

Miskolci Egyetem



GÉPÉSZMÉRNÖKI- ÉS INFORMATIKAI KAR

GUMIALKATRÉSZEK ALAKOPTIMALIZÁLÁSA

Ph.D. értekezés tézisei

KÉSZÍTETTE:

Mankovits Tamás

okleveles gépészmérnök

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
GÉPÉSZETI ALAPTUDOMÁNYOK TÉMATERÜLET
SZILÁRD TESTEK MECHANIKÁJA TÉMACSOPORT

DOKTORI ISKOLA VEZETŐ:

Dr. Tisza Miklós

egyetemi tanár

TÉMACSOPORT VEZETŐ:

Dr. Kozák Imre

az MTA rendes tagja

TÉMAVEZETŐK:

Dr. Szabó Tamás

egyetemi docens

Dr. Páczelt István

az MTA rendes tagja

Miskolc, 2012.

A BEMUTATOTT KUTATÓ MUNKA A TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 JELŰ
PROJEKT RÉSZÉKÉNT – AZ ÚJ MAGYARORSZÁG FEJLESZTÉSI TERV
KERETÉBEN – AZ EURÓPAI UNIÓ TÁMOGATÁSÁVAL, AZ EURÓPAI SZOCIÁLIS
ALAP TÁRSFINANSZÍROZÁSÁVAL VALÓSULT MEG.

Mankovits Tamás

GUMIALKATRÉSZEK ALAKOPTIMALIZÁLÁSA

Doktori (Ph.D.) értekezés tézisei

Miskolc, 2012.

Bíráló bizottság

Elnök:

Prof. Dr. Jármai Károly DSc, egyetemi tanár (ME)

Titkár:

Dr. Szabó Ferenc CSc, egyetemi docens (ME)

Tagok:

Prof. Dr. Égert János CSc, egyetemi tanár (SZE)

Dr. Sárközi László PhD, igazgató (ME FRK)

Prof. Dr. Váradi Károly DSc, egyetemi tanár (BMGE)

Hivatalos bírálók:

Dr. Nándori Frigyes PhD, egyetemi docens (ME)

Dr. Pere Balázs PhD, egyetemi docens (SZE)

Tartalomjegyzék

1. BEVEZETÉS	1
Célkitűzés	1
Irodalmi áttekintés	2
2. VIZSGÁLATOK ÉS MÓDSZEREK.....	5
3. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA.....	7
4. TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK.....	8
5. SUMMARY	9
6. NEW SCIENTIFIC RESULTS	11
7. PUBLIKÁCIÓK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN	13
HIVATKOZÁSOK.....	15

1. BEVEZETÉS

A gumirugók olyan szerkezeti elemek, amelyek külső erők munkáját képesek belső alakváltozási energia formájában felhalmozni és ezt a megfelelő körülmények között újra külső mechanikai munkává alakítani. Többek között ezen kiváló tulajdonság miatt alkalmazásuk az utóbbi évtizedekben nélkülözhetetlenné vált a jármű- és gépiparban. Az acélrugóval szemben számos előnye közül a kiváló hang- és rezgésszigetelő képessége emelkedik ki. Tönkremenetele hosszú folyamat és ez könnyen diagnosztizálható. A gumiból készült rugók egyszerű szerkezete és beépítési módja szintén különös előnyöket biztosít. A megfelelően méretezett gumirugókra szerelt szerkezetek növelik a komfortérzetet is. A gumi nagy alakváltozási energiát képes tárolni, akár több száz %-os alakváltozást is elvisel, így járművek rugózására rendkívül előnyös.

A vevő elvárásai - a számítástechnika, a gumikról való ismeretünk fejlettségi szintje és természetesen a piaci versenyhelyzet miatt - mára nagyon magasak lettek. Így a gumirugóknak a terhelés hatására gyakran előre meghatározott jelleggörbével (rugókarakterisztika) kell rendelkezniük, melynek elérése, kifejlesztése komoly kontinuummechanikai háttérrel igényel. Ennek a célnak a megvalósítása egy optimalizálási feladatra vezet. Az előírt karakterisztikát leggyakrabban a megfelelő gumiösszetétel változtatásával kívánják elérni, de a gumirugó alakjának megváltoztatásával komplexebb viselkedés érhető el. A gumirugók alkalmazási területük szempontjából különböző igénybevételt kell, hogy kielégítsenek. Jelen értekezés kizárólag a nyomásra igénybevett gumirugókkal foglalkozik, mivel ezek előfordulása a leggyakoribb. Nyomásra a karakterisztika progresszív jelleget mutat, amely a legtöbb rugózási feladtnál előnyösen kihasználható. Egyidejűleg figyelembe kell vennie a tervezőnek azt, hogy a gumi összenyomhatatlan anyagnak tekinthető, így biztosítani kell a terhelésnél is a szabad alakváltozást.

A gumirugó nagy alakváltozást szenved terhelések hatására, amely önmagában is nemlineáris viselkedést mutat. Az alkatrészek közötti változó érintkezési tartománya, a gumi összenyomhatatlansága ezt a nemlineáris viselkedést tovább fokozza. Az ilyen feladatokat a nemlinearitás miatt a hagyományos mérnöki tervezés csak nagy elhanyagolás árán tudott kezelni. A számítástechnika és a mérnöki tudományok fejlődésének köszönhetően ma már számos kereskedelmi szoftver segíti a mérnöki tervezést, bár a téma kutatása továbbra is aktuális maradt. A végelem-módszerrel foglalkozó kutatók számára komoly kihívást jelent az, hogy hatékony, megbízható módszereket, eljárásokat dolgozzanak ki az adott, illetve általános problémákra, így a gumi összenyomhatatlanságának kezelésére, alakoptimalizálásra, stb. A disszertációban a kontinuummechanika lineáris és nemlineáris elméletét és a végelem-módszer használatát fogjuk alkalmazni az általunk vizsgált feladatokra.

Célkitűzés

A szerkezetek, folyamatok optimalizálása alapkövetelmény műszaki feladatok során. Jelen disszertáció tengelyszimmetrikus gumirugók alakoptimalizálásával foglalkozik. Az alakoptimalizálás célja, hogy egy előírt karakterisztikát érjünk el a gumi geometriájának megváltoztatásával egy kezdeti rugókarakterisztikából kiindulva. Ehhez olyan végelem program szükséges, amely gyorsan és megfelelő pontossággal határozza meg a rugókarakterisztikát adott peremfeltételekre, továbbá jól illeszthető egy korszerű optimalizálási eljáráshoz. Ezen gondolatmenet mentén haladva az alábbi célokat tűztük ki:

- Az előzetes irodalomkutatás alapján a szakirodalomban az utóbbi időben megjelenő nemfolytonos Galjorkin-módszer (szakadásos mezők alkalmazása) biztató eredményekkel szolgált kis- és nagy alakváltozások kezelésére, ezért első feladatunk a nemfolytonos Galjorkin-módszer megismerése és implementálása mechanikai feladatokra.
- A módszer számítási igényének és várható jóságának összevetése a folytonos Galjorkin-módszerrel. Az alakoptimalizáláshoz szükséges nagy mennyiségű adatszolgáltatást figyelembe véve vajon hoz-e annyi pluszt a módszer, hogy érdemes legyen azt használni. Ennek mentén egy olyan végelem célprogram kidolgozása, amellyel numerikus vizsgálatokat lehet elvégezni.
- A következtetések levonása után a következő lépés olyan végelem program fejlesztése, amely az alakváltozás nemlineáris elméletét alkalmazva elegendően pontos, gyors és megfelelő adatokat szolgál az alakoptimalizáláshoz. A numerikus számítások ellenőrzése laboratóriumi mérésekkel.
- Olyan alakoptimalizálási eljárás kidolgozása, amely a rendelkezésre álló adatokból pontosan és megbízhatóan tud kezelni egy- és többváltozós alakoptimalizálási feladatot. A lehetőségek közül olyan módszert kiválasztani, amely a tervező mérnöknek használható eredményt nyújt.
- Numerikus példákon keresztül elvégezni az alakoptimalizálást, lehetőség szerint ipari problémára is.

A disszertáció ezen feladatok vizsgálatával és megoldási javaslataival foglalkozik. Megjegyzendő, hogy jelen dolgozat nem foglalkozik a súrlódással, kopással, kémiai- és hőhatásokkal, valamint nem vizsgál dinamikus terheléseket.

Irodalmi áttekintés

A nemfolytonos Galjorkin-módszer az elmúlt két évtizedben egyre szélesebb körben terjed. Ezt a módszert először parabolikus, hiperbolikus feladatok megoldására alkalmazták, de újabban a számunkra fontos elliptikus feladatokra is számos eljárás került kidolgozásra.

BREZZI és ARNOLD Poisson típusú differenciálegyenlettel leírt peremérték problémát tárgyal egyes mezők módszerével [2,3,10]. Az irodalomban előforduló szakadásos eljárásokat a funkcionálanalízis eszközeivel tárgyalja és értékeli a különböző eljárásokat.

PÁCZELT akadémiai doktori disszertációjában és tankönyveiben variációs elveket vizsgál többek között szakadásos mezőkre is. Ezt bemutatja a egyes mezők módszerére és tisztán elmozdulásmezőre alapozva is [34,35,36]. Gyakorlati alkalmazásként elsősorban érintkezési feladatok megoldására mutat be példát.

A gumi leírásához célszerű magasabb rendű approximációt alkalmazni a térfogatállandósági feltétel biztosításához. A ún. „locking” (bezáródás, befeszülés) jelensége léphet fel a térfogatállandósági mellékfeltétel miatt, de azt várjuk, hogy a nemfolytonos módszer alkalmazása során ez elkerülhető.

A „locking” jelenségével részletesen többek között BABUSKA és SURI foglalkozik cikkeikben [4,5,42] és ezeket feldolgozva kínálnak lehetőséget „locking”-mentes végelemekre DÜSTER és szerzőtársai [12,16], valamint BERTÓTI [8]. SURI analitikusan és numerikusan is kiértékeli a hp -verzió alkalmazásánál fellépő „locking” jelenség okait majdnem összenyomhatatlan anyagot feltételezve. Azt az esetet vizsgálja BABUSKA és SURI cikkeikben, amikor a Poisson-tényező közel van a 0,5-höz. Az ebben az esetben fellépő „locking” problémát vizsgálják háromszög és négyszög elemeket feltételezve.

A cikkek utalnak arra, hogy magasabb approximációnál ez az eljárás az ismeretlenek vonatkozásában kevésbé hátrányos a folytonos mezőjű megközelítéshez képest. A kétféle

megközelítésnél (folytonos és nemfolytonos) a nemfolytonos Galjorkin-módszer esetén mindig magasabb lesz az ismeretlenek száma. A módszer alkalmazása akkor válik gazdaságossá, ha magasabb fokú approximációt alkalmazunk.

A gumik nagy alakváltozást szenvedhetnek a terhelés hatására tönkremenetel nélkül, amely nemlineáris viselkedést mutat. Ez egyrészt következik az anyag nagymértékű alakváltozásából, a gumi összenyomhatatlanságából. BONET könyvében [9] a nagy alakváltozás nemlineáris elméletének vonatkozó egyenleteit írja le, amelyek jó alapul szolgálnak a végeselemes program kifejlesztésében.

KOZÁK könyvében [22] tárgyalja az alakváltozások nemlineáris elméletét, továbbá a nemlineáris rugalmas testre vonatkozó anyagegyenletet, amelyek jó alapok adnak a gumiszerű anyagok mechanikai viselkedésének leírására. KOZÁK által taglalt virtuális munka elvet - kiegészítve a nemfolytonos Galjorkin taggal - használjuk a variációs elvünk alapjának.

BATHE végeselem-módszer könyvében a Total-Lagrange formulára és a Newton-Raphson iterációs eljárásra vonatkozó összefüggések is szerepelnek többek között, amelyek szintén nagy segítséget nyújtottak a program megírásához [7].

A gumik viselkedésének leírására számos anyagmodell létezik. Ilyen például a Neo-Hooke, a Mooney-Rivlin, a Yeoh, az Arruda-Boyce, az Ogden anyagmodell. Ezek alkalmazhatósága nagymértékben függ az igénybevételtől. Az anyagmodellek paramétereinek meghatározásához mindenképpen szükséges a laboratóriumi mérés. Számos kutató foglalkozik paraméterillesztéssel hiperelasztikus anyagok vizsgálata esetén. Többek között OGDEN ezzel foglalkozik tanulmányaiban [32,33].

Hiperelasztikus anyagok numerikus vizsgálatára általában a h -verziós végeselemeket alkalmazták, a p -verziós végeselemeket ilyen anyagtípusra csak az elmúlt években kezdték használni. MALKUS [29], SWANSON és szerzőtársai [44], ZIENKIEWICH és szerzőtársai [48], SUSSMAN és BATHE [43], SIMO és TAYLOR [39] és GADALA [14] mindannyian h -verziós végeselemeket alkalmaznak nemlineáris végeselemes vizsgálataikban. Az utóbbi években SZABÓ és szerzőtársai [45], NÁNDORI és szerzőtársai [31] végeztek összenyomhatatlan, vagy majdnem összenyomhatatlan anyagok végeselemes vizsgálatához p -verziós végeselemeket.

A fenti könyvek és cikkek szolgálnak alapul a kidolgozandó végeselem programhoz.

Optimalizálás témakörben számos alkalmazás található meg a szakirodalomban. Javarészt fémalkatrészeket, fémszerkezeteket optimalizálnak, ahol a célfüggvény a súly minimalizálása megtartva a vizsgált test, szerkezet szilárdságát. A hazai irodalomban ilyenek JÁRMAI és szerzőtársai tanulmányai, ahol fémszerkezetek optimalizálását végzik [18,46]. VIRÁG disszertációjában szintén fémszerkezet optimalizálását végzi, ahol a neurális hálózatokat is segítségül hívja [47]. KÖRTÉLYESI disszertációjában gépszerkezetek alakoptimalizálásával foglalkozik, ahol a célfüggvény valamilyen mechanikai jellemző [23].

Gumialkatrészek alakoptimalizálásával több kutató foglalkozik. Az optimalizálási feladat elvégzése előtt javarészt végeselemes vizsgálatokból nyerik ki az alapadatokat. FRIEDRICH és szerzőtársai kimondottan gumialkatrészek alakoptimalizálásával foglalkozik hagyományos optimalizálási eszközökkel [13]. CHOI és DUAN cikkükben érzékenységvizsgálattal foglalkoznak hiperelasztikus anyagok vizsgálatára [11]. SOHN és szerzőtársai ún. hibrid neurális hálózatot alkalmaz gumi-fém persely dinamikai szimulációjához [40].

A járműiparban alkalmazott gumibakok és gumirugók alakoptimalizálása témakörben is az utóbbi időben készültek tanulmányok. AHN és szerzőtársai cikkében egy iparban használatos motortartó bak (amely gumialkatrészt is tartalmaz) optimalizálását végzik, hagyományos optimalizálási módszerrel [1]. Céljuk a rezonancia-átvitelt minimalizálni, a végeselem-módszert nem használják. LI és szerzőtársai kereskedelmi végeselem szoftvert alkalmazva végeznek optimalizálási feladatot egy motortartó gumibakon. Az optimalizálásra a neurális hálózatot és genetikus algoritmust használják [26,27]. MARZBANRAD és JAMALI

kereskedelmi végeselem szoftvert használva motortartó gumibak alakoptimalizálását végzik el [30]. Az optimalizáláshoz genetikus algoritmus és az ún. „single value decomposition” módszereket használják. A gumi anyagtörvényének a Mooney-Rivlin anyagmodellt használják. SUN és szerzőtársai [41], KIM és szerzőtársa [21], valamint LEE és szerzőtársa [24] szintén motortartó gumibakon végeznek alakoptimalizálást neurális hálók, genetikus algoritmus és hagyományos optimalizálási módszerek alkalmazásával.

A cikkek bátorítást adtak olyan tekintetben, hogy az informatikában elterjedt gépi tanulás módszerei optimalizálási feladatokra hatékonyan és megbízhatóan használható. Ezen cikkek javarészt az utóbbi 5 évben készültek, ebből is látható, hogy a gépi tanulás módszerek alkalmazása megjelent a műszaki problémák kezelésére is.

Gumik vizsgálata esetén a nemlineáris jelleg adódhat az alkatrészek közötti változó érintkezési tartományból is. BAKSA disszertációjában részletesen foglalkozik fém-fém közötti érintkezés témakörével, figyelembe véve a súrlódást is [6]. PERE gumitömítés érintkezési feladatát vizsgálta [38], PÁCZELT és szerzőtársai pedig légrugó analízisét végezte el, ahol szintén nagy szerepet játszik a fém-gumi érintkezés [37].

Az előzetes irodalomkutatás és a célkitűzés alapján az optimalizálási probléma megoldására a Magyarországon még kevésbé elterjedt VAPNIK által kifejlesztett ún. Support Vector Machines (továbbiakban: SVM, Tartóvektor gépek) módszert kívánjuk alkalmazni. Ez a módszer részben hasonlít a már elterjedt és korábban említett neurális háló alkalmazásra, ugyanis a tanulóponatok alapján állítja elő a megoldást, de a nagy különbség az, hogy az SVM az ún. kernel térben keresi a megoldásfüggvényt.

HAYKIN könyvében ugyan tárgyalja az SVM regressziót, de az elmélet mögött húzódó matematikai háttérrel inkább osztályozási feladatokra részletezi [15].

Az SVM alkalmazásának egyik lehetséges eszköze az *R* statisztikai szoftver. Ez egyben programozási nyelv és interaktív környezet. Számos előnye közül részletes dokumentációja, gazdag eszköztára és a grafikus megjelenítési lehetőségei tűnnek ki. Számos csomag tölthető le, amely csomagok szabadon hozzáférhetőek és részletes használati útmutatóval rendelkezik. Az *SVM R* programozási nyelvben történő alkalmazásához nyújt segítséget KARATZOGLOU és szerzőtársai [20].

Az SVM-ben megjelenő és a megoldások, becslések jóságát befolyásoló paraméterek meghatározása szintén alapp probléma, valamint jelenleg is kutatott téma. Mivel numerikus példáink esetében a paraméter optimalizálását nekünk is el kell végezni, így számos hasznos információt és további motivációt nyújt HEERDEN és BARNARD [17], JENG és CHUANG [19] cikkei, ahol kizárólag azokat a lehetőségeket taglalják és mutatják be, amellyel jó közelítéssel határozhatjuk meg a programunk bemenő paramétereit.

Gyakorlati alkalmazásként LOPEZ és szerzőtársai a végeselem-módszert is használva egyszerű optimalizálási feladatot oldanak meg neurális hálózat és SVM segítségével. Az optimalizálási feladat alapp problémája nem gumiszerű anyag [28]. LEE és KIM az SVM regressziót használja szupergyors vonatok orralakjának megfelelő kialakítására [25].

A publikációkból jól látszik, hogy az SVM alkalmazása és lehetőségei jelenleg is intenzíven kutatott módszerek. Ezek áttanulmányozása során arra a következtetésre jutottunk, hogy tengelyszimmetrikus gumirugó alakoptimalizálási feladatára az SVM egy hatékonyan alkalmazható módszer.

2. VIZSGÁLATOK ÉS MÓDSZEREK

A járművekbe, szerkezetekbe beépített gumirugók a működésből adódóan sok fajta igényt kell, hogy kielégítsenek. Egyik ilyen, hogy a terhelés hatására előre megadott erő-elmozdulási jelleggörbével kell rendelkezniük. Ez a célkitűzés egy optimalizálási feladattal valósítható meg. Az alakoptimalizálás célja az volt, hogy egy előírt karakterisztikát érjünk el a gumi geometriájának megváltoztatásával egy kezdeti rugókarakterisztikából kiindulva.

A különböző alakú gumirugók karakterisztikáit végeselem-módszer segítségével határoztuk meg. A szakirodalomban többnyire a folytonos elmozdulásra alapozott módszereket használják, de az utóbbi időben a nemfolytonos Galjorkin módszerre is található alkalmazás. Az utóbbival mutat rokonságot a Páczelt [75] által javasolt ún. szakadós mezők módszere. A folytonos módszerhez képest előnyként jelentkezik, hogy a „locking”-gal (bezáródás) szemben kedvezőbben viselkedik. A nemfolytonos Galjorkin módszer esetén szokás alkalmazni az ún. „lifting” (átemelő) operátort, amely stabilabbá teheti az adott eljárást.

Első feladatunk az volt, hogy a lineáris rugalmasságtan keretei között összehasonlító vizsgálatokat végezzünk a folytonos és nemfolytonos mezők alkalmazásával. Ehhez végeselem célprogramokat dolgoztam ki. Tengelyszimmetrikus esetre, gumyszerű anyagot feltételezve a vizsgálatok alapján megállapítottam, hogy büntetőparaméter alkalmazása nélkül a nemfolytonos végeselem-módszer nem stabil, azonban a büntetőparaméteres leírás esetén a módszer már kis büntetőparaméternél is többnyire kedvezően viselkedik. Szakadós mezők esetén az átemelő operátor alkalmazásával az eljárás tovább javítható. A numerikus vizsgálat megmutatta, hogy a büntetőparaméter értéke független a felosztás sűrűségétől, míg az átemelő operátor használatával finomabb felosztáshoz kisebb büntetőparaméter is elegendő. A számítási igények összehasonlítása során arra a következtetésre jutottam, hogy habár a szakadós mezők büntetőparaméteres és átemelő operátoros technikája elfogadhatóan stabil megoldást szolgáltat, a nagy alakváltozásra mégis a folytonost célszerű alkalmazni. A számítási szükséglet a nemfolytonos módszernél akár egy nagyságrenddel is nagyobb lehet, amely az optimalizálásnál rendkívül hátrányos. A gumirugó alakoptimalizálása a nagy alakváltozásból következően iteratív megoldást tesz szükségessé, amely nagyszámú egyenletrendszer megoldását igényli. A feladat reális időn belüli megoldásához a folytonos leírás hatékonyabban használható. Itt megjegyzem, hogy a teljes approximációs teret alkalmazó magasabb fokú közelítés esetén ez a viszony kevésbé kedvezőtlen a folytonoshoz képest.

A gumirugók vizsgálatára így egy folytonos végeselemes programot dolgoztam ki nagy alakváltozásra majdnem összenyomhatatlan anyagot feltételezve. A gumik végeselemes vizsgálatához a vegyes mezők módszerét egy hárommezős funkcionálra alapoztam. Ennek során az elmozdulásmezőt folytonosan, a térfogatváltozást és a hidrosztatikus nyomást nemfolytonosan egymástól függetlenül közelítjük. A kifejlesztett végeselemes program alkalmas súrlódásmentes érintkezési feladat, azaz ún. normálkontakt kezelésére is.

Az alakoptimalizálási feladathoz számos rugó karakterisztika kiszámítására van szükség, ezért egy geometria-, végeselemes háló- és input adatgeneráló célprogramot is készítettem, amely szervesen beépül az alakoptimalizáló rendszerbe. A rendszer előnye, hogy nagyszámú parametrikus sorozatszámítást tesz lehetővé. A számítási idő további csökkentése céljából numerikus vizsgálatokat végeztem a megfelelő hálósűrűség és büntetőparaméter meghatározására. A kifejlesztett végeselemes programot méréssel és egy kereskedelmi szoftverrel hitelesítettem. A vizsgálatok során megállapítottam, hogy az eredmények jó egyezést mutatnak, így a program alkalmas tengelyszimmetrikus gumik gyors numerikus vizsgálatára.

Az alakoptimalizálási feladat feltételes optimalizálási problémaként megfogalmazható. A célfüggvény a végelem programmal számolt gumirugón végzett munka és az előírt munka különbsége alapján írható fel. Ezt kell minimalizálni az optimális tervezési paraméterek meghatározásához.

Vizsgálataimban az optimalizálási eljárás részeként egy nemlineáris regressziós feladatot oldottam meg. Az utóbbi időben elterjedt tartóvektor gépeket (SVM) széles körben alkalmazzák az optimális regressziós függvény megtalálására. Az SVM a megoldásokat az ún. kernel függvények súlyozott összegeként állítja elő egy nemlineáris és egy lineáris transzformációt felhasználva. A kernel függvényeket alkalmazó eljárások előnye abban rejlik, hogy a nemlineáris transzformációt definiáló függvényt nem kell explicite módon megadni.

Az SVM regresszió módszerét egy nyílt forrású szoftver segítségével alkalmaztam. Ehhez az alappontokat végeelem-módszerrel határoztam meg. A két módszert egy rendszerbe kapcsolva egy- és többváltozós feladatokat oldottam meg tengelyszimmetrikus gumialkatrészek alakoptimalizálására.

3. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA

1. A nemfolytonos Galjorkin módszerrel rokonságot mutató szakadásos mezőkre épülő büntető tagot felhasználó variációs elvre alapozott számítási módszert alkalmazva összehasonlító vizsgálatokat végeztem a lineáris rugalmasságtan keretei között gumyszerű anyagokra. A vizsgálat tárgya az elmozdulásmező folytonosságával és nem folytonosságával dolgozó variációs elvre alapozott számítások numerikus stabilitásvizsgálata volt. Erre saját fejlesztésű végeselemes célprogramot dolgoztam ki {9}, {17}, {18}. A vizsgálatok eredményeként megállapítottam:
 - a) A fenti szakadásos mezőkkel dolgozó módszer csak akkor válik stabilá, ha a virtuális munka elvével kapcsolatos egyenletet büntetőparaméteres taggal egészítjük ki.
 - b) Nemfolytonos mezőket alkalmazva a büntetőparaméteres technika büntetőparaméterének megválasztása nem függ a hálósűrűségtől.
2. A nemfolytonos Galjorkin módszerrel rokonságot mutató szakadásos mezőkre épülő átemelő operátort felhasználó variációs elvre alapozott számítási módszert alkalmazva összehasonlító vizsgálatokat végeztem a lineáris rugalmasságtan keretei között gumyszerű anyagokra. A vizsgálat tárgya a számítások numerikus stabilitásvizsgálata volt. Erre saját fejlesztésű végeselemes célprogramot dolgoztam ki {1}, {5}, {10}, {11}, {19}, {20}. Az elvégzett vizsgálatok fő következtetései:
 - a) Numerikusan kimutattam az átemelő operátor alkalmazásának előnyét a büntetőparaméteres technikával szemben, miszerint minél sűrűbb a végeselem háló, annál kisebb paraméter szükséges ahhoz, hogy az eljárás stabil maradjon.
 - b) Numerikusan kimutattam, hogy az átemelő operátor alkalmazása tovább növeli a diszkretizálás után kapott algebrai egyenletrendszer együttható mátrixának sáv szélességét, ezzel a futásidőt, mindazonáltal magasabb polinom fokszám esetén a módszer alkalmazása a folytonoshoz képest kevésbé kedvezőtlen.
3. Tengelyszimmetrikus gumialkatrészek alakoptimalizáló programrendszerébe nagy alakváltozás számítására alkalmas végeselemes programot és hozzátartozó adatgenerálót fejlesztettem ki. A program folytonos elmozdulási-, nemfolytonos hidrosztatikus nyomási- és nemfolytonos térfogatváltozási mezők egymástól független közelítésére alapozott és figyelembe veszi a súrlódásmentes érintkezési feltételeket is. Kísérlettel igazoltam a program gyakorlati alkalmazhatóságát {2}, {4}, {6}, {7}, {8}, {12}, {13}, {14}, {21}, {22}.
4. Alakoptimalizáló eljárást és programrendszert dolgoztam ki előírt karakterisztikájú gumirugó alakjának meghatározására {3}, {15}, {16}, {23}. A feladat megvalósításához:
 - a) Az SVM regressziót alkalmazó eljárást összekapcsoltam a kifejlesztett végeselemes programmal, amely így alkalmas a felhasználó által előírt tervezési paraméterek meghatározására.
 - b) Numerikus példákkal igazoltam, hogy a kidolgozott módszer hatékonyan alkalmazható alakoptimalizálásra.

4. TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK

Továbbfejlesztési lehetőségként több irányt javaslunk, amelyek a következők:

Az átemelő operátorral kiegészített nemfolytonos leírás alkalmazása nagy alakváltozásra. Habár a disszertációban említett okok miatt optimalizálási feladatra ugyan nem célszerű, de a bezáródás szempontjából, illetve nagyobb alakváltozás elérése céljából indokolt lehet alkalmazásának kutatása.

A súrlódás figyelembevétele a modellezés pontosságát tovább javítaná.

A dinamikus-, a viszkózus- és a hőhatás beépítése a programba nyilvánvaló fejlesztési iránynak mutatkozik.

A végelelemes számításoknál az újrahálózás technikája nagyobb összenyomódást lenne képes modellezni különösen magasabb fokú approximáció esetén.

A kétdimenziós tapasztalatok birtokában célszerű a háromdimenziós általános térbeli alakoptimalizálási feladatok vizsgálata.

5. SUMMARY

Rubber springs that are built into vehicles and structures have to meet several kinds of requirements as a result of their function. One of these is that they must have a predefined force-displacement characteristic curve under load. Achieving this aim is a problem of optimization. The aim of optimizing the shape was to achieve a prescribed characteristic by changing the geometry of the rubber, starting from an initial spring-characteristic.

The characteristics of the rubber springs of different shapes were determined with the help of the finite element method. In the literature, usually the methods based on continuous displacement are used, but examples for the discontinuous Galerkin method can also be found recently. What is called the discontinuous field method, recommended by Páczelt [75], can be related to the latter. In contrast to the continuous method, it has the advantage that it shows more benefits concerning the phenomenon of 'locking'. In the case of the discontinuous Galerkin method, a 'lifting' operator is frequently used, which may make the given process more stable.

The first task was to make comparative investigations within the framework of linear elasticity by using continuous and discontinuous fields. For this purpose finite element target programs were developed. On the basis of the examinations it was established that, in case of axisymmetry and assuming a rubber-like material, the discontinuous finite element method is not stable without the application of a penalty parameter. However, in case of penalty parameter description the method proves to be effective even at a low penalty parameter. In case of discontinuous fields, the procedure can be further improved by applying the lifting operator. The numerical study showed that the value of the penalty parameter is independent of the mesh density, whereas a lower penalty parameter is sufficient for a finer mesh when a lifting operator is used. Comparing the calculation capacities needed, the conclusion was reached that, although the penalty parameter and lifting operator methods of discontinuous fields prove to be acceptably stable solutions, it is nevertheless advisable to apply the continuous method for large deformations. In case of the discontinuous method the calculation capacity needed may be even an order of magnitude higher, which is extremely disadvantageous in optimization. The finite element analysis of the rubber spring requires an iterative solution due to the large deformation, consequently a great number of equation systems have to be solved. To be able to solve the problem within reasonable time, it is more effective to use the continuous description. Let us note here that in case of a higher level approximation that applies a full approximation area this relation is more favourable than the continuous one.

Thus a continuous finite element program was developed for the investigation of rubber springs, assuming a material that is nearly incompressible also in case of large deformation. The mixed method was based on a three-field functional for the finite element analysis of the rubbers. In the course of the analysis, the displacement field was continuously approximated, and the change in volume and the hydrostatic pressure were approximated discontinuously, independently of each other. The finite element program that was developed is also suitable for handling problems of friction-free contact, i.e. normal contact.

A great number of spring characteristic calculations are required for shape optimization, so a geometry-, finite element mesh- and input data generating target program was also developed. The program is an inherent part of the shape-optimisation system. The system has the advantage that it enables a great number of parametric series calculations. Numerical studies were carried out to determine the appropriate mesh density and penalty parameter, with the aim of further reducing the calculation time. The finite element program developed was

calibrated by means of measurements and also of commercial software. During the examinations it was established that the results show good correlation, thus the program is suitable for the fast numerical examination of axisymmetric rubbers.

The task of shape optimization can be defined as a conditional problem of optimization. The target function can be written on the basis of the difference between the work done on the rubber spring calculated by the finite element method and the prescribed work. This has to be minimalized in order to define the optimal design parameters.

As part of the optimization process, a nonlinear regression problem was solved in the course of the investigations. Support Vector Machines (SVMs) that have become widespread recently are applied to find the optimal regression function. The SVM provides the solutions as the weighted sum of the kernel functions, using a nonlinear and a linear transformation. The main advantage of the methods using kernel functions is that it is not necessary to explicitly give the function that defines the nonlinear transformation.

In the investigations, the SVM regression method was used by means of open-source software. For this, the learning points were determined using the finite element method. Combining these two methods into one system, problems with one and more variables were solved in order to optimize the shape of axisymmetric rubber components.

6. NEW SCIENTIFIC RESULTS

1. Applying a calculation method which is related to the discontinuous Galerkin method, and is based on discontinuous fields, uses penalty parameters and relies on the variational principle, comparative examinations were carried out on rubber-like materials, within the framework of linear elasticity. The subject of the investigations was the numerical stability examination of calculations that are based on the variational principle and work with the continuity and discontinuity of the displacement field. For this purpose, a finite element target program was developed {9}, {17}, {18}. As a result of the investigations, the following was established:
 - a) The discontinuous field method described above becomes stable only if a penalty parameter is added to the equation related to the principle of virtual work.
 - b) When discontinuous fields are used, the penalty parameter does not depend on the mesh density.
2. Applying a calculation method which is related to the discontinuous Galerkin method, and is based on discontinuous fields, uses the lifting operator and relies on the variational principle, comparative examinations were carried out on rubber-like materials, within the framework of linear elasticity. The subject of the work was to investigate the numerical stability of the calculations. For this purpose, a finite element target program was developed {1}, {5}, {10}, {11}, {19}, {20}. As a result of the investigations, the following was established:
 - a) The advantages of applying the lifting operator were shown numerically as opposed to the penalty parameter method. Accordingly, the denser the finite element mesh is, the lower parameter is needed for the method to remain stable.
 - b) It was numerically shown that the use of the lifting operator further increases the band width of the coefficient matrix of the algebraic equation system obtained after discretization, and the running time as well. However, in case of polynomials with higher order, the application of the method seems to be less disadvantageous, compared to the continuous method.
3. A program using the finite element method and based on the continuous displacement field for large deformation was developed; the program is suitable for the quasi-static calculation of axisymmetric rubber components. The program is based on the independent approximation of continuous displacement, discontinuous hydrostatic pressure and discontinuous change in volume fields. The program also makes it possible to take friction-free contact problems into consideration. Together with the data generator which was developed the system is suitable for performing calculation series that are necessary for optimization. Experiments were used to prove the practical applicability of the program {2}, {4}, {6}, {7}, {8}, {12}, {13}, {14}, {21}, {22}.

4. An optimization method with a system of programs was developed to determine the shape of a rubber spring with prescribed characteristics $\{3\}$, $\{15\}$, $\{16\}$, $\{23\}$. To achieve this aim:
 - a) The method using SVM regression was combined with the finite element program system developed, which thus became suitable for determining the design parameters prescribed by the user.
 - b) Numerical examples were used to prove the effective applicability of the method for shape optimization.

7. PUBLIKÁCIÓK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN

Idegen nyelvű folyóiratban megjelent szakcikk

- {1} T. Mankovits. Discontinuous Galerkin Method Using Lifting Operator for Axially Symmetric Problems. *Acta Technica Napocensis*, 51(2): 63-68, 2008.
- {2} T. Mankovits, Z. Tiba. Compression Test on Rubber Spring Using p-version Finite Element Method. *Budowa Maszyn i Zarządzanie Produkcja*, 10: 81-86, 2009.
- {3} T. Mankovits. Basic Principles of Shape Optimization of Elastomers. *International Review of Applied Sciences and Engineering*, 2(1): 75-78, 2011.
- {4} T. Mankovits, T. Szabó. Finite Element Analysis of Rubber Bumper Used in Air-springs. *Procedia Engineering (published by Elsevier)*, (megjelenés alatt).

Magyar nyelvű folyóiratban megjelent szakcikk

- {5} T. Mankovits. Összehasonlító vizsgálat a büntetőparaméteres és átemelő operátoros technika között nemfolytonos Galjorkin-módszer esetén. *Gép c. folyóirat* 8(5-6): 35-40, 2007.
- {6} G. Szabó, T. Mankovits. Gumialkatrész Shore-féle keménységének kiértékelése az anyagvizsgálatok statisztikai módszerével. *Debreceni Műszaki Közlemények*, 9(1): 52-63, 2010.
- {7} T. Mankovits, T. Szabó. Nemlineáris VEM program gyakorlati alkalmazása gumialkatrészekre. *Multidiszciplináris Tudományok*, 2(1), (bírálatra beadva)

Tudományos közlemény, idegen nyelvű konferencia kiadványban

- {8} T. Szabó, T. Mankovits. Finite Element Computations of Hyperelastic Materials. *microCAD 2004 International Scientific Conference 18-19 March 2004*, pp. 79-84.
- {9} T. Mankovits, T. Szabó. Finite Element Analysis of Axially Symmetric Problems with Discontinuous Displacement Fields. *microCAD 2006 International Scientific Conference 16-17 March 2006*, pp. 25-31.
- {10} T. Mankovits. The Discontinuous Galerkin Method Using Lifting Operator. *microCAD 2007 International Scientific Conference 22-23 March 2007*, pp. 59-65.
- {11} T. Mankovits. Comparison of the Penalty and the Lifting Operator Approaches for Discontinuous FEM Problems. *Proceedings of Technology Systems Operation 2007*, pp. 87-90.
- {12} T. Mankovits, T. Szabó. Finite Analysis of Rubber Buffer. *microCAD 2009 International Scientific Conference 19-20 March 2009*, pp. 31-36.
- {13} T. Mankovits, G. Szabó. FEM Analysis of Rubber Buffer. *15th „Building Services, Mechanical and Building Industry days” International Conference 2009*, pp. 33-38.
- {14} T. Mankovits. Compression Tests on Rubber Buffer Using p-version FEM. *International Conference on Modelling and Simulation ASME 22-25 June 2010, Prague*.

- {15} T. Mankovits, T. Portik, T. Szabó. One-dimensional Shape Optimization of a Rubber Spring Using FEM. *microCAD 2011 International Scientific Conference 31 March-1 April 2011*, pp. 31-36.
- {16} T. Mankovits. Two-dimensional Shape Optimization of a Vulcanized Rubber Spring Using FEM and SVM. *11th Hungarian Conference on Theoretical and Applied Mechanics 2011*.

Tudományos közlemény, magyar nyelvű konferencia kiadványban

- {17} T. Mankovits. Tengelyszimmetrikus rugalmas feladat vizsgálata nemfolytonos Galjorkin-módszerrel. *Doktoranduszok Fóruma 2005*, pp.122-127.
- {18} T. Mankovits, T. Szabó. Nemfolytonos mezővel közelített végeselemes eljárás stabilitásának numerikus vizsgálata. *OGÉT 2006. XIV. Nemzetközi Gépész Találkozó 2006*, pp. 243-246.
- {19} T. Mankovits. Nemfolytonos Galjorkin-módszer stabilitásának biztosítása a „lifting” operátor alkalmazásával. *Doktoranduszok Fóruma, 2006*.
- {20} T. Mankovits. Összehasonlító vizsgálatok nemfolytonos Galjorkin-módszer esetén. *Tavaszi Szél Konferencia 2007*, pp. 88-95.
- {21} T. Mankovits, T. Szabó, Gy. Juhász. Gumirugó nyomóvizsgálata saját fejlesztésű végeselem program segítségével. *XIV. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka 2009*, pp. 115-118.
- {22} T. Mankovits. Hiperelasztikus anyagok nagy alakváltozásának kontinuummechanikai leírása. *OGÉT 2010. XVIII. Nemzetközi Gépész Találkozó 2010*, pp. 287-290.
- {23} T. Mankovits, T. Portik. Alapvető megfontolások tengelyszimmetrikus gumialkatrészek alakoptimalizálásakor. *Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2012*, pp. 203-210.

HIVATKOZÁSOK

- [1] Y.K. Ahn, J.D. Song, B.S. Yang, K.K. Ahn, S. Morishita. Optimal Design of Nonlinear Hydraulic Engine Mount. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 19(3):768-777, 2005.
- [2] D.N. Arnold. An Interior Penalty Finite Element Method with Discontinuous Element. *SIAM J. Numer. Anal.*, 19:742-760, 1982.
- [3] D.N. Arnold, F. Brezzi, B. Cockburn, L.D. Marini. Unified Analysis of Discontinuous Galerkin Methods for Elliptic Problems. *SIAM J. Numer. Anal.*, 39(5):1749-1779, 2002.
- [4] I. Babuska, M. Suri. Locking Effects in the Finite Element Approximation of Elasticity Problems. *Numerische Mathematik*, 62:439-463, 1992.
- [5] I. Babuska, M. Suri. On Locking and Robustness in the Finite Element Method. *SIAM J. Numer. Anal.*, 29(5):1261-1293, 1992.
- [6] A. Baksa. Érintkezési feladatok numerikus vizsgálata. *PhD értekezés*, 2005.
- [7] K. J. Bathe. Finite Element Procedures. *Prentice Hall*, 1996.
- [8] E. Bertóti. Locking-free Plate Bending Elements – a Complimentary Energy Approach. *NMCM2002*, Hungary, 2002.
- [9] J. Bonet, R.D. Wood. Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. *Cambridge University Press*, 1997.
- [10] F. Brezzi, G. Manzini, D. Marini, P. Pietra, A. Russo. Discontinuous Galerkin Approximations for Elliptic Problems. *Numer Methods Partial Differential Eq*, 16:365-378, 2000.
- [11] K.K. Choi, W. Duan. Design Sensitivity Analysis and Shape Optimization of Structural Components with Hyperelastic Material. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 187:219-243, 2000.
- [12] A. Düster. High Order Finite Elements for Three-dimensional, Thin-walled Nonlinear Continua. *Shaker Verlag GmbH*, 2002.
- [13] M. Friedrich, J. Baltes, M. Schütz, H. Gartner. Automatic Shape Optimisation of Elastomeric Products. *Freudenberg Group*, 1999.
- [14] M.S. Gadala. Alternative Methods for the Solution of Hyperelastic Problems with Incompressibility. *Computers & Structures*, 42(1):1-10, 1992.
- [15] S. Haykin. Neural Networks and Learning Machines. *Prentice Hall*, 2008.
- [16] U. Heisserer, A. Düster, E. Rank, Z. Yoshibash, S. Hartmann. p-FEM is Locking-free for Finite Strain Hyperelasticity. *International Workshop on High-Order Finite Element Methods*, 2007.
- [17] C.J. van Heerden, E. Barnard. Towards Understanding the Influence of SVM Hyperparameters. *PRASA*, 69-74, 2010.
- [18] K. Jármai, J.A. Snyman, J. Farkas. Minimum Cost Design of a Welded Orthogonally Stiffened Cylindrical Shell. *Computers & Structures*, 84:787-797, 2006.
- [19] J.T. Jeng, C.C. Chuang. A Novel Approach for the Hyperparameters of Support Vector Regression. *Neural Networks, IJCNN*, 2002.
- [20] A. Karatzoglou, D. Meyer, K. Hornik. Support Vector Machines in R. *Journal of Statistical Software*, 15(9), 2006.
- [21] J.J. Kim, H.Y. Kim. Shape Design of an Engine Mount by a Method of Parameter Optimization. *Computers & Structures*, 65(5):725-731, 1997.
- [22] I. Kozák. Kontinuummechanika. *Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc*, 1995.

- [23] G. Körtélyesi. Gépszerkezeti elemek alakoptimalizálása matematikai programozási módszerekkel. *PhD értekezés*, 2007.
- [24] J.S. Lee, S.C. Kim. Optimal Design of Engine Mount Rubber Considering Stiffness and Fatigue Strength. *Journal of Automobile Engineering*, 221(7):823-835, 2007.
- [25] J. Lee, J. Kim. Approximate Optimization of High-speed Train Nose Shape for Reducing Micropressure Wave. *Struct. Multidisc Optim*, 35:79-87, 2008.
- [26] Q. Li, J. Zhao, B. Zhao, X. Zhu. Parameter Optimization of Rubber Mounts Based on Finite Element Analysis and Genetic Neural Network. *Journal of Macromolecular Science*, 46(2):186-192, 2009.
- [27] Q. Li, J. Zhao, B. Zhao, X. Zhu. Parameter Optimization of a Hydraulic Engine Mount Based in a Genetic Neural Network. *Journal of Automobile Engineering*, 223:1109-1117, 2009.
- [28] M. Lopez, J. Martinez, J.M. Matias, J. Taboada, J.A. Vilán. Shape Functional Optimization with Restinctions Boosted with Machine Learning Techniques. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234:2609-2615, 2010.
- [29] D.S. Malkus: Finite Element with Penalties in Nonlinear Elasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 16:121-136, 1980.
- [30] J. Marzbanrad, A. Jamali. Design of ANFIS Networks Using Hybrid Genetic and SVD Methods for Modeling and Prediction of Rubber Engine Mount Stiffness. *International Journal of Automotive Technology*, 10(2):167-174, 2009.
- [31] F. Nándori, I. Páczelt, T. Szabó. Analysis of Incompressible Materials with p -version Finite Elements. *microCAD'2003*, Hungary, 2003.
- [32] R.W. Ogden. Nonlinear Elasticity with Application to Material Modelling. *AMAS Lecture Notes*, 2003.
- [33] R.W. Ogden, G. Saccomandi, I. Sgura. Fitting Hyperelastic Models to Experimental Data. *Computational Mechanics*, 34(6):484-502, 2004.
- [34] I. Páczelt. Rugalmas rendszerek érintkezési feladatának vizsgálata. *MTA Doktori Disszertáció*, 1982.
- [35] I. Páczelt. A végelem-módszer alapjai. *Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc*, 1993.
- [36] I. Páczelt. Végelem-módszer a mérnöki gyakorlatban. I. kötet, *Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc*, 1999.
- [37] I. Páczelt, A. Baksa, T. Szabó. Product Design Using a Contact-Optimization Technique. *Strojniski vestnik – Journal of Mechanical Engineering*, 53(7-8):442-461, 2007.
- [38] B. Pere, T. Szabó. Gumitömítés érintkezési feladatának vizsgálata nagy alakváltozás esetén. *GÉP* 10-11:104-107, 2007.
- [39] J.C. Simo, R.L. Taylor. Quasi-incompressible Finite Elasticity in Principal Stretches. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 85:273-310, 1991.
- [40] J.H. Sohn, S.K. Lee, W.S. Yoo. Hybrid Neural Network Bushing Model for Vehicle Dynamics Simulation. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 22:2365-2374, 2008.
- [41] B. Sun, Z. Xu, X. Zhang. Parametric Optimization of Rubber Spring of Construction Vehicle Suspension. *Global Design to Gain a Competitive Edge*, 4:571-580, 2008.
- [42] M. Suri. Analytical and Computational Assessment of Locking in the hp Finite Element Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 133(3-4):347-371, 1996.
- [43] T. Sussmanm K.J. Bathe. A Finite Element Formulation for Nonlinear Incompressible Elastic and Inelastic Analysis. *Computers & Structures*, 26(1-2):357-409, 1987.

- [44] S.R. Swanson, L.W. Christensen, M. Ensing. Large Deformation Finite Element Calculations for Slightly Compressible Hyperelastic Materials. *Computers & Structures*, 21(1-2):81-88, 1985.
- [45] B.A. Szabó, I. Babuska, B.K. Chayapathy. Stress Computation for Nearly Incompressible Materials by the p -version of the Finite Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28:2175-2190, 1989.
- [46] P.E. Uys, K. Jármay, J. Farkas. Optimal Design of a Hoist Structure Frame. *Applied Mathematical Modelling*, 27:963-982, 2003.
- [47] Z. Virág. Bordázott lemezek és héjak optimális méretezése. *PhD értekezés*, 2008.
- [48] O.C. Zienkiewicz, S. Qu, R.L. Taylor, S. Nakazawa. The Patch Test for Mixed Formulations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23:1873-1883, 1986.