fogfelületének érintkezési viszonyaira vonatkozó kétparaméteres burkolás elvén történő vizsgálata vezet a csigamaró újraélezése következtében megváltozott geometriai viszonyok elemzéséhez. A kerék fogfelületének vizsgálata összefüggésben van a hordkép és a kapcsolókép vizsgálatával, amit a kapcsolóvonalak, illetve a kapcsolódási csomópontok erősen determinálnak. A kapcsolófelületet a kölcsönösen burkoló felületeknek az érintkező görbéi, azok serege alkotja az álló koordináta-rendszerben. Mindebből adódik az újraélezett csigamaróval megmunkált fogfelület profiltorzulását meghatározó, a fentiekben bemutatott eljárás.

7. ÖSSZEGZÉS

7.1. Summary

In today's technological environment, the computer-supported or fully automated systems are taking over the design processes of products and production tools. Computer support for modern engineering work is one of the most important conditions for increasing production efficiency and improving product quality. The development of production automation can be promoted by a mathematical computer hybrid model developed for the development of production geometry, which also shows progress in eliminating manufacturing errors. A mathematical computer hybrid model was developed for the production geometry development of conical and cylindrical worms. The model provides an opportunity to design helicoidally surfaces, to determine and analyse the tooth surface of the gear connected to the helicoidally surface. There is also the possibility to examine the contact lines of the helicoid surface and the re-profiled grinding wheel due to wear. The model gives the possibility of the examination of the helicoid surface profile distortion caused by the variable wheelbase and the variable thread pitch angle during the machining of the helicoid surface with the grinding wheel, the purpose of which is to examine the manufacturing accuracy.

During the machining of the worm gear with the hob, a new mathematical procedure has been developed for the positioning of the cameras in order to ensure the reconstructability of the cutting edge curve for the wear measurement with two CCD cameras. At the same time, by placing CCD cameras, it is also necessary to ensure the reconstruction of the front surface of the hob tooth and the cutting curve of the bottom cylinder. To ensure the simultaneous correct adjustment of the CCD cameras to the curve of the hob tooth face surface on the root-cylinder and the cutting edge curve can be reconstructed from only two perpendicular projections, it is based on the points from the bijective common space parts in the Monge cuboid. The direction angles belonging to the point chosen from the bijective regions of the Monge cuboid determine the direction in which the CCD cameras should be positioned. To measure the wear of the cutting edge of the hob during machining, a new procedure has been developed for reconstructing the spatial location of the cutting edge curve from two images taken with CCD cameras using the methods of constructive descriptive geometry.

The cutting edge curve reconstructed from the images has been compared with the mathematically determined curve to compare the spatial deformations with the given tolerance.

A gear connected to a worm with a circular arc profile in axial section is machined with a hob, which is formed from the worm. Due to the wear of the cutting edge of the hob, re-sharpening is necessary. Due to the special design of the hob tooth, the geometry of the cutting edge does not change, but the geometric environment of the motion transfer does. As a result of the re-sharpened hob, the centre distance is reduced and the angle between the axes also changes. The relationship between the geometrical parameters was determined in the form of a function, for the mathematically correct setting.

The worm gear is connected to the worm with a circular arc profile in the axial section. During the machining of the worm gear with the hob created from the worm, correlations regarding the mathematical accuracy of the surface of the gear machined with a tool re-sharpened due to tool wear were revealed in order to determine the correlation between the wear of the tool and the manufacturing accuracy of the gear tooth surface.

7.2. A feladat megoldásának módja és jelentősége

1. Egy új, egyidejűleg konstruktív geometriai és analitikus hibrid modellt szoftverbe ágyazva készült, és alkalmas a csavarfelületek köszörűkoronggal történő megmunkálása esetén az érintkezési görbe, továbbá hajtás esetén a kerék fogfelületével való kapcsolódási görbe vizsgálatára is. A hengeres és kúpos csigamaró újraélezésének következtében változó tengelytávolság és bedöntési szög változó mozgásviszonyokat eredményez, melyek kezelésére együttesen is alkalmas az új hibrid modell.

A számítógépes geometriai matematikai hibrid modell Visual Studio 2019 fejlesztői környezetben, a C++ és OpenGL sajátosságaira alapozva készült.

A kúpos és hengeres csigák gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált új hibrid modell egyidejűleg tudja geometriai és analitikus módon kezelni a gyártás során változó geometriai paramétereket, úgymint a tengelytávolság és bedöntési szög paramétert, illetve lehetőséget nyújt a tervezett csigához kapcsolódó kerék és megmunkáló köszörűkorong érintkezési görbéinek meghatározására is.

2. A maró vágóélének a teszteléséhez minden egyes mérés esetén ugyanabba a referencia helyzetbe kell kerülni. A pozicionáláshoz kiválasztásra került a marófog homloklapfelületének és a lábhengernek az L metszetgörbéje, mivel azt a kopás nem érinti. Egyidejűleg az L lábhenger és a V vágóél görbe két képéből történő rekonstruálhatóságának biztosításához ezen két harmadrendű térgörbére nézve *egy-egy bonyolult, három ismeretlenes trigonometrikus egyenlőtlenségnek* kell teljesülnie. A megoldások *új eljárással kerültek meghatározásra, miszerint* azokat a Monge téglának az L és V görbére nézve bijektív tartományait határoló felületek mutatnak meg - a kutatómunka során a diszkussziók figyelembevételével - az erre a célra kifejlesztett programmal. A helyes kamera pozíciók a Monge téglá bijektív tartományainak közös pontjai közül kerültek kiválasztásra.

A kimunkált eljárás egyidejűleg két harmadrendű térgörbére nézve egy-egy három ismeretlenes trigonometrikus egyenlőtlenség megoldására kínál lehetőséget, amely eredményeként a Monge téglá bijektív tartományából választott irányszögekkel a helyes kameraállások matematikailag meghatározhatók.

3. A megmunkálás közben egy referencia helyzetbe beállított maró vágóél torzulás vizsgálatára az analitikusan követett ábrázoló geometriai eszköztár alkalmazásával *eljárás került kimunkálásra*. Az eljárás - a rekonstruálhatósági kritériumoknak megfelelően beállított kamerákkal a referenciahelyzetbe állított marón - a vágóél pontok térbeli elhelyezkedése mellett az elméleti görbétől való térbeli eltérést is mutatja. Mindez a megmunkált felületről is tud információt adni.

Az eljárás a megmunkálás során bekövetkező kopás mérését a vágóél pontok térbeli elhelyezkedésének meghatározásával vizsgálja, amivel közvetlenül matematikailag modellezhető a megmunkált felületre való hatása.

4. A csigakerék megmunkálására használt csigamaró olyan szerszám, amelynek megmunkáló felülete megegyezik a fogaskerékhez csatlakoztatott csiga felületével. A kutatás a kétparaméteres burkolás elvének és a csigahajtópárok elemeire vonatkozó geometriai összefüggések alapján került kidolgozásra a csigakeréknek a tengelymetszetben körív profi lú csigamaróval történő megmunkálása esetén. A speciális fogdalfelületekkel gyártott maró

-
kopás utáni újraélezése a változatlan fogprofil mellett a maró fejhenger és osztóhenger átmérőjének csökkenését eredményezi, ami a geometriai viszonyok megváltozását okozza. A maró újraélezése szükségessé teszi egyidejűleg a tengely beállítását és a menetemelkedési szög korrekcióját is.

Az újraélezett maró beállítási paramétereinek függvénnyel történő leírása minden tengelymetszetben körív profilú hengeres csigához kapcsolódó fogaskerék gyártási pontosságának vizsgálatára került kifejlesztésre. A maró pontos beállításával elkerülhető a geometriai viszonyokra érzékeny kerék-fogfelület túréshatáron túli torzulása.

5. Az új matematikai számítógépes hibrid modell alkalmazásával a csavarfelület és a hozzá kapcsolódó kerék fogfelület érintkezési viszonyaira vonatkozó - kétparaméteres burkolás elvén történő - vizsgálat vezet a profiltorzulás vizsgálatához, mely egy konkrétan megtervezett és legyártott csigahajtás esetben bemutatásra is került.

Az újraélezett csigamaróval, a megváltozott geometriai viszonyok között megmunkált kerék fogfelületének profiltorzulása és a szerszámkopás közti összefüggés meghatározására nyílik lehetőség a bemutatott eljárással.

7.3. Továbbfejlesztési irányok, lehetőségek

A hengeres és kúpos csigák gyártásgeometriai fejlesztésére készül matematikai számítógépes hibrid modell továbbfejleszhető más geometriájú hajtópárok modellezésére is.

A CCD kamerák pozicionálása egyidőben további térelemek rekonstruálhatóságának biztosítására is kimunkálható.

A csigakerék torzulásának az analitikusan felírt felületek közti összevetés módjának kimunkálás is jövőbeli célként fogalmazódott meg.

A kúpos csavarfelületek gyártásgeometriai fejlesztése a számítógéppel vezérelt gyártás irányában szintén multidiszciplináris ismereteket igénylő kihívás, amit folytatni szeretnék.

III. AZ ÉRTEKEZÉS EREDMÉNYEINEK ÖSSZEFOGLALÁSA

8. ÚJ EREDMÉNYEIM

1. **Tézis: Megalkottam** a korábbi, kúpos és hengeres csigahajtópárok elemeinek gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált konstruktív geometriai modell alapján **egy matematikai számítógépes hibrid modellt**, mellyel lehetőség nyílik a **helikoid felületek tervezésére, a kapcsolódó kerék fogfelületének meghatározására**, valamint a **köszörűkoronggal történő megmunkálás közben** a geometriai paraméterek, úgymint a **tengelyek távolságára és hajlásszögére vonatkozó változások azonnali követésére** a gyártási pontosság növelése céljából. [Á-1, Á-5, Á-9, Á-14]
2. **Tézis: Új matematikai eljárást dolgoztam ki** a CCD kamerák helyes pozicionálására **az ívelt csigamaró** fog homlokfelületének lábhengeren lévő görbéjére vonatkozóan a maró ugyanazon helyzetbe **pozicionáláshoz** és a vágóél görbéjére vonatkozóan a **kopásméréshez, a csupán két merőleges képből történő rekonstruálhatóság biztosítására a Monge téгла mindkét görbére vonatkozó bijektív tartománya által** definiált irányszög paraméterek meghatározásával. [Á-3, Á-6, Á-10, Á-13, Á-15]
3. **Tézis: Új geometriai eljárást dolgoztam ki** a csigamaró vágóélének kopásmérésére, **az élgörbe térbeli elhelyezkedésének rekonstruálására CCD kamerákkal készült képeiből** a konstruktív ábrázoló geometria módszereivel, miszerint a képekből rekonstruált vágóél-pontok kerülnek összevetésre a matematikailag meghatározott élgörbével **a térbeli deformációknak a megadott profiltűréssel történő összevetése** céljából. [Á-2, Á-7, Á-8, Á-12]
4. **Tézis: Feltártam** a tengelymetszetben körív profilú csigával kapcsolódó kerék **lefejtőmarójának újraélezett állapotában való beállításához a tengelytáv csökkenése és a szerszám tengelyének bedöntési szöge közötti összefüggést** függvény formában, a matematikailag korrekt beállításhoz. [Á-7, Á-12, Á-16]
5. **Tézis: Meghatároztam** a tengelymetszetben körív profilú csigához kapcsolódó csigakerék **elméleti fogfelülete és az újraélezett lefejtőmaróval történő megmunkálása során keletkezett fogfelülete közötti összefüggést** a szerszám kopása és a kerék fogfelületének gyártási pontossága közötti összefüggés feltárása céljából. [Á-4, Á-9, Á-11,]

9. PUBLIKÁCIÓIM AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN

Külföldön megjelent idegen nyelven készült folyóirat cikk:

- [Á-1.] BALAJTI, ZSUZSA ; **ÁBEL, JÓZSEF**: Applying projective geometry in design of worm manufacturing KEY ENGINEERING MATERIALS 581 pp. 77-81. , 5 p. (2014) DOI REAL MIDRA Scopus
- [Á-2.] BALAJTI Z. , **ÁBEL J.**: Edge geometry test method with correctly positioned CCD cameras for production geometrical development of a worm gear hob with arched profile, Procedia Manufacturing, ISSN 2351-9789. 2020, Volume 51, pp.: 365-372. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.10.052>.,
- [Á-3.] **ÁBEL, JÓZSEF**: Analysis of the mathematical correlation between post-sharped hob and worm gear tooth surface, Multidiszciplináris tudományok, 11. kötet. (2021) 4sz. pp.: 278-286. <https://doi.org/10.35925/j.multi.2021.4.32>

Magyar nyelvű folyóiratban megjelent szakcikk:

- [Á-4.] **ÁBEL JÓZSEF**: Csigakerék fogfelület meghatározás saját fejlesztésű számítógépes programmal, Multidiszciplináris tudományok, (kiadás feladatfolyamatban) <https://ojs.uni-miskolc.hu/index.php/multi/authorDashboard/submission/833>)

Tudományos közlemény idegen nyelvű konferencia kiadványban:

- [Á-5.] BALAJTI, ZSUZSA ; **ÁBEL, JÓZSEF**:
Computer Aided Design of Worms in the Same Axis, Proceedings of the Thirteenth International Conference on Tools : ICT 2012 Miskolc, Hungary, University of Miskolc, (2012) pp. 317-322.
- [Á-6.] BALAJTI Z., **ÁBEL J.**,
The bijective part of the Monge cuboid for the mapping of the helix and a spatial curve arc, The 7 th International Conference Geometric and Graphics moNGeometrija 2020, 18-20 September 2020, Belgrade, Serbia.
- [Á-7.] BALAJTI, ZSUZSA, **ÁBEL, JÓZSEF**: Examination for post-sharpening adjustment of cutting edge of a worm gear hob with circle arched profile in axial section, 31th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing FAIM2021

Tudományos közlemény magyar nyelvű konferencia kiadványban:

- [Á-8.] **ÁBEL, JÓZSEF** , BALAJTI, ZSUZSA: Fogazatok szerszámkopás vizsgálata az ábrázoló geometria módszereivel pp. 12-15. , 4p. In: Csibi, Vencel-József; Barabás, István (szerk.) OGÉT 2018: XXVI. Nemzetközi Gépészeti Konferencia: 26th International Conference on Mechanical Engineering Cluj-Napoca, Románia, Kolozsvár, Románia : Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság (EMT), (2018) p. 544

- [Á-9.] DUDÁS, ILLÉS, BÁNYAI, KÁROLY , **ÁBEL, JÓZSEF**: TCA programok szerepe a kinematikai hajtások tervezésében, vizsgálatában, XXVI. Nemzetközi Gépészeti Konferencia: 26th International Conference on Mechanical Engineering Cluj-Napoca, Románia, Kolozsvár, Románia: Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság (EMT), (2018) 95-98. old.
- [Á-10.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS. : Szerszámél geometriai vizsgálatához szükséges feltétel, a Monge-tégla bijektív tartományának határfelülete, Condition Required for Research of Toolege Geometry, the Border Surfaces of Bijective Part of the Monge Cuboid, OGÉT, 2019. április 25-28., XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, Nagyvárad, ISSN 2068-1267, 22-26. o.
- [Á-11.] DUDÁS ILLÉS, **ÁBEL JÓZSEF**: Átviteli hibák elemzése helikoid hajtások esetén - TCA elemzés, Analysis of transmission errors in the event of helicon drives - TCA analysis, OGÉT, 2019. április 25-28., XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, Nagyvárad, ISSN 2068-1267, 103-107. old.
- [Á-12.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS.: Szerszámbeállításhoz és élgeometriai vizsgálatához szükséges feltételek, a Monge-tégla bijektív tartományának elemzése, Conditions Required for Tool Setting and Edge Geometry, Analysis of the Bijective Area of the Monge Cuboid, Műszaki Tudományok az Északmagyarországi Régióban 2019, Miskolc, https://tab.mta.hu/files/9915/6958/3320/DAB_MTEKMR_2019_Konferenciakiadvany_jav.pdf, ISBN 978-963-7064-38-8, pp.: 1-4.
- [Á-13.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS.: Szerszámél geometriai vizsgálatához szükséges feltétel, a Monge-tégla bijektív tartományának határfelülete, Condition Required for Research of Toolege Geometry, the Border Surfaces of Bijective Part of the Monge Cuboid, OGÉT, 2019. április 25-28. XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, Nagyvárad, ISSN 2068-1267, 22-26. old.
- [Á-14.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS., DUDÁS I.: CCD kamerák helyzetének meghatározása szerszám pozicionálásához, Determining the position of CCD cameras for tool positioning, OGÉT, 2020. április 24., XXVIII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, ISSN 2068-1267, 17-21. o. <http://ojs.emt.ro/index.php/oget2020/article/view/205>
- [Á-15.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS.: Menesztés számítógépes tervezésének vizualizációja csavarfelületek helyes gyártásához, Visualization of computer design of the driving for correct manufacturing of the conical screw surface, OGÉT, 2021. április 23., XXIX. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, ISSN 2068-1267, 171-174. o. <https://ojs.emt.ro/index.php/oget/issue/view/26>
- [Á-16.] **ÁBEL J.**, BALAJTI ZS.: Új szempontok csigamaró újraélezés utáni beállításához New aspects for post-sharpening adjustment of a cylindrical worm gear hob, OGÉT, 2021. április 23., XXIX. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, ISSN 2068-1267, 171-174. o. <https://ojs.emt.ro/index.php/oget/issue/view/26>

Szakmai tudományos előadás idegen nyelven:

-
-
- [Á-17.] Computer Aided Design of Worms in the Same Axis, Proceedings of the Thirteenth International Conference on Tools : ICT 2012 Miskolc, Hungary
- [Á-18.] Development of production geometry of kinematical drive pairs, examination of tooth wear, Research Seminar, 2018, University of Miskolc, Hungary.
- [Á-19.] Examination for post-sharpening adjustment of cutting edge of a worm gear hob with circle arched profile in axial section, FAIM 2021, Athén.
- Szakmai tudományos előadás magyar nyelven:*
- [Á-20.] Fogazatok szerszámkopás vizsgálata az ábrázoló geometria módszereivel OGÉT 2018: XXVI. Nemzetközi Gépészeti Konferencia: 26th International Conference on Mechanical Engineering Cluj-Napoca, Románia, Kolozsvár, Románia
- [Á-21.] Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése, fogazatok szerszámkopás vizsgálata, Kutató Szeminárium, 2018, Miskolc.
- [Á-22.] Szerszámbeállításhoz és élgeometriai vizsgálathoz szükséges feltételek, a Monge-tégla bijektív tartományának elemzése, Conditions Required for Tool Setting and Edge Geometry, Analysis of the Bjective Area of the Monge Cuboid, Műszaki Tudományok az Északmagyarországi Régióban 2019, Miskolc
- [Á-23.] Szerszámél geometriai vizsgálatához szükséges feltétel, a Monge-tégla bijektív tartományának határfelülete, Condition Required for Research of Tool Edge Geometry, the Border Surfaces of Bjective Part of the Monge Cuboid, OGÉT, 2019. április 25-28. XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, Nagyvárad, ISSN 2068-1267, 22-26. old.
- [Á-24.] Menesztés számítógépes tervezésének vizualizációja csavarfelületek helyes gyártásához, Visualization of computer design of the driving for correct manufacturing of the conical screw surface, OGÉT, 2021. április 23., XXIX. Nemzetközi Gépészeti Konferencia
- [Á-25.] Új szempontok csigamaró újraélezés utáni beállításához New aspects for post-sharpening adjustment of a cylindrical worm gear hob, OGÉT, 2021. április 23., XXIX. Nemzetközi Gépészeti Konferencia

IV. HIVATKOZÁSOK

9. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] ALTMANN, F. G.: Bestimmung des Zahnflankeneingriffs bei allgemeinen Schraubengetrieben VDI Forschung aus dem Gebiet des Ingenieurwesens, 1937. No.5.
- [2] BÁCSÓ S., PAPP I., SZABÓ J.: Projektív geometria, elektronikus közlés mobiDIÁK könyvtár, Debrecen, 2004, 191 o.
- [3] BALAJTI, ZS.: Determination of undercutting avoidance for designing the production technology of worm gear drives with a curved profile, Machines, Basel, 2022.
- [4] BALAJTI, ZS., DUDÁS, I.: The Monge Theorem and Its Application in Engineering Practice, SpringerVerlag, London 2016, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Article 9763, DOI: 10.1007/s00170-016-9763-1
- [5] BALAJTI, ZS.: Helikoid hajtópárok axoidjainak vizsgálata továbbfejlesztettkonstruktív geometriai modellben, Felkért Plenáris Előadás a Jubileumi XXX. Nemzetközi Gépészeti Konferencián, OGÉT 2022, EMT kiadványa, pp.: 5-10.
- [6] BALAJTI, ZS.: Constructive Geometric Method for the Analysis of the Manufacturing Accuracy of Helicoid Drives, Invited Plenari Lecture in the 8th International Scientific Conference on Geometry and Graphics, moNGeometrija 2021, Edition of Serbian Society of Geometry and Graphics (SUGIG), 2021., 273 p. pp. 9-18. , 10 p.
- [7] BALAJTI, ZS.: Development of the Manufacturing Geometry of Conical and Cylindrical Worms by Analysing of Their Axoids, MANUFACTURING TECHNOLOGY, (2020) 20 : 1 pp. 3-10. , 8 p.
- [8] BALAJTI ZS., MÁNDY Z.: Proposed solution to eliminate pitch fluctuation in case of conical screw surface machining by apex adjustment, PROCEDIA MANUFACTURING 2021, 2351-9789, 55. pp.: 266-273.
- [9] BALL, R.: Theory of Screws. Cambridge, 1900., University Press, Cambridge, p. 544.
- [10] BÁNYAI K.: Hengeres csigák gyártásgeometriája és ellenőrzése, 1977., Egyetemi dokt. ért., Miskolc.
- [11] BÁNYAI, K., BALAJTI, Zs., DUDÁS, I.: A new description method for the bearing pattern of the spiroid drives, Proceeding of the 11th International Conference on Tools: ICT-2004., University of Miskolc, Miskolc 2004. p 424., pp. 43-48. 6p.
- [12] BENDEFY, A., HORÁK, P.: Cylindrical gears with changing ratio, PERIODICA POLYTECHNICA-MECHANICAL ENGINEERING, 2017., 61: 2, pp.: 130-134, 5p.
- [13] BENDEFY, A., PIROS, A., HORÁK, P.: Arbitrary vehicle steering characteristics with changing ratio rack and pinion transmission, ADVANCES IN MECHANICAL ENGINEERING, 2015, 7:12 pp.:1-12.
- [14] BERCSEY T.: Toroidhajtások elmélete. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1977.
- [15] BERCSEY, T., HORÁK, P.: Error analysis of worm gear pairs 4th World Congress on Gearing and Power Transmission 16-18. 03. 1999. CNIT-PARIS
- [16] BODZÁS S.: Kúpos csiga-, tányérkerék-, és szerszámfelületek kapcsolódásának elemzése, PhD értekezés, Miskolc, 2014, p.: 148.
- [17] BOHLE, F., SAARI, O.: Spiroid Gears-A New Development in Gearing, AGMA Paper 389.01., 1955.

- [18]BUCKINGHAM, E.: Design of worm and spiral gears, The Industrial Press, New York, 1960.
- [19]CVETKOVIĆ, I. D., STOJICEVIĆ, M. D., STACHEL, H., MILICEVIĆ R. G., POPKONSTANTINOVIĆ B. D.: The Man who Invented Descriptive Geometry, FME Transactions (2019) VOL. 47, No 2, 331-336. DOI:10.5937/fmet1902331C
- [20]CSÓKA J.: Csigakerék lefejtőszerszámok gyártásgeometriája, Egyetemi doktori értekezés, Miskolci Egyetem, 1990. 95 old., VDI - Berichte Nr. 1665, 2002., pp. 91-105.
- [21]DEZSŐ G., SZIGETI F.: A műszaki szimulációs módszerek helye a mérnökképzésben, Műszaki Tudományos Közlemények (HU) 6., 2017., ISSN 2393 – 1280, pp.: 63-71.
- [22]DISTELLI, M.: Über instantane Schraubengeschwindigkeiten und die Verzahnung der Hyperboloidräder, Zeitschrift Math und Phys, 51. 1904.
- [23]DRAHOS I.: A Litvin-féle csigahajtás érintkezési vonalseregének és kapcsolási felületének szerkesztése, NME Közleményei, Miskolc, 1965., XII. kötet, 39-43. oldal
- [24]DRAHOS I.: Ábrázoló geometria, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985., III. kötet, 59-67. oldal
- [25]DRAHOS I.: A forgácsoló szerszámok gyártásgeometriájának alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981., 26-33. oldal
- [26]DRAHOS, I.: The two-view drawing in the epoch of computational geometry, Proceedings ICEGDG, Vienna, 1988., vol.1, pp. 117-121.
- [27]DRAHOS, I.: G. Monge's Darstellende Geometrie, ihre Unvollständigkeiten und die Möglichkeiten ihrer Vervollständigung, Kostruktive GeometrieVortragsomlung Debrecen, 1990. 28-35.old.
- [28]DRAHOS I.: A kinematikai gyártásgeometria alapjai. Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1987.
- [29]DRAHOS, I.: Annäherungsmodell zweiter Ordnung zum Kontakt konjugierten Zahnflächen für Berechnung, Versuch und Prüfung. Unveröffentlichte Kurzfassung zum Forschungsprojekt OTKA 5-326, Miskolc, 1993.
- [30]DROBNI J.: Köszörülhető globoid csigahajtások. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1968.
- [31]DROBNI J., SZARKA Z.: A korlátozott fogérintkezési mező kialakítása különféle csigahajtásoknál, II. Fogaskerék Konferencia, Budapest, 1969. Formation of restricted tooth contact region in case of different worm drives, 2nd Conference on Gears, Budapest, 1969.
- [32] DUDÁS, I., BÁNYAI, K., Varga, Gy.: Simulation of meshing of worm gearing. ASME 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996, Proceedings pp.: 141-146.
- [33]DUDÁS, I., MONOSTORI, R.: Analysis of a big joint implant, 11th International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments, ISMTII 2013, 2013. 07.01. – 2013. 07. 05., Aachen, Németország, pp. 73. (abstract), Terjedelem: 6 oldal, Guide to Selected Topics pp. 22., ISBN 978-3-86359-138-0
- [34]DUDÁS I.: Ívelt profilú csigahajtások szerszámozásának és gyártásának fejlesztése Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1980. p.153+30 melléklet
- [35]DUDÁS, I.: The Theory and Practice of Worm Gear Drives Penton Press, London, 2000. (ISBN 1877180295)
- [36]DUDÁS, I.:Manufacturing of Helicoid Surfaces in CAD/CAM System International Conference on Motion and Power Transmission MPT'91 1991. 11. 23-26., Japan, Hiroshima, pp. 339-344.
- [37]DUDÁS I.: „Csavarfelületek gyártásának elmélete”. Akadémiai doktori disszertáció, Miskolc, 1991.

- [38] DUDÁS I.: Csigahajtások elmélete és gyártása, Budapest, 2007, ISBN 978-963-16-6047-0, 335 o.
- [39] DUDÁS L.: Kapcsolódó felületepárok gyártásgeometriai feladatainak megoldása az elérés modell alapján kandidátusi értekezés, Budapest, TMB, 1991.P.144. 2005. 06. 29.
- [40] DUDÁS, L.: Surface Constructor - a Tool for Investigation of Gear Surface Connection, Proceedings of CIM 2003, Skolud, B.; Krenczyk, D. (Ed.), ISBN83-204-2850-5, Wisla, Poland, May 2003, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa, pp. 140-147.
- [41] DUDÁS, L.: New possibilities in Computer Aided Design of Gear Mesh Publ. Univ. of Miskolc, Series C, Mechanical Engineering. Vol. 49. (1999) pp. 39-47.
- [42] DUDLEY, D. W.: „Gear Handbook”, MC Graw Hill Book Co. New York-Toronto-London, 1962.
- [43] FELHŐ, CS., KUNDRÁK, J.: Characterization of topography of cut surface based on theoretical roughness indexes, Key Engineering Materials, Vol. 496 (2012) pp. 194-199. ISSN 1013-9826
- [44] FELHŐ, CS.; SZENTESI, A.; TÓTH, G. (2004): Geometrical Dimensioning of Worm Drives Proceeding of the 11th International Conference on Tools: ICT-2004. Miskolc, Hungary, University of Miskolc, pp. 177-182.
- [45] GÉRESI H. A., CRISTEA L., MÁTÉ M.: Az Arkhimédész-féle spirális vezérvonalú fogaskerék lefejtő marófeje pontosságának növelése. (The improvement of the precision of the Archimedean spiral toothline gear cutting mill). Műszaki Tudományos Közlemények 14. (2021), pp 23-29
- [46] GOHMAN, H. I.: Theory of Gearing Generalized and Developed Analytically, Odessa (in Russian), 1886.
- [47] GYENGE CS.: Lefejtőmarók oldalhátszögeinek pontos meghatározása és optimalása, 1996, GÉP 48:(10) pp. 38-40.
- [48] HEGYHÁTI, J.: Untersuchungen zur Anwendung von Spiroidgetrieben. Dissertation, TU Dresden, 1988.
- [49] HOGYAI N., MÁTÉ M., TPOLVALY-ROSCA F., DRAGOI M. V.: Peculiarities of the Grinding Process of a Gear Hob Helical Rake Face. Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering, 13 (2021) 39-51. DOI: 10.2478/auseme-2021-0004.
- [50] HORÁK P.: Körívprofilú csigahajtópárok tribológiai vizsgálata, PhD értekezés Bp., 2003.
- [51] HORÁK P.: Körív profilú csigahajtópárok hibahatás elemzése. GÉP, LVII. Évf. 2006. 8-9. szám, 65-68.o.
- [52] HORÁK, P.: Computer model of the contact relations of worm gear pairs. 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, 16-18 March, 1999. pp. 483-488.
- [53] HORVÁTH, I., VERGEEST, J., JUHÁSZ, I.: Finding the Shape of a Flexible Blade for Free-form Layered Manufacturing of Plastic Foam Objects. In: 1998 ASME Design Engineering Technical Conferences DETC'98. New York, USA, American Society of Mechanical Engineers (ASME), (1998) Paper: DETC98/DFM-5752.
- [54] HÖNIG, von J.: Anleitung zum Studium der Darstellenden Geometrie mit vorzüglicher Rücksicht auf ihre Anwendung bei dem Zeichnen technischer Gegenstände, insbesondere jener der Baukunst, der praktischen Geometrie und des Maschinenwesens, mit 26 Kupfertafeln, Wien: Gerold, 1845. XVI., p. 513

- [55] JELI, Z., KOMATIN, M., POPKONSTANTINOVIC, B., REGODIC, M.: Usage of modern graphical presentations in development of technical systems. 3th International Conference moNGeometrija, Novi Sad, Serbia. ISBN 978-86-7892-405-7 pp. 553-564.
- [56] JUHÁSZ I.: Számítógépi geometria és grafika, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1993., 220 o.
- [57] KIRSCH, A.: Ist die Grundriss-Aufriss-Abbildung Injektiv?, Mathematisch physikalische Semesterberichte, 19. 1972., pp. 146-158.
- [58] KOVÁCS, L.: Computer graphics, In Scientia Issue (in Hungarian), Cluj Napoca. 2009, ISBN 978-973-1970-14-1 p. 384
- [59] Kral J Jr, Kral J. Calculation of the shape of tool cutting edge for production of involute worm. Advances in Science and Technology Research Journal, doi: 10.5604/20804075.103698. 2013;7(17):1–5.
- [60] KRIVENKO, I. SZ.: Novüe tipü cšervjacsnuh peredacs na szudah Izd. Szudoszrovenie, Leningrád, 1967.
- [61] LÉVAI I.: Hipoidhajtások tervezésének alapjai, Egyetemi Kiadvány, 1994.
- [62] LÉVAI I.: Fogazatok kapcsolódásának kinematikai elmélete és alkalmazása hipoid-hajtások tervezésére Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1980. 1/153.
- [63] LÉVAI I.: Különleges csigahajtások, 9. Fejezete Dudás Illés: Csigahajtások elmélete és gyártása című könyvének, Műszaki kiadó, Budapest, 2007., Témavezető: Prof. Dr. Dudás Illés, 292-314. oldal
- [64] LITVIN F.: A fogaskerék kapcsolás elmélete, Műszaki Könyvkiadó Budapest 1972, 605 o.
- [65] LITVIN, F. L., FUENTES, A.: Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, 2004., ISBN 978 0 521 81517 8, p. 793
- [66] MAGYAR J.: Csavarfelületű elemek kapcsolódása Kandidátusi disszertáció, Budapest, 1960.
- [67] MÁNDY Z., DUDÁS I., BALAJTI ZS.: Kúpos csavarfelület csúcslállítással való megmunkálása során fellépő menetemelkedés ingadozási probléma megoldása affinitással, OGÉT 2019, ISSN 2068-1267 2668-9685, Nagyvárad, Románia, pp.: 336-339.
- [68] MÁNDY Z.: Csavarfelületek előállításának intelligens gyártórendszere és geometriailag helyes megmunkálása, PhD disszertáció, Miskolc, 2022, 100 oldal +6 oldal melléklet
- [69] MÁTÉ, M., HOLLANDA, D., TOLVALY-ROSCA, F., FORGÓ, Z., EGYED-FALUVÉGI, E.: Synthesis of a Profile Errorless Involute Shaper Cutter with Cylindrical Rake Face. 978-1-7281-5625-5/19/\$31.00 ©2019 IEEE. pp. 000071-000076. <https://af.booksc.eu/book/83420881/040fd1>
- [70] MÁTÉ M., HOLLANDA D.: A hengeres fogaskerék-lefejtő csigamaró működő élgeometriájának vizsgálata, Műszaki Tudományos Közlemények (HU) 6., 2017., ISSN 2393 – 1280, pp.: 137-146.
- [71] MÁTYÁSI GY.: NC Technológia és Programozás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 2001. ISBN 96316 30765
- [72] MONGE, G.: Géometrie descriptive. Lecon données aux Ecoles normales, l'an 3 de la République, Paris, Baudouin, an VII., ISBN : 978-2-87647-065-1, p. 142
- [73] MÜLLER, E., KRUPPA, E.: Vorlesungen über darstellende Geometrie, I. Bd.: E. KRUPPA: Die linearen Abbildungen, Wien, 1923, S. 183.
- [74] NIEMANN, G., WINTER, H.: „Maschinenelemente” Band III., Berlin, Springer-Verlag, 1986.
- [75] OLIVIER, Th.: Theorie geometrique des engrenages. Paris, 1842.

- [76]ÓVÁRINÉ BALAJTI Zs.: *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése*, PhD disszertáció, Miskolc, 2007., 181 o.
- [77]ÓVÁRINÉ BALAJTI ZS.: *A Monge ábrázolás elméleti elemzése és alkalmazása a mérnöki gyakorlatban*, Miskolc, 2015., ISBN: 978-963-358-097-4, 101 o.
- [78] ÓVÁRINÉ BALAJTI ZS.: Kapcsolódó felülepárok gyártásgeometriai fejlesztése, ábrázoló geometriai alkalmazással, Habilitációs Tézisfüzet, Miskolc. 80. old. 2016.
- [79] PÁCZELT I.: Végeelem-módszer a mérnöki gyakorlatban, I. kötet, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1999, p. 450 ISBN 963 661 312 5
- [80]PAY G.: Belső csigás hajtások Ph.D disszertáció, Miskolc, 2001.
- [81]PERPELICA, B. A., KUNDRAK, J.: How to use the multi parameter mapping to describe the kinematics of metal cutting. In: Result of the scientific cooperation between the Polytechnic University of Kharkov and the University of Miskolc: Jubilee Conference. Miskolc, Magyarország. 1994. 03. 01. - 1994. 03.02., Miskolc, Hungary. University of Miskolc. pp.:95-98, (ISBN:963 661 238 2)
- [82]PETRICH G.: *Ábrázoló geometria*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973, 413 o.
- [83]POPA MÜLLER IZOLDA: *Ábrázoló geometria*, Egyetemi jegyzet, Sapientia Egyetem, Marosvásárhely, 2022.
- [84]POPKONSTANTINOVIC B., STOJICEVIC M., JELI Z., OBRADOVIC M., POPA D. L.: Simulation and Motion Study of Mechanical Integrator 3D Model. FME Transactions 2019;Vol.47,No.2. p. 299-303. doi:10.5937/fmet1902299P
- [85]RAPCSÁK A., TAMÁSSY L.: *Differenciálgeometria I.*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1960., 14-19. oldal
- [86]RONTÓ M.: *Differenciál- és Integrálegyenletek*, Miskolci Egyetem (kézirat), oktatási segédlet PhD hallgatóknak, 28 oldal
- [87] SÁLYI I.: *Műszaki mechanika*. Tankönyvkiadó, Bp., 1964.
- [88]SAKARIDIS E., NTOURMAS G., ATHANASOPOULOS S., MARKOPOULOS A.: A mathematically assisted methodology for the experimental calculation of the internal gear ratios to extend the lifecycle of a hobbing machine. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, doi: 10.1177/0306419017715425; 2017.46(1):50-63.
- [89]SIMON, V.: Characteristics of a new type of cylindrical worm gear drive. ASME 6th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 133-140.
- [90]SIMON V.: *Egy új típusú globoid csigahajtás jellemzői*. Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1994.
- [91]SIPOS B., LÁSZLÓ S., MÁTÉ M.: Kúpos hengeres fogaskerékpár generálására alkalmas csigamaró tervezése. (The Design of a Hob for Bevel-Cylindrical Gear Couple Cutting). The XXIII.-th International Conference of Mechanical Engineering, Şumuleu-Ciuc, April 23-26, 2015. Proceedings of the Conference. Coordinator: Acad. Csibi Vencel József. Hungarian Technical Scientific Society of Transylvania . ISSN 2068-1267., p.317-320.
- [92]SIPOSS I.: *Globoid hajtások lefejtés nélkül készített csigakerékkel*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1990.
- [93]SIPOSS I., PÁY G.: Belső csigás hajtások elemeinek gyártástechnológiája és szerszámai (The Execution Technology and the Necessary Tools for the Internal Worm Gear Pair Elements Manufacture Process). XIII. Szerszámgép Konferencia, Miskolc, 26-28 okt., Gépgyártástechnológia XXXVIII. évf. 11/1998, pp.:15-20.
- [94]STACHEL, H.: Descriptive Geometry Meets Computer Vision – The Geometry of Two Images. *Journal for Geometry and Graphics*. 2006. 10(2). pp 137–153.

- [95] SZARKA Z.: Alkalmazott matematika (Parciális differenciálegyenletek), Tankönyvkiadó, Budapest, 1991., 486 oldal
- [96] SZENTE J., BIHARI Z.: Interaktív mérnöki kommunikáció és a tervezést támogató CAD rendszerek, Elektronikus jegyzet, Miskolci Egyetem, 107 oldal
- [97] SZABÓ, J.: Eine computergraphische Anwendung des zentralen Einschnide-verfahrens der Darstellen Geometrie (Rekonstruktionsprobleme), TU - Dresden : Vortrage zur Digitalgeometrie und Bildschirmtechnik 34/78, Dresden, 1979., pp. 175-182.
- [98] SZABÓ J.: Adalékok a számítógépi grafika matematikai megalapozásához, Disszertáció a habilitált doktori fokozathoz, Debrecen, 1994., 4. fejezet, 109. oldal
- [99] TOLVALY-ROSCA F, MÁTÉ M, FORGO Z, KAKUCS A.: Development of Helical Teethed Involute Gear Meshed with a Multi-Edge Cutting Tool Using a Mixed Gear Teeth Modelling Method. Sapientia Hungarian University of Transylvania, Targu-Mures, Romania. Procedia Engineering 2017;181:153-158.
- [100] SZENICZEI, L.: Csigahajtoművek, Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1957.
- [101] SZTANKOVICS, I., KUNDRÁK, J.: Theoretical value of total height of profile in rotational turning, Applied Mechanics and Materials. (20 13), pp.: 154-161
- [102] SZŰCS ISTVÁN: Kamerakalibrálás fényképek alapján, Szakdolgozat, Miskolc 2010, Témavezető: Juhász Imre
- [103] TAJNAFŐI J.: Mechanizmusok származtatáselméletének alapjai és hatása a kreatív gondolkodásra. Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1991
- [104] TOMORI Z.: Profileltolás-tényezők optimális megválasztása evolvens fogazatú hengeres fogaskerekekhez, PhD disszertáció, Miskolc, 2017., 93 p.
- [105] TOMORI, Z., SZENTE, J., VADÁSZNÉ BOGNÁR, G.: Choosing Profile Shift Coefficients for Spur Gears, SOLID STATE PHENOMENA, 261 pp. 416-421. , 6 p. (2017)
- [106] TOMORI, Z.: An Optimal Choice of Profile Shift Coefficients for Spur Gears, MACHINES 9 : 13 p. 106 (2021)
- [107] TÓTH M ., NÁNDORINÉ : Alakzatok három nézetből történő rekonstrukciója (egyetemi doktori értekezés) Miskolc 1984.
- [108] VADÁSZNÉ BOGNÁR G.: Matematika informatikusok és műszakiak részére 2., Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 2003., ISBN:963 661 576 4, 347 oldal
- [109] VARGA, GY., BALAJTI, ZS., DUDÁS, I.(2005): Advantages of CCD Camera Measurements for Profile and Wear of Cutting Tools, Journal of Physics: Conference Series 13, pp. 159-162, Institute of Physics Publishing, doi: 10.1088/1472-6596/13/1/037, London.
- [110] VÁRADI K., MOLNÁR L., KOLLÁR GY.; GARA, P.: Néhány gépészeti érintkezési feladat végeselemes megoldása. GÉP XXXIX. évf. 1987. 1. szám, Január, 10-16. o.
- [111] WILDHABER, E.: Helical Gearing, 1926. U.S. Patent No.1, 601, 750.
- [112] WILLIS, R.: Principles of Mechanism, 1841. Cambridge, London.
- [113] ZALGALLER, V. A.: Theory of Envelopes , Nauka, Moskow, 1975. (in Russian)
- [114] ZIGÁNY F.: Ábrázoló geometria. Tankönyvkiadó, Budapest, 1957., 10-19., 290-295. oldal
- [115] DUDÁS I.: Számjegyevezérlésű köszörűkorong profilozó berendezés, és eljárás annak szakaszos, illetve köszörülés közbeni folyamatos vezérlésére. NME Szolgálati találmány. 1988.III.30. OTH 4941/88. (88.IX.21)

-
-
- [116] DUDÁS I., BODZÁS S., DUDÁS I. SZ., MÁNDY Z.: Konkáv menetprofilú spiroid csigahajtópár és eljárás annak köszörüléssel történő előállítására, Szabadalmi iktatószám: P1200405, Szabadalmi bejelentés napja: 2012.07.04.
- [117] "Fogazott hajtópárok és hajtások optimalálása, kapcsolódás elméletének és tribológiájának továbbfejlesztése "(OTKA T 000655 BME-ME). 1991-94. (Témavezető: Bercsey T., Dudás I.)
- [118] "Optimális kapcsolódás kialakulásának feltételrendszere" OTKA T 019093. 1996- 99. (Témavezető: Dr. Dudás I.)
- [119] "CCD kamerás mérési rendszerek kifejlesztése a gépipari minőségbiztosítás területén" OTKA 026566. 1998-2001. (Témavezető: Dr. Dudás I.)
- [120] "Új geometriájú spiroid hajtások kutatása és gyártásgeometriájának kidolgozása." OTKA T038288. 2001-2005. (Témavezető: Dr. Dudás I.)

10. JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

a, c	[mm]	a kerékhezv, vagy a csigát megmunkáló szerszámhoz kötött álló koordináta-rendszer O_2 origójának y és x irányú koordinátái a K_0 álló koordináta-rendszerben
a_0, a_1	[mm]	köszörűkorong, illetve a kerék, és a csiga tengelyének állandó, vagy kezdő távolsága
a_k	[mm]	köszörülési tengelytáv
\mathbf{b}		Bézier-görbe
$\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_i, \dots, \mathbf{b}_n$		a Bézier-görbe kontrollpontjai
b_1	[mm]	a csiga fogazott hossza
B, J		a lefejtő alapcsiga fogoldalfelületei
d_{01}	[mm]	a csiga osztóhenger átmérője
d_{02}	[mm]	a kerék osztókörének átmérője
d_{f1}, d_{a1}	[mm]	a csiga fejhenger átmérője
d_{g1}	[mm]	a csiga gördülőhenger átmérője
d_{g2}	[mm]	a kerék gördülőkörének átmérője
d_{l1}, d_{f1}	[mm]	a csiga lábhenger átmérője
d_{r2} [mm]		a kerék fejhengerének átmérője
d_{l2} [mm]		a kerék lábhengerének átmérője
e		egyenes (latin kisbetű)
\mathbf{e}		érintővektor
$\frac{F}{F}$		származtató felület
F		fejszalag
F_h		fejszalag-hátfelület
H		lefejtőmarófog homloklfelülete
\mathbf{g}		görbe
h_{f1}	[mm]	a csiga lábmagassága
h_{a1}	[mm]	a csiga fejmagassága
h_{sz}	[mm]	a szerszám fejhenger és rádiusz középpontjának távolsága
$i_{2,1}$		áttétel megmunkálás elemzéséhez [$i_{2,1}=(\varphi_2/\varphi_1)$]
$K=R_K$	[mm]	a profilsugar középpontjának távolsága a csiga tengelyvonalától
$\underline{K}_1, \underline{K}_2$		képsíkok
$K_0(x_0, y_0, z_0)$		álló koordináta-rendszer, a megmunkáló szerszám gép koordináta-rendszere
$K_1(x_1, y_1, z_1)$		a lineáris mozgást végző gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer
$K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$		a csavarfelülethez kötött forgó koordináta-rendszer

-		
$K_2(x_2, y_2, z_2)$		a szerszámhoz kötött álló koordináta-rendszer
$K_{sz2}(x_{sz2}, y_{sz2}, z_{sz2})$		a forgástest alakú szerszám generálgörbéjének koordináta-rendszere
$K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$		a szerszámhoz kötött forgó koordináta-rendszer
$K_k(x_k, y_k, z_k)$		segéd koordináta-rendszer
$K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$		a csavarfelület generálgörbéjének koordináta-rendszere
$K_{\Sigma 1}, K_{\Sigma 2}, K_{\Sigma i}, K_{\Sigma m}$		az 1-es, a 2-es, az i-edik, az m-edik felület fogfelületéhez kapcsolt koordináta-rendszer
m	[mm]	modul
$M_{1F,2F}$		a K_{2F} és a K_{1F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix
$M_{2F,1F}$		a K_{1F} és a K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix
$M_{2F,20}$		a K_{20} és a K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix
$\mathbf{n}^{(1)}$		a csavarfelület normálvektora
$\mathbf{n}^{(2)}$		a szerszámfelület, illetve a csigához kapcsolódó kerek fogfelületének a normálvektora
n_1	[min ⁻¹]	a csiga fordulatszáma
n_2	[min ⁻¹]	a csigakerék (spiroidkerék) fordulatszáma
\mathbf{n}_{1F}		a csavarfelület normálvektora a K_{1F} koordináta-rendszerben
\mathbf{n}_{2F}		a szerszámfelület normálvektora a K_{2F} koordináta-rendszerben
\underline{N}		normálsík
$O_0, O_1, O_2, O_{1F}, O_{2F}, O_k$		az indexnek megfelelő koordináta-rendszerek origói
$O(xyZ)$		jobbsodrású ortonormált tengelykereszt
p	[mm]	a csavarodás emelkedési paraméter
p_a	[mm]	axiális irányú emelkedési paraméter
p_r	[mm]	radiális irányú emelkedési paraméter
p_h	[mm]	a homlokfelület emelkedési paramétere
p_t	[mm]	tangenciális irányú emelkedési paraméter
p_x	[mm]	csiga axiális osztása
p_z	[mm]	menetemelkedés
P		pont (latin nagybetű)
\underline{P}		profilsík
$\mathbf{P}_{1h}, \mathbf{P}_{1k}, \mathbf{P}_{1s}, \mathbf{P}_{1a}$		a „kinematikai leképezés mátrixa”, a direkt eljárásnál (a hengeres csiga és a kúpos csiga esetén az újonnan kifejlesztett modellben)
$\mathbf{P}_{2h}, \mathbf{P}_{2k}, \mathbf{P}_{2s}, \mathbf{P}_{2a}$		a „kinematikai leképezés mátrixa”, az indirekt eljárásnál (a hengeres csiga és a kúpos csiga esetén az újonnan kifejlesztett modellben)
r_D	[mm]	a csiga torokkör sugara (konvolut)
$\mathbf{r}(u)$		vektor-skalár függvény

-		
\mathbf{r}_g		a csigafelület generálógörbéje
\mathbf{r}_{gsz2}		a szerszámfelület generálógörbéje
\mathbf{r}_{1F}		a csiga működő felület futópontjának helyvektora
\mathbf{r}_{2F}		a kerék, illetve a csigát megmunkáló szerszámfelület futópontjának helyvektora
r_a	[mm]	a csiga alapkör sugara
R_1	[mm]	az osztóhenger sugara
R_{sz}	[mm]	a szerszám sugara
R_B, R_J		hátfelületek bal, illetve jobb oldal
\mathbb{R}		a valós számok halmaza
\underline{S}		sík (latin nagybetű aláhúzva)
S_1	[mm]	a csiga fogvastagsága az osztóhengeren
S_{1F}	[mm]	a csiga foglábvastagsága
S_{2F}	[mm]	a csigakerék foglábvastagsága
\mathbf{t}		érintő vektor
x_2		fajlagos szerszámállítás, profileltolás tényező
(x_1, x_2, x_3, x_4)		pont homogén koordinátáinak rendezett számnégyese
$[xy]$		az x és y tengelyekre illeszkedő koordinátasík
$[yz]$		az y és z tengelyekre illeszkedő koordinátasík
$[zx]$		a z és x tengelyekre illeszkedő koordinátasík
u_0, u_1, \dots, u_n		paraméterek (görbe)
v_1, v_2		vetítősugarak
$\mathbf{v}_{1F}^{(1,2)}$	[m/min ⁻¹]	a csavarfelület és a szerszám felület közötti relatív sebesség vektor a K_{1F} koordináta-rendszerben
$\mathbf{v}_{2F}^{(1,2)}$	[m/min ⁻¹]	a csavarfelület és a szerszám felület közötti relatív sebesség vektor a K_{2F} koordináta-rendszerben
\mathbf{v}_k	[m/min ⁻¹]	a csiga kerületi sebessége
\mathbf{v}		vándorlási sebesség vektor
V		lefejtő maró fog vágóéle
\underline{V}_1		első vetítősík
\underline{V}_2		második vetítősík
\underline{V}_3		harmadik vetítősík
Z_1		a csiga bekezdéseinek száma, fogszám
Z_2		a csigakerék fogszáma
Z_{ax}	[mm]	a csavarfelület axiális eltolása a megmunkálási helyzetbe
$\alpha(\text{rad})$		első irányszög
$\beta(\text{rad})$		második irányszög
$\gamma(\text{rad})$		harmadik irányszög

-		
α	[°]	alkotószög - a szerszámnak a csavarfelület profiljára való döntésének szöge - a jellegzetes metszetben, pl.: evolvens csavarfelület köszörülése sík homlokfelületű koronggal
β	[°]	alkotószög a torok, illetve alaphenger sugár magasságában levő alkotósíkban (spiroidcsiga)
β_A, β_B	[°]	a csomópontok szögei
β_{AB}	[°]	a csomópontok szögeinek összege
β_j, β_b	[°]	a kúpos csiga jobb, illetve bal fogprofiljának profilszöge
γ/γ_0	[°]	a csiga osztókúpján/osztóhengerén mért közepes emelkedési szög
γ^{12}	[°]	a szerszám, illetve a kapcsolódó kerék tengelyének és a csiga tengelyének hajlásszöge
δ		a vetítési iránynak a csavarvonal tengelyével bezárt szöge
δ_1	[°]	a kúpos csiga fejkúpjának félkúpszöge
δ_{ax}	[°]	a profilérintő szöge
ρ_k	[mm]	a köszörűkorong tengelymetszeti profiljának sugara
ρ_{ax}	[mm]	a körívprofilú csiga fogprofiljának sugara tengelymetszetben
$\eta(\text{mm}), \vartheta(^{\circ})$		a csavarfelület belső paraméterei
φ_1	[°]	a csavarfelület elfordulásának szöge (mozgás-, burkolás paramétere)
φ_2	[°]	a szerszám elfordulási szöge
$y_{sz2}(\text{mm}), \psi(^{\circ})$		a forgástest alakú szerszámfelület belső paraméterei
ω		a csavarvonal iránykúpjának félnyílásszöge
ω_1	[s ⁻¹]	a csiga szögsebessége
ω_2	[s ⁻¹]	a szerszám szögsebessége
ξ, η, ζ		a szerszám K_{sz} koordináta-rendszerének tengelyei
$\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_i, \Sigma_m$		az 1-es, a 2-es, az i-edik, az m-edik felület fogfelülete
\ominus		illeszkedés
\oplus		nem illeszkedés

V. MELLÉKLETEK

M1. melléklet

<i>Megnevezés</i>	<i>Jele</i>	<i>Adatok</i>		
Csiga fogszáma	z_1	2	3	5
Modul a főmetszetben	m	2	12,5	16
Osztóhengeri emelkedési szög	γ_0	12°5'45"	21°2'15''	27°45'30''
Foghajlás iránya	bal	bal	bal	bal
A fog ívelésének sugara a főmetszetben	ρ_{ax}	36,6	50	58,5
Foghúr mérőn beállítandó fejmagasság	\bar{S}_{n1}	9	10	15
Csiga foghúr mérete	\bar{f}_{n1}	10 ^{+0,0} -0,125	13 ^{+0,0} -0,125	13,44 ^{+0,0} -0,125
Tengelytáv	a	280	280	280
Osztóhenger átmérő	d_{01}	84	97,5	152
Emelkedés	H	56,5486	117,809722	251,327408
Profilszög a főmetszetben	δ_{ax}	22°28'30"	24°31'10''	23°9'
A csigakerék fogszáma	z_2	51	35	24
A csiga fogazat radiális ütés tűrése	F_{r1}	±0,017		
A csiga axiális osztáshibájának tűrése	f_{p1}	±0,016		
A menetemelkedés tűrése	f_γ	±0,018		
A csiga profilhibájának tűrése	f_f	0,08		

1. táblázat A tervezett és gyártott tengelymetszetben körív profilú csigák főbb adatai [37]

M2. melléklet

szám	fi1	a=280mm			a=279mm			a=278mm			a=277mm		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	120	3,7107	36,562	-23,02	3,7172	36,562	-23,023	3,7238	36,561	-23,0266	3,7305	36,56	-23,03
2	120	5,5147	37,345	-23,028	5,5218	37,344	-23,032	5,5289	37,343	-23,0353	5,5359	37,342	-23,039
3	120	7,4762	38,022	-23,119	7,4837	38,021	-23,123	7,4912	38,019	-23,1262	7,4988	38,018	-23,13
4	120	9,6096	38,571	-23,297	9,6176	38,569	-23,301	9,6263	38,567	-23,3049	9,6337	38,565	-23,309
5	120	11,931	38,964	-23,569	11,94	38,962	-23,573	11,948	38,959	-23,5769	11,957	38,956	-23,581
6	120	14,459	39,166	-23,943	14,468	39,163	-23,948	14,478	39,16	-23,9521	14,487	39,156	-23,957
7	120	17,215	39,131	-24,433	17,224	39,127	-24,438	17,234	39,122	-24,4424	17,244	39,118	-24,447
8	120	20,222	38,796	-25,055	20,233	38,791	-25,06	20,243	38,785	-25,0648	20,254	38,78	-25,07
9	120	23,512	38,076	-25,833	23,523	38,069	-25,838	23,535	38,061	-25,844	23,546	38,055	-25,849
10	120	27,125	36,842	-26,805	27,137	36,833	-26,811	27,149	36,824	-26,8175	27,161	36,815	-26,824
11	120	3,8498	36,628	-23,018	3,8494	36,624	-23,021	3,849	36,62	-23,0246	3,8485	36,616	-23,028
12	120	4,5357	36,94	-23,014	4,5352	36,936	-23,017	4,5347	36,932	-23,0206	4,5342	36,928	-23,024
13	120	5,2328	37,233	-23,022	5,2322	37,229	-23,025	5,2317	37,225	-23,0285	5,2311	37,221	-23,032
14	120	5,9405	37,507	-23,041	5,9399	37,503	-23,045	5,9392	37,499	-23,0478	5,9386	37,495	-23,051
15	120	6,6582	37,761	-23,072	6,6575	37,757	-23,075	6,6568	37,753	-23,0782	6,6561	37,749	-23,082
16	120	7,3854	37,994	-23,113	7,3846	37,99	-23,116	7,3838	37,986	-23,1193	7,383	37,982	-23,123
17	120	8,1213	38,208	-23,165	8,1205	38,204	-23,168	8,1196	38,2	-23,1708	8,1188	38,196	-23,174
18	120	8,8655	38,401	-23,226	8,8646	38,397	-23,229	8,8637	38,393	-23,2323	8,8627	38,389	-23,235
19	120	9,6172	38,573	-23,298	9,6163	38,569	-23,301	9,6153	38,565	-23,3035	9,6143	38,561	-23,307
20	120	10,376	38,724	-23,378	10,375	38,72	-23,381	10,374	38,716	-23,384	10,373	38,712	-23,387
21	120	11,141	38,853	-23,468	11,14	38,85	-23,471	11,139	38,846	-23,4735	11,138	38,842	-23,476
22	120	11,912	38,962	-23,566	11,911	38,958	-23,569	11,91	38,954	-23,5717	11,908	38,95	-23,575
23	120	12,688	39,049	-23,673	12,687	39,045	-23,676	12,685	39,041	-23,6783	12,684	39,037	-23,681
24	120	13,468	39,114	-23,787	13,467	39,111	-23,79	13,466	39,107	-23,7929	13,464	39,103	-23,796
25	120	14,252	39,158	-23,91	14,251	39,155	-23,913	14,25	39,151	-23,9152	14,248	39,147	-23,918
26	120	15,036	39,181	-24,04	15,039	39,177	-24,043	15,037	39,173	-24,0451	15,036	39,169	-24,048
27	120	15,83	39,181	-24,177	15,829	39,178	-24,18	15,827	39,174	-24,1822	15,826	39,17	-24,185
28	120	16,623	39,16	-24,321	16,621	39,157	-24,324	16,62	39,153	-24,3263	16,618	39,15	-24,329
29	120	17,416	39,118	-24,472	17,415	39,114	-24,475	17,413	39,111	-24,477	17,412	39,107	-24,48
30	120	18,211	39,054	-24,629	18,21	39,05	-24,632	18,208	39,047	-24,6342	18,206	39,043	-24,637
31	120	19,006	38,968	-24,793	19,004	38,965	-24,795	19,003	38,961	-24,7976	19,001	38,958	-24,8
32	120	19,801	38,861	-24,962	19,799	38,858	-24,965	19,797	38,854	-24,9671	19,796	38,851	-24,97
33	120	20,595	38,733	-25,138	20,593	38,73	-25,14	20,591	38,726	-25,1423	20,589	38,723	-25,145
34	120	21,387	38,584	-25,319	21,385	38,58	-25,321	21,383	38,577	-25,3232	21,382	38,573	-25,326
35	120	22,178	38,413	-25,505	22,176	38,41	-25,507	22,174	38,406	-25,5094	22,172	38,403	-25,512
36	120	22,966	38,221	-25,696	22,964	38,218	-25,699	22,962	38,215	-25,7008	22,96	38,211	-25,703
37	120	23,751	38,009	-25,893	23,748	38,005	-25,895	23,746	38,002	-25,8973	23,744	37,999	-25,9
38	120	24,532	37,776	-26,094	24,53	37,772	-26,097	24,528	37,769	-26,0986	24,525	37,766	-26,101
39	120	25,309	37,522	-26,3	25,307	37,519	-26,303	25,304	37,515	-26,3047	25,302	37,512	-26,307
40	120	26,081	37,248	-26,511	26,079	37,245	-26,513	26,077	37,241	-26,5153	26,074	37,238	-26,517
41	120	26,848	36,953	-26,726	26,846	36,95	-26,728	26,844	36,947	-26,7303	26,842	36,944	-26,732
42	120	27,61	36,639	-26,946	27,607	36,636	-26,948	27,605	36,633	-26,9495	27,603	36,63	-26,952
43	120	28,365	36,305	-27,169	28,362	36,302	-27,171	28,36	36,299	-27,1729	28,358	36,296	-27,175
44	120	29,113	35,951	-27,397	29,111	35,948	-27,398	29,108	35,946	-27,4004	29,106	35,943	-27,402

Az M1 melléklet középső adatsora szerinti körív profilú hengeres csiga esetén a karakterisztikus görbe pontjainak koordinátái $\varphi_1=120^\circ$ esetén

sorszám	fil	$\Delta a=280-279,0\text{mm}$	$\Delta a=280-278,0\text{mm}$	$\Delta a=280-a=277,0\text{mm}$
		Diff x,y,z	Diff x,y,z	Diff x,y,z
1	120	0,007404161	0,014870188	0,022380179
2	120	0,007907617	0,015943475	0,023895315
3	120	0,008478821	0,016975288	0,02560364
4	120	0,009031661	0,018973023	0,027436042
5	120	0,009788769	0,019706344	0,029608445
6	120	0,010664427	0,021256058	0,032005937
7	120	0,01160474	0,023169161	0,034857567
8	120	0,012740487	0,025644298	0,038548152
9	120	0,014306991	0,029462858	0,042696487
10	120	0,016157351	0,032536441	0,049008367
11	120	0,005266536	0,010663283	0,016070871
12	120	0,005273519	0,010622151	0,015959953
13	120	0,005215707	0,01049497	0,015851691
14	120	0,005301849	0,010448584	0,015750178
15	120	0,005170106	0,010341571	0,015575121
16	120	0,005180048	0,010300121	0,015481566
17	120	0,005128245	0,010181964	0,015374359
18	120	0,005064395	0,010145561	0,01521143
19	120	0,005015067	0,010032074	0,015126959
20	120	0,004883646	0,009845303	0,014964625
21	120	0,004846648	0,009829547	0,014812495
22	120	0,004948737	0,009794897	0,014743473
23	120	0,004870318	0,009765756	0,014713939
24	120	0,004839421	0,009657122	0,014574292
25	120	0,004761302	0,009494209	0,014417351
26	120	0,00537215	0,009167879	0,013705838
27	120	0,004632494	0,009396808	0,014161215
28	120	0,004632494	0,009352005	0,01406165
29	120	0,004589118	0,009254729	0,0139975
30	120	0,004589118	0,009236341	0,01393736
31	120	0,004571652	0,009091205	0,013791664
32	120	0,004558509	0,009167879	0,013777518
33	120	0,004482187	0,009040465	0,013573872
34	120	0,004448595	0,008971622	0,013569819
35	120	0,004397727	0,008963816	0,01348666
36	120	0,004441846	0,008883693	0,013330791
37	120	0,004487761	0,008855507	0,013343163
38	120	0,004414748	0,008853248	0,01326763
39	120	0,004293018	0,008756141	0,013121357
40	120	0,004293018	0,008707468	0,0131
41	120	0,004295346	0,008637708	0,012861182
42	120	0,004276681	0,008553362	0,0129472
43	120	0,004207137	0,008483513	0,012861571
44	120	0,003694591	0,00795613	0,012172099

Az **M1** melléklet középső adatsora szerinti körív profilú hengeres csiga esetén a karakterisztikus görbe pontjainak differenciája az a tengelytáv csökkenése ($\Delta a=1-3\text{mm}$) esetén