

Miskolci Egyetem



GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR

**A SZÁRMAZTATÁSELMÉLET ALKALMAZÁSA ÉS A NUMERIKUS
MEGOLDÁS ELŐÁLLÍTÁSA GOLYÓS-MENETES
MOZGÁSÁTALAKÍTÓ MECHANIZMUSOKNÁL**
PhD értekezés

KÉSZÍTETTE:

HEGEDŰS GYÖRGY

okleveles gépészmérnök

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA,
GÉPEK ÉS SZERKEZETEK TERVEZÉSE TÉMATERÜLET,
SZERSZÁMGÉPEK TERVEZÉSE TÉMACSOPORT

DOKTORI ISKOLA VEZETŐ:

Dr. habil Tisza Miklós

egyetemi tanár

TÉMATERÜLET VEZETŐ:

Dr. habil Döbröczöni Ádám

egyetemi tanár

TÉMACSOPORT VEZETŐ:

Prof. Emeritus Tajnafői József

a műszaki tudományok doktora

TÉMAVEZETŐ:

Dr. habil Patkó Gyula

egyetemi tanár

TÁRSTÉMAVEZETŐ:

Dr. Takács György

egyetemi docens

Miskolc, 2012

TARTALOMJEGYZÉK

TARTALOMJEGYZÉK.....	I
TÉMAVEZETŐ AJÁNLÁSA.....	III
JELÖLÉSJEGYZÉK	IV
ÁBRAJEGYZÉK.....	VI
TÁBLÁZATJEGYZÉK.....	IX
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	X
1. BEVEZETÉS.....	1
1.1 IPARI ELŐZMÉNYEK.....	2
1.2 A DISSZERTÁCIÓ CÉLKITŰZÉSEI	2
2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS, TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK.....	5
3. A SZERSZÁMPROFIL SZÁRMAZTATÁSI MODELLJE, KEZDETI PARAMÉTEREK MEGHATÁROZÁSA	11
3.1 A SZÁRMAZTATÁSI MODELL BEMUTATÁSA	11
3.2 A KORONGDÖNTÉSI SZÖG VIZSGÁLATA.....	13
3.3 A KORONGDÖNTÉSI SZÖG MEGHATÁROZÁSA	16
3.3.1 <i>Newton-Raphson módszer nemlineáris egyenletrendszerek megoldására.....</i>	<i>19</i>
3.3.2 <i>Broyden módszer nemlineáris egyenletrendszerek megoldására.....</i>	<i>20</i>
3.4 A KORONGDÖNTÉSI SZÖG KÖZELÍTŐ NUMERIKUS MEGHATÁROZÁSA	21
3.4.1 <i>Korongdöntési szög meghatározása hengeres szárnál</i>	<i>21</i>
3.4.2 <i>Korongdöntési szög meghatározása kúpos szárnál</i>	<i>23</i>
3.4.3 <i>Számított korongdöntési szögek különböző golyósanyáknál.....</i>	<i>25</i>
3.5 AZ ÁTFOGÁSI SZÖG MEGHATÁROZÁSA.....	28
3.6 A KAPCSOLÓSZÖG MEGHATÁROZÁSA A TÜRÉSMEZŐ FIGYELEMBEVÉTELÉVEL.....	32
4. NUMERIKUS MÓDSZERREL ELŐÁLLÍTOTT SZERSZÁMPROFIL	38
4.1 A KEZDETIÉRTÉK-FELADAT (KÉF) MEGFOGALMAZÁSA.....	38
4.2 A KEZDETIÉRTÉK-FELADAT MEGOLDÁSA.....	41
4.2.1 <i>A Runge-Kutta-Bogacki-Shampine (ODE23) módszer</i>	<i>41</i>
4.2.2 <i>A Runge-Kutta-Dormand-Prince (ODE45) módszer.....</i>	<i>42</i>
4.2.3 <i>A két eljárás összehasonlítása</i>	<i>43</i>
4.3 A NUMERIKUS SZÁRMAZTATÁSI ELJÁRÁS BEMUTATÁSA.....	44
4.4 A SZERSZÁMPROFIL PONTJAINAK MEGHATÁROZÁSA.....	50
4.4.1 <i>A közelítő ellipszis egyenletének meghatározása a metszéspontok előállításához.....</i>	<i>51</i>
4.4.2 <i>Az ellipszisívek metszéspontjainak meghatározása.....</i>	<i>53</i>

4.4.3	A zavaró pontok kiszűrése.....	55
4.4.4	Az eljárás egyszerűsítése, gyorsítása.....	61
4.5	A VÉGLEGES KÖZELÍTŐ SZERSZÁMPROFIL ELŐÁLLÍTÁSA	62
4.6	A KÖZELÍTŐ PROFIL HIBÁJA	63
4.7	KÖZELÍTŐ SZERSZÁMPROFIL KONVENCIONÁLIS SZERSZÁMGÉPEKRE	67
4.7.1	Approximációs körívprofil meghatározása adott pontokra	67
4.7.2	Közelítő körívprofil meghatározása három pontra.....	70
4.7.3	A közelítő körívprofilok hibája	74
5.	MÉRNÖKI MÓDSZERREL ELŐÁLLÍTOTT SZERSZÁMPROFIL	78
5.1	BOOLEAN MŰVELETEK ALKALMAZÁSA A FELÜLET SZÁRMAZTATÁSÁRA	78
5.2	HATÁRFELÜLETEK METSZÉSE A FELÜLET SZÁRMAZTATÁSÁRA.....	83
6.	EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA, ÚJ FEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK	87
7.	ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK.....	88
	SUMMARY.....	90
	NEW SCIENTIFIC RESULTS	91
	IRODALOMJEGYZÉK	93
	A DISSZERTÁCIÓHOZ KAPCSOLÓDÓ JELENTŐSEBB PUBLIKÁCIÓK	102

TÉMAVEZETŐ AJÁNLÁSA

Hegedűs György okleveles gépészmérnök, egyetemi adjunktus

A származtatáselmélet alkalmazása és a numerikus megoldás előállítása golyós- menetes mozgásátalakító mechanizmusoknál

c. PhD értekezéséhez

A szerszámgépek fejlődésének egyik meghatározó tényezője a ma már önálló tudományterületként nyilvántartott mechatronika dinamikus fejlődése, mely két irányból is meghatározza a fejlődés ütemét. Egyrészt nő a szerszámgépeken alkalmazott különféle szoftver technológiák aránya, másrészt folyamatosan növekszik az alkalmazott ipari számítástechnikai eszközök műveleti sebessége. Ennek következtében az elmúlt években jelentősen nőtt a gyártóeszközök működési sebessége, ami komoly kihívások elé állítja a mechanikus rendszer elemeket fejlesztő és gyártó cégeket. A számjegyvezérlésű gyártóeszközökben leggyakrabban alkalmazott forgó-haladó mozgás-átalakító elemek a golyósorsók, melyek menetemelkedése – *az elvárt dinamikai követelmények miatt* – változatlan pontossági követelmények mellett megnőtt. Míg korábban a hagyományos golyósorsók konstrukciós és gyártási kérdéseit megoldottnak tekintették, a nagy menetemelkedésű mozgás-átalakítók új konstrukciós és gyártási problémákat vetnek fel.

Hegedűs György PhD értekezése a golyósorsók kritikus és nehezen gyártható alkatrészének a golyósanyák gyártásához szükséges köszörűkorong-profilok új szemléletű meghatározási módszereivel foglalkozik. A jelölt a szerszámprofil meghatározási módszereit a származtatás-elméletre alapozva a numerikus matematika és a tervezésinformatikai eszközrendszerét felhasználva dolgozta ki. A dolgozat egy közel egy évtizedes kitartó kutatómunka tapasztalatait mutatja be, mely a tudomány gazdagításán túl hozzájárul a magyar gépipar gyarapításához is. Az értekezésben bemutatott eredmények a jelölt saját eredményei.

Hegedűs György az elért eredményekről rendszeresen beszámolt a különböző hazai és nemzetközi fórumokon, eleget téve a Miskolci Egyetem Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola publikációs követelményeinek.

Az előzőek figyelembevételével jó szívvel javaslom az értekezés elfogadását és sikeres védés esetén a PhD fokozat odaítélését.

Miskolc-Egyetemváros, 2012. június 3.

Prof. Dr. Patkó Gyula
egyetemi tanár

JELÖLÉSJEYZÉK

GÖRÖG BETŰS JELÖLÉSEK

a	<i>kapcsolószög</i>	[°]
b	<i>átfogási szög</i>	[°]
g_k	<i>korongdöntési szög</i>	[°]
g_{kmax}	<i>maximális korongdöntési szög</i>	[°]
j	<i>menetemelkedési szög</i>	[°]
$\{\frac{F}{W}\}$	<i>kinematikai lánc által közölt mozgások halmaza</i>	

LATIN BETŰS JELÖLÉSEK

b_h	<i>biztonsági hézag</i>	[mm]
b_j	<i>járulékos elem (alátét) szélessége</i>	[mm]
b_m	<i>menethorony szélessége</i>	[mm]
b_{sz}	<i>szerszám (korong) szélessége</i>	[mm]
c	<i>csúcskörívek középpontjai közötti távolság</i>	[mm]
D_1	<i>az orsón előírt golyóközépponti átmérő</i>	[mm]
D_2	<i>a golyósanyán előírt golyóközépponti átmérő</i>	[mm]
D_3	<i>a golyósanya belső átmérője</i>	[mm]
D_{pw}	<i>a golyók középponti átmérője</i>	[mm]
D_k	<i>a köszörűkorong kezdeti átmérője</i>	[mm]
d_{szt}	<i>a szerszámtüske kis átmérője</i>	[mm]
D_{szt}	<i>a szerszámtüske nagy átmérője</i>	[mm]
D_w	<i>a golyó átmérője</i>	[mm]
e	<i>a golyóközépponti átmérő és a profilkörív közötti távolság</i>	[mm]
F_m	<i>munkadarabfelület</i>	
F_{sz}	<i>származtatófelület</i>	

k_a	<i>a szerszám gép adott mozgásban résztvevő alapkényszerei</i>	
k_l	<i>a kinematikai lánc alakítási mechanizmuson kívüli külső halmaza</i>	
L_k	<i>a szerszámkifutás nagysága</i>	[mm]
L_m	<i>a golyós menet hossza</i>	[mm]
L_n	<i>a golyósanya hossza</i>	[mm]
L_z	<i>a kúp hossza kúpos szerszámtüskénél</i>	[mm]
M_i	<i>i. profilmetszet</i>	
\mathbf{O}_A	<i>az anyaprofil köríve középpontjának helyvektora</i>	[mm]
O_c, x_c, y_c, z_c	<i>a csavarvonalhoz kötött koordináta-rendszer origója, tengelyei</i>	
\mathbf{O}_G	<i>a golyót helyettesítő kör középpontjának helyvektora</i>	[mm]
O_k, x_k, y_k, z_k	<i>a szerszámhoz kötött koordináta-rendszer origója, tengelyei</i>	
\mathbf{O}_o	<i>az orsóprofil köríve középpontjának helyvektora</i>	[mm]
O_p, x_p, y_p, z_p	<i>a menetprofilhoz kötött koordináta-rendszer origója, tengelyei</i>	
p_h	<i>menetemelkedés</i>	[mm]
\mathbf{P}_{tA}	<i>a kontaktpont helyvektora az anyán</i>	[mm]
$\mathbf{P}_{tO}, x_{tO}, z_{tO}$	<i>a kontaktpont helyvektora az orsón</i>	[mm]
r_A	<i>a golyósanya horonysugara</i>	[mm]
r_o	<i>a golyósorsó horonysugara</i>	[mm]
R_{pr}	<i>a normálmetszeti profilsugár</i>	[mm]
S_c	<i>a csavarvonal tengelyére illesztett sík, mely párhuzamos a világ-koordináta-rendszer YZ síkjával</i>	
S_k	<i>a szerszámtengely forgástengelyére illesztett sík</i>	
S_p	<i>a menetprofil normálmetszetének síkja</i>	
x_e	<i>O_k és O_c pontok közötti távolság x irányban</i>	[mm]
\mathbf{v}_k	<i>a szerszámtengely irányvektora</i>	[mm]

A felsorolásban nem szereplő jelöléseket a szövegben értelmezzük.

ÁBRAJEGYZÉK

3.1. ábra. A Tajnafői-féle alakítási mechanizmus modellje [98].....	11
3.2. ábra. A szerszámprofil meghatározásához alkalmazott modell.....	12
3.3. ábra. A golyósanya menetkösörülésének vázlata. Vastag vonal: normál, szaggatott vonal: módosított eljárás.	14
3.4. ábra. A munkadarab és a szerszám geometriai kapcsolata golyósanya menetkösörülésekor.....	14
3.5. ábra. Golyósanya megmunkálása konvencionális furatkösörű gépen	15
3.6. ábra. A szerszám-munkadarab térbeli helyzete	17
3.7. ábra. A szerszám-munkadarab helyzete a kezdeti érték meghatározásához hengeres szerszámszárnál...	22
3.8. ábra. A szerszám-munkadarab helyzete a kezdeti érték meghatározásához kúpos szerszámszárnál.....	24
3.9. ábra. A szerszámszár jellemző méretei	26
3.10. ábra. Az átfogási szög értelmezése	28
3.11. ábra. A csúcsíves anyaprofil normálmetszete.....	29
3.12. ábra. A golyósorsó kapcsolódó elemei és a kontaktpontok kialakulása (a: kettő valamint b: négy ponton érintkező elemek az előfeszítés típusától függően).....	32
3.13. ábra. A golyó normálmetszete a kontaktpontok síkbeli helyzetével	33
4.1. ábra. A numerikus származtatási eljárás általánosított folyamatábrája.....	46
4.2. ábra. Felületek metszései eredményei 32x25 méretű golyósanyánál.....	47
4.3. ábra. Felületek metszései eredményei 40x20 méretű golyósanyánál.....	47
4.4. ábra. Felületek metszései eredményei 40x30 méretű golyósanyánál.....	47
4.5. ábra. Felületek metszései eredményei 50x30 méretű golyósanyánál.....	47
4.6. ábra. Transzformált metszéspontok 32x25 méretű golyósanyánál	49
4.7. ábra. Transzformált metszéspontok 40x20 méretű golyósanyánál	49
4.8. ábra. Transzformált metszéspontok 40x30 méretű golyósanyánál	50
4.9. ábra. Transzformált metszéspontok 50x30 méretű golyósanyánál	50
4.10. ábra. Szomszédos ellipszisek metszéspontjának meghatározása	54
4.11. ábra. A származtatási eljárás eredményének ponthalmaza a nevezetes pontokkal	55
4.12. ábra. Ellipszisívek metszéspontjai	56
4.13. ábra. Interpoláló Bezier görbe és közelítő ellipszisz az alámetszési határpont meghatározásához.....	59
4.14. ábra. Az előállított közelítő szerszámprofil.....	60
4.15. ábra. Hibanormák 32x25 méretű golyósanya tükrözésekor	61
4.16. ábra. Hibanormák 40x20 méretű golyósanya tükrözésekor	61
4.17. ábra. Hibanormák 40x30 méretű golyósanya tükrözésekor	62
4.18. ábra. Hibanormák 50x30 méretű golyósanya tükrözésekor	62
4.19. ábra. Közelítő profil 32x25 méretű golyósanya és n=25 metszetenél	62
4.20. ábra. Közelítő profil 40x20 méretű golyósanya és n=25 metszetenél	62
4.21. ábra. Közelítő profil 40x30 méretű golyósanya és n=25 metszetenél	63
4.22. ábra. Közelítő profil 50x30 méretű golyósanya és n=25 metszetenél	63
4.23. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyánál.....	64
4.24. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyánál.....	65
4.25. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál.....	65

4.26. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál.....	65
4.27. ábra. Az approximációs körprofil a 32x25 méretű golyósanyánál.....	68
4.28. ábra. Az approximációs körprofil a 40x20 méretű golyósanyánál.....	68
4.29. ábra. Az approximációs körprofil a 40x30 méretű golyósanyánál.....	69
4.30. ábra. Az approximációs körprofil az 50x30 méretű golyósanyánál	69
4.31. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 32x25 méretű golyósanyánál.....	71
4.32. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 40x20 méretű golyósanyánál.....	72
4.33. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 40x30 méretű golyósanyánál.....	72
4.34. ábra. A közelítő körprofil három pontra az 50x30 méretű golyósanyánál	73
4.35. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyánál.....	74
4.36. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyánál.....	75
4.37. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál.....	75
4.38. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál.....	75
4.39. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyánál	76
4.40. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyánál	76
4.41. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál	77
4.42. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál	77
5.1. ábra. A szilárdtestekkel végrehajtott származtatás folyamatábrája	79
5.2. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 32x25 méretű anyánál.....	80
5.3. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 40x20 méretű anyánál.....	80
5.4. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 40x30 méretű anyánál.....	80
5.5. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 50x30 méretű anyánál.....	80
5.6. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 32x25 méretű anyánál.....	81
5.7. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x20 méretű anyánál.....	81
5.8. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x30 méretű anyánál.....	81
5.9. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 50x30 méretű anyánál.....	81
5.10. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 32x25 méretű anyánál	82
5.11. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x20 méretű anyánál	82
5.12. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x30 méretű anyánál	82
5.13. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 50x30 méretű anyánál	82
5.14. ábra. A felületekkel végrehajtott származtatás folyamatábrája.....	83
5.15. ábra. SSI műveletekkel előállított szerszámtest 32x25 méretű anyánál.....	84
5.16. ábra. SSI műveletekkel előállított szerszámtest 40x20 méretű anyánál.....	84
5.17. ábra. SSI műveletekkel előállított szerszámtest 40x30 méretű anyánál.....	84
5.18. ábra. SSI műveletekkel előállított szerszámtest 50x30 méretű anyánál.....	84
5.19. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 32x25 méretű anyánál.....	85
5.20. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x20 méretű anyánál.....	85

5.21. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x30 méretű anyánál.....	85
5.22. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 50x30 méretű anyánál.....	85
5.23. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 32x25 méretű anyánál.....	86
5.24. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x20 méretű anyánál.....	86
5.25. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x30 méretű anyánál.....	86
5.26. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 50x30 méretű anyánál.....	86

TÁBLÁZATJEGYZÉK

3.1. táblázat. Nagymenetemelkedésű golyósanyák jellemző méretei	25
3.2. táblázat. Alkalmazható tüskeméreték jellemző méretei.....	26
3.3. táblázat. Newton-Raphson és Broyden módszerek megoldásai $\gamma_{k0}=0$, $t_0=0$ kezdeti értékekre.....	27
3.4. táblázat. Newton-Raphson és Broyden módszerek megoldásai számított γ_{k0} , t_0 kezdeti értékekre.....	27
3.5. táblázat. Átfogási szögek nagymenetemelkedésű golyósanyáknál	30
3.6. táblázat. Szélsőértékek Neton-Raphson módszerrel.....	31
3.7. táblázat. Kapcsolószögek értékei nagymenetemelkedésű golyósanyáknál	36
3.8. táblázat. Kapcsolószögek minimális értékei a tűrések figyelembevételével.....	36
3.9. táblázat. Kapcsolószögek maximális értékei a tűrések figyelembevételével	37
4.1. táblázat. Egyenletek és változók száma a felületek megadásának típusa szerint.....	40
4.2. táblázat. Számítási műveletigények ode23 és ode45 eljárásoknál	43
4.3. táblázat. A közelítő profil eltérései különböző metszeteknél.....	64
4.4. táblázat. A közelítő ellipszisívek paraméterei különböző számú metszéspontokra	66
4.5. táblázat. Az approximációs körprofilok középpontjainak koordinátái és sugarai.....	70
4.6. táblázat. A kontaktpontok koordinátái a körprofilok meghatározásához	71
4.7. táblázat. A három pontra illesztett körprofilok középpontjainak koordinátái és sugarai.....	73
4.8. táblázat. Az approximációs körívek eltérései különböző metszeteknél	74
4.9. táblázat. A közelítő körívek eltérései különböző metszeteknél	76
5.1. táblázat. A jellemző eltérések értékei boolean eljárásnál különböző méretű golyósanyáknál.....	82
5.2. táblázat. A jellemző eltérések értékei SSI eljárásnál különböző méretű golyósanyáknál	86

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen disszertáció a Miskolci Egyetem Szerszámgépek Tanszékén végzett több éves kutatómunkám eredményeit foglalja össze. A kutatási témát a kecskeméti székhelyű Szimikron Kft. és a Miskolci Egyetem Szerszámgépek Tanszéke között több mint egy évtizede létrejött együttműködési kapcsolat szolgáltatta.

Ezúton szeretnék köszönetet mondani DR. PATKÓ GYULA és DR. TAKÁCS GYÖRGY témavezetőknek az értekezés elkészítésében nyújtott segítségéért és útmutató tanácsaiért. Köszönet illeti a Miskolci Egyetem Szerszámgépek Tanszékén dolgozó kollégáimat, amiért kutatómunkám során különböző területeken szakmai és erkölcsi segítséget nyújtottak. Külön megemlíteném DR. CSAKI TIBOR és DR. MAKÓ ILDIKÓ támogatását, biztató szavait. Köszönettel tartozom DR. SZILÁGYI ATTILA és DEMETER PÉTER közvetlen munkatársaimnak a disszertáció írása során nyújtott közreműködésükért, támogatásukért.

Köszönöm továbbá a Miskolci Egyetem Sályi István Műszaki Tudományok Doktori Iskola vezetőinek és tanárainak, hogy lehetőséget biztosítottak az értekezés elkészítéséhez, benyújtásához. Külön kiemelném DR. TISZA MIKLÓS professzor urat hasznos és értékes észrevételeiért és tanácsaiért.

Itt szeretném megköszönni a kecskeméti Szimikron Kft. vezetőinek, KERTÉSZ JÓZSEF és GAÁL JÓZSEF uraknak, valamint GERŐCS ISTVÁN főkonstruktornek, hogy lehetőséget biztosítottak a golyósorsók kutatásában, fejlesztésében és hasznos tanácsokkal, észrevételekkel láttak el a kutatómunka végzése során.

Szeretném megköszönni DR. DUDÁS LÁSZLÓ egyetemi docensnek az Alkalmazott Informatikai Tanszék vezetőjének értékes szakmai észrevételeit, tanácsait.

Végül, de nem utolsó sorban szeretném megköszönni családomnak és barátaimnak az erkölcsi támogatásukat.

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1-08/1-2008-0006, „A Miskolci Egyetem Technológia- és Tudástranszfer Centrumának Kialakítása és Működtetése” című, valamint a TÁMOP 4.2.1.B-10/2/KONV, „A Felsőoktatás Minőségének Javítása a Kutatás-Fejlesztés-Innováció-Oktatás fejlesztésén keresztül” című projektek részeként valósult meg.

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként – az új magyarországi fejlesztési terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

1. BEVEZETÉS

Túlzás nélkül kijelenthetjük, hogy a szerszámgépekben jelenleg leggyakrabban alkalmazott forgó mozgást lineáris mozgássá átalakító mechanizmus a golyósorsós mechanizmus. Számos kedvező tulajdonsága miatt széles körben alkalmazzák precíziós szerszámgépekben, műszerekben, orvosi diagnosztikai berendezésekben, stb.

A hézagatlanított golyós-menetes hajtásokat elsősorban szerszámgépek pozicionáló rendszereiben alkalmazzák, mint az elektromos kinematikai hajtáslánc (*EKL*) minőségi tulajdonságait jellemzően meghatározó mechanikus elemet. Az újonnan fejlesztett szerszámgépek pontossági és termelékenység paraméterei folyamatosan javulnak, elsősorban a szerszámgépvezérlések rohamos fejlődése miatt. Ezért szükséges a golyósorsók folyamatos fejlesztése is, egyrészt azok pontosságának és dinamikai tulajdonságainak javítása, másrészt az új szerszámgép fejlődési irányzatok kiszolgálása miatt.

Az utóbbi években nagyarányú technikai fejlődés figyelhető meg mind a gyártóeszközök fejlesztésében, mind a gyártástechnológia, valamint az automatizálás területén. Ez a fejlődés a minőségi jellemzők javulása mellett lehetővé teszi még pontosabb termékek, eszközök gyártását. Mivel minden alkatrészt, gépelemet, gépet szerszámgépeken készítenek, különösen fontos a szerszámgépek, valamint a szerszámgép-építőelemek pontosságának, megbízhatóságának növelése.

Egy szerszámgép megmunkálási pontosságát számos tényező befolyásolja, melyek közül meghatározó a pozicionálási pontosság. Ennek biztosítására napjaink *NC* és *CNC* számítógépezérlésű szerszámgépeiben – kedvező tulajdonságai miatt – a gördülőelemes hajtások terjedtek el. A gördülőelemes hajtások elterjedése lehetővé tette, a mellékidők csökkentésére való törekvés pedig megkövetelte a nagyobb menetemelkedésű orsók gyártását, melynek következtében hagyományos menetemelkedésű orsóknál elő nem forduló újabb problémák merültek fel.

A kutatások kizárólag az állandó menetemelkedésű, visszavezető taggal (*VV-tag*) szerelt golyósanyákra korlátozódtak, azonban az itt elért eredmények más típusú golyósanyák, valamint belső és külső hengeres felületekkel rendelkező munkadarabokra is alkalmazhatóak.

1.1 Ipari előzmények

A Miskolci Egyetem (továbbiakban *ME*) Mechatronikai és Anyagtudományi Kooperációs Kutatási Központja (továbbiakban *MeAKKK*) számára a SZIMIKRON Kft., mint a Kooperációs Kutatási Központ alapító konzorciumi tagja szerszámgép-mechatronikai részegységek kutatásával és fejlesztésével kapcsolatosan javasolt kutatási témákat, melyek közül az egyik a precíziós golyósorsók kutatására irányult. A kutatások korai fázisai a ME Szerszámgépek Tanszékén, három fő vonalon folytak:

- a váltópálya dinamikai (*pályasebesség, pályagyorsulás*), valamint a VV-tag környezetének (*szereelt orsó*) vizsgálata,
- a szerelés során fellépő szerelési hibák elemzése,
- a golyósanya megmunkálási pontosságának növelése.

A golyósorsó pontosságát, megbízhatóságát a fenti tényezők együttesen befolyásolják. A pályasebesség és pályagyorsulás meghatározása, valamint egy optimális pályageometria megalkotása különösen fontos, mert csak ezeknek az adatoknak az ismeretében kaphatunk képet a golyósorsók üzem közbeni állapotáról. A kapcsolódó dinamikai vizsgálatok Patkó Gyula vezetésével zajlottak.

A VV-tag környezetének számítógéppel segített geometriai vizsgálatát Takács György kezdte el az *AutoCAD* szoftver alkalmazásával. A későbbiek során a tanszék a lehetőségeihez mérten az *I-DEAS 8.0* integrált *CAD* rendszerben is elvégezte a geometriai vizsgálatokat, melynek során a pályagörbét meghatározó pontokban a görbére merőleges síkmetszetekben képet kaptunk a golyók valószínűsíthető helyéről. A számítógépes geometriai vizsgálatok megerősítették, hogy a golyósorsók összeszerelésekor szükség van egy olyan szerelési módszerre, amely lehetővé teszi az egyes alkatrészek egymáshoz viszonyított egzakt és reprodukálható helyzetét, ezzel csökkentve a tájolási és szerelési hibákat. A szerelőkészülék alkalmazásával a hagyományos menetemelkedésű (*széria*) orsóknál tapasztalt hibaarány számottevően csökkent. Az új igényeknek eleget téve azonban szükség van nagy, valamint extra nagy (*nagy a menetemelkedési szög*) menetemelkedésű golyósorsók előállítására is. Az extra nagy menetemelkedésű golyósorsók megjelenésével újabb probléma merült fel, melynek megoldása hagyományos megmunkálógépen igen nehéz feladat, egyedi- és kissorozatnál a fajlagosan nagy mellékidők miatt ráadásul költséges is.

1.2 A disszertáció célkitűzései

Az orsó befejező megmunkálásához szükséges korongprofil a konvencionális lefejtő, burkoló eljárásokkal a munkadarab menetprofiljának ismeretében származtatható. Az igazán kényes feladat az anya köszörűkorong-profiljának meghatározása abban az esetben, amikor a furatköszörű szerszámtengelyét nem lehet a golyósanya menetemelkedési szögének megfelelően bedönteni, mert a szerszámszár beleütközne a munkadarabba. A golyósorsó köszörülésekor a korongdöntés megvalósítható a szerszámszár és a munkadarab ütközése

nélkül. A továbbiakban csak azokkal az esetekkel foglalkozunk, ahol a szerszámtengely és a golyósanya tengelye által bezárt szög kisebb, mint a golyósanya menetemelkedési szöge.

- A szerszámprofil meghatározásához a származtatáselméletet felhasználva egy újszerű megközelítést vezetünk be a származtatott szerszámfelület előállításához. A módszer forgásszimmetrikus szerszámokra más jellegű munkadaraboknál is alkalmazható.
- Extrém nagy menetemelkedésű, kis szériaszámú golyósanyáknál a korongdöntési szöget gyakran a szerszám gép mellett, empirikus úton határozzák meg a próbamegmunkálások mérései útján. A golyósanya jellemző méretei alapján szükséges maximális korongdöntési szög meghatározása igen fontos feladat a profiltorzulás miatt. A peremfeltételek ismeretében korongdöntési szög számítását numerikus közelítő eljárással határozzuk meg. A közelítő korongdöntési szög meghatározását *Newton-Raphson* és *Broyden-módszerrel* is elvégezzük és a számítások eredményeit összevetjük. A későbbi számításokat a számítási pontosság és az iterációs számítási műveletigények szempontjából kedvezőbb eljárással fogjuk elvégezni.
- A felületek metszeteinek előállítását, a kezdeti értékek figyelembevételével, numerikus módszerekkel kívánjuk meghatározni. A közönséges differenciálegyenletrendszer *Runge-Kutta módszerrel* oldjuk meg. Az előállított síkmetszetek alapján a szükséges szerszámprofil előállítható. Hagyományos menetkösörűgépek alkalmazásakor – ahol körívprofil szabályozására van csak lehetőség – szükséges a szerszám gép paramétereinek figyelembevételével az optimális szerszámkörív számítása. *CNC* szerszámgépeknél a szerszámprofil előállítása a számított pontok lineáris-, vagy körinterpolációjával valósítható meg.
- Golyósorsóknál szükséges a teljes profil köszörülése, azonban a működés során a golyók az előfeszítés hatására a gótikus körív méreteinek megfelelően egy ún. kontakt-csavarvonalon futnak (miközben eltekintünk a rugalmas deformációtól és feltételezzük, hogy merev testként viselkednek). A pontosabb megmunkálási eredmények érdekében a szerszámprofil meghatározását úgy kell elvégezni, hogy annak hibája a kontaktpontokban minimális legyen, figyelembe véve a golyósanyára előírt pontossági tűrések értékeit is.
- A numerikus eljárások, számítások megoldását *MATLAB* szoftverrel végezzük el, a szimbolikus matematikai összefüggéseket és egyenleteket *MUPAD* és *MAPLE* szoftverekkel ellenőrizzük. A *MATLAB* szoftverhez fejlesztett grafikus felhasználói felület (*MATLAB GUI*) segítségével a kapott eredmények vizuálisan is ellenőrizhetővé válnak.
- Mivel egy golyósanyánál a számított szerszámprofil a szerszám kezdeti méreteire érvényes, ezért szükséges a megmunkálások során a szerszámkopás figyelembevétele. A köszörűkorong D_k átmérőjének csökkenése a szerszámprofil újbóli meghatározását vonhatja maga után. A fogásvétel (x_e) növekedéséből eredően változhat a korongdöntési szög is (*csökkenő* γ_k). A szerszámprofilok meghatározását paramet-

rikus *CAD* rendszer programozásán keresztül is megoldjuk. A *CAD* rendszer által szolgáltatott eredményt a numerikus eljárással meghatározott megoldással utólag összevetjük.

A fenti célkitűzések megvalósításakor a gótikus körívű menetprofillal ellátott golyósanyák befejező köszörülő megmunkálásához szükséges szerszámprofil pontosabb meghatározására lesz lehetőség. A grafikus felhasználói felületnek és a *CAD* rendszernek köszönhetően a kapott eredmények megjelenítése és további ellenőrzése könnyebben elvégezhető. Az esetleges módosításokra még a tervezési fázisban lehetőség nyílik, csökkentve ezzel a hibalehetőséget.

A parametrikus tervezőrendszerrel meghatározott, különböző szerszámátmérőkhöz tartozó szerszámprofilok gyorsan előállíthatók, az asszociatív modellnek köszönhetően rugalmasan módosíthatók, új golyósanyánál és szerszámméreteknél a paraméterek állításával a megváltozott eredmények szinte azonnal rendelkezésre állnak. Az így előállított eszközrendszerrel a tervezési idő nagyságrendekkel csökkenthető, ami komoly költségmegtakarítást eredményez az ilyen munkadarabok gyártásával foglalkozó cégek számára.

Mindkét módszer előnye, hogy a felületet leíró egyenletek megadásával lehetőség adódik más profilú munkadarabok szerszámprofiljának meghatározására is.

2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS, TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK

A megmunkálási pontosság növelése, valamint a mellékidő csökkentése iránti igény fokozódásával párhuzamosan jelentek meg a golyós- illetve görgősorsók a szerszámgépek mellék-hajtóműveiben. Kedvező tulajdonságai miatt a golyósorsók gyorsan terjedtek, miközben újabb és újabb változatok kerültek bevezetésre [19], [40], [45], [60], [104]. Ezek között alapvető különbség csak a golyó-visszavezetés módjában van. Vannak azonban más figyelemre méltó megoldások is például, ahol váltakozva követik egymást kerámia és acélgolyók [94].

A precíziós golyósorsókat *CNC* vezérlésű soros és párhuzamos kinematikájú szerszámgépek mellék-hajtásaiban alkalmazzák. Minden mellék-hajtás egy összetett rendszer, melyek eredő pontossága adódik az egyes gépelemek, szabályozóelemek, valamint a vezérlések pontosságának összegével. A szabályozás- és vezérléstechnika rohamos fejlődésével ezen elemek pontossága is folyamatosan javul.

J. S. Chen és *I. C. Dwang* egy piezoelektromos előfeszítésű anyával szerelt golyósorsós mechanizmust vizsgáltak aktív előfeszítéssel (hajtás közben változtatható) és nagy pontosságú mozgásvezérléssel. A vizsgált mechanizmust hosszúlökétű, nagysebességű és ultraprecíziós szerszámgépeknél alkalmazzák, ahol a gyorsjáratú mellékmozgásnál a golyósanya előfeszítését a piezoelektromos aktuátorok vezérlésével csökkentik, így redukálva a súrlódó erőt, az ebből eredő kopást és melegeledést. Kúszó menetben a pozicionálási pontosság növelése érdekében a golyósanyát a piezoelektromos aktuátorokkal nagyobb erővel előfeszítik, melynek eredményeképpen a merevebb golyósorsós mechanizmus pozicionálási pontosságának a hibája a nanométeres tartományba esik [14].

Az utóbbi években a nanotechnológiai fejlődésnek köszönhetően a nagy pontosságú rendszerek iránti igény egyre fokozódik. Olyan rendszerek között, amelyek széles tartományban biztosítják a precíz pozicionálási képességet, a golyósorsós hajtások széles körben elterjedtek az ipari alkalmazásokban és kutatási területeken is. *C. L. Chen*, *M. J. Jang* és *K. C. Lin* a súrlódási állapotokat statikus és dinamikus tartományokra felbontva vizsgálták egy ilyen rendszer működését. A vizsgált modell megbízhatóságát a számítási és mérési eredmények közötti koherencia igazolta. Az integrál típusú csúszó-mód szabályozás (*sliding mode control=SMC*) gyakorlati eredményei bizonyították a rendszer nagy pontosságú (*10nm*) és nagy löketű (*10cm*) pozicionálási teljesítményét [13].

Nagypontosságú pozicionálási rendszerek mástípusú megvalósíthatóságát tanulmányozta *Yau* és *Yan*. Hagyományos esetekben a vezérelt elmozdulásokat a szubmikronos és nanométeres tartományokban rendszerint piezoelektromos aktuátorokkal valósítják meg könnyű szabályozhatóságuk és magas sáv szélességük miatt. A piezoelektromos aktuátorok elmozdulási tartománya azonban igen kicsi. Az új adaptív csúszó-mód szabályozással nagyobb elmozdulási tartományban biztosítható a fokozott pozicionálási pontosság. Számos tanulmányban a súrlódás okozta állapotot nem bontják fel statikus és dinamikus tartományokra a vezérlés megtervezésekor. A súrlódás nem megfelelő kezelése a szabályozásban pozicionálási pontatlanságokhoz vezet és nem valósítható meg a nagypontosságú pozicionálás. Az adaptív csúszó-mód szabályozás által megvalósított vezérléssel, amely a súrlódási tartományokat statikus és dinamikus tartományra bontja egyszerűsíthető a vezérlési séma, miközben kihasználhatók a kedvező tulajdonságok (gyors válaszidő, jó tranziens teljesítmény, érzéketlenség a paraméterek változása vagy a külső zavaró tényezőkkel szemben) is [103]. *G. J. Maeda, K. Sato* egy praktikus pont-pont (PTP) pozicionálási vezérlési módszert mutat be hagyományos golyósorsós mechanizmusnál. Az ultraprecíziós pozicionálás megvalósításához egy trajektória követő (NCTF) vezérlést alkalmaznak. Az alkalmazott vezérléssel a rendszer pozicionálási pontossága még változó súrlódási viszonyoknál is 5nm [78].

J. P. Hung, J. S. S. Wu, J. Y. Chiu külső („csöves”) visszavezető taggal szerelt golyósorsós mechanizmusokat vizsgáltak. A magas üzemi fordulatszám következtében impulzív ütközések lépnek fel az acélgolyók és a cső fala között, amely nagy mechanikai igénybevételt okoz viszonylag rövid szervizidő alatt is. A probléma megoldásához *Dirac*-féle impulzus-sorozat által terhelt súrlódásos érintkezési modellt alkottak meg.

A modell megbízhatóságát a mérések igazolták, így az elvégzett számítások segítségével és a visszavezető tag geometriájának módosításával a koncentrált feszültséggyűjtő helyek csökkenthetők [52].

Braccesi, L. Landi rugalmas-képlékeny modell alapján vizsgálta a golyósorsók visszavezető tagjára ható impulzív terheléseket a rendszer rugalmas-képlékeny feszültséghatárának meghatározásához. Az impulzív terhelés feszültséghatárát gyakran egy járulékos képlékeny deformáció okozza, melyet a maximálisan megengedett képlékeny deformáción alapuló egyenértékű *Hertz* feszültség alapján írnak le. A megengedett deformációt egy ismert visszavezető rendszer anyagának kísérleti vizsgálatain keresztül állapították meg. Az elért eredmények alapján újabb visszavezető rendszer konfigurációk tervezése végezhető el a jól ismert és egyszerűbb rugalmas *Hertz* formulával [11].

Egy szerszám gép hajtásteljesítményének meghatározásához el kell végezni a teljes mechatronikai rendszer dinamikai vizsgálatát. A gépállvány és a hozzá tartozó golyósorsós mellékhatás hatékony modellezése véges elemes módszer (VEM) segítségével lehetséges, melynek alkalmazása megköveteli egy alkalmas geometriai modell megalkotását. A VEM modellt a tengelyvezérlő rendszer mechatronikai modelljébe integrálva a pozicionáló és sebességvezérlő kör viselkedése szimulálható [104].

A hő okozta deformáció közvetlen pozicionálási hibát okoz a golyósorsós mellékhajtásokban. *Huang* többszörös regressziós módszerrel elemezte a hő okozta deformáció hatását. Vizsgálataiban feltételezte, hogy a tengely csapágyazásai, valamint a golyósanya a lényeges hőforrások, és ezek egymástól függetlenül hatnak. A vizsgálatok eredményei megmutatták, hogy ezzel a módszerrel jól megbecsülhetők a hő okozta deformációk még változó fordulatszámnál is [51]. Folyamatos üzem közben – az idő múlásával – a hő okozta deformációk növekednek, a pozicionálási pontosság csökken. Nagy előtolási sebességnél, valamint pozicionálási pontosságnál a hőmérsékletnövekedés okozta hibák dominánsak a teljes hiba tekintetében. *Kim* és *Cho* végeeselemes modelljében a hő okozta deformációkat vizsgálta. A modell alapján előre meghatározható a hiba nagysága, amelyet mérésekkel igazoltak [59].

A precíziós gépelemek, például a golyósorsók gyártásánál különféle forgácsolási hibák lépnek fel. *Yang* és *Park* a nem megfelelő beállításokból eredő hibák hatásait vizsgálta, mint amilyen a csúcsok között befogott munkadarab egytengelyűségi hibája, a főorsó ütese, valamint a központfurat és a csúcs nem megfelelő felületi érintkezése. Vizsgálataik során arra a megállapításra jutottak, hogy ezek közül a legfontosabb az egytengelyűség helyes beállítása, melyet egy automatikus beállító készülékkel biztosítottak [100]. A geometriai hibák nem csak a pozicionálási pontosságra, hanem a golyósorsós mechanizmusban elhelyezkedő golyók által felvett terhelés eloszlására is hatással vannak. A pozitív-negatív geometriai hibák a golyókon ébredő kontakt *Hertz* feszültséget a hiba jellegének és mértékének megfelelően befolyásolják [83].

A mechanikus elemek gyártási pontossága nemcsak a helyes gyártástechnológia megválasztásától, hanem a munkadarab felületének előállításához szükséges szerszám geometriai pontosságától is függ [35], [50], [62], [77], [102].

A forgácsolással előállított munkadarab felületét a szerszám származtató felületének eredményeként kapjuk meg, amely a szerszám burkolófelületeként jön létre annak mozgása során. Számos tanulmány foglalkozik a munkadarab felületének származtatásával, melyhez koordinátatranszformációt és differenciálgeometriai megközelítést alkalmaznak. Ezeket a matematikai módszereket fogas- és csigakerék-hajtásoknál több kutató is vizsgálta, ahol a fogfelülethez kapcsolódó felületpár matematikai leírása volt a cél. Térbeli fogazatok kapcsolódási viszonyainak elméletével *T. Olivier* és *H. I. Gohman* foglalkozott. *Olivier* alkalmazta elsőként a származtató felületet a burkolófelület előállításához [85], *Gohman* pedig térbeli fogazatok kapcsolódási viszonyait elemezte analitikus modellen keresztül [41]. Az egyre szélesebb körű eredményeknek köszönhetően arra a következtetésre jutottak, hogy a bonyolult analitikus valamint numerikus számítások helyett a kapcsolódási viszonyokat kinematikai módszerrel vizsgálják, amely leegyszerűsíti a vizsgálatokat. Hatékony és alkalmas módszereket nemzetközi és hazai kutatók is eredményesen kidolgoztak, valamint tovább fejlesztették azokat. A külföldi kutatók közül *Litvin* tudományos eredményeit kell megemlíteni [66]-[76]. Hazai tudományos eredményeket elért kutatók ezen a területen –

akiket ki kell emelni – *Szeniczai L., Magyar J., Tajnafői J., Lévai I., Bercsey T., Drobní J., Dudás I. és Dudás L.*

Szeniczai L. kezdeményezte a csigahajtóművekkel kapcsolatos kutatásokat az 1950-es években, ő javasolta a konjugált felülepár alkalmazását [96].

Magyar J. ugyanebben az időszakban evolvens és konvolut csavarfelületek kapcsolódási viszonyait vizsgálta [79].

Tajnafői J. a szerszámgépek struktúra képzését bevezetve meghatározta a különböző technológiai paramétereknek megfelelő elméleti alapokat, valamint a mechanizmusok származtatásméletét felhasználva új tervezési módszereket vezetett be a szerszámgép struktúra változatok képzésére [97], [98].

Lévai I. térbeli hajtásokkal foglalkozott, többek között vizsgálta a vonalfelületű, változó mozgású, kitérő tengelyű hajtópárok fogazásméletének, valamint hipoid hajtások tervezésének kérdéseit [64], [65].

Bercsey T. a kinematikai módszert felhasználva különböző csigahajtások kapcsolódási viszonyait, valamint a toroidhajtásokat is vizsgálta. A kutatásai során a geometriai hibák hatásainak kérdéseire is kitért, valamint új tribológiai modellt alkotott a csigahajtópárok fogfelületei érintkezésének vizsgálatához [4]-[9].

Drobní J. az ívelt profilú-, valamint a globoid csigahajtások elméletével foglalkozott [23], [25]. A köszörülhető globoid csigahajtásokra vonatkozó eredményeit a kandidátusi értekezésében foglalta össze [24].

Dudás I. számos csigahajtás kapcsolódási problémájával, gyártástechnológiai kérdéseivel foglalkozott, többek között a tengelymetszetben ívelt profilú csigahajtással, valamint a spiroidhajtással. Eredményeit több hazai és nemzetközi konferencián is ismertette [26]-[29], a csigahajtások elméleti és gyakorlati kérdéseiről tekintélyes angol nyelvű könyve jelent meg [30]. Az utóbbi években több PhD disszertációnak volt témavezetője, melyekben csigahajtások gyártásgeometriájának fejlesztésével, elemzésével foglalkoztak [3], [86].

Dudás L. a kapcsolódó felülepárok gyártásgeometriai kérdéseit vizsgálta az általa megalkotott elérés-modell alapján, melynek eredményeként egy újszerű köszörűgép-konstrukciót állított elő [31], [32]. A kapcsolódási viszonyok elemzésére saját fejlesztésű számítógépes programot (*Surface Constructor*) alkotott meg, melynek segítségével a bonyolult kapcsolódó felülepárok geometriai, kinematika viszonyainak vizsgálatára is lehetőség nyílik [33].

A generáló felület meghatározására több módszert is kidolgoztak. Az utóbbi években a számítógéppel segített modellezés eszközrendszereinek alkalmazása is előtérbe került [55], [93].

A külső-belső csavarhoronyok forgácsolási problémájának megoldása a gyakorlatban még túlnyomórészt empirikus módon történik. *Kang, Ehmann és Lin* az analitikus megoldáshoz egy általánosított forgácsolási CAD modellt állított elő, felhasználva emellett kinematikai és differenciálgeometriai összefüggéseket. A modell megalkotásánál a generáló szerszámfelület és a generált csavarhorony felület közötti kapcsolatot vették figyelembe. Az általános matematikai összefüggések bevezetésével meghatározható az adott csavarhorony-

felület vagy szerszámprofil. A kapcsolódási modellek meghatározásához a CAD modellen alapuló numerikus algoritmusokat dolgoztak ki. A profilkeresztmetszetek érzékenysége a beállítási paraméterek és a szerszámprofil hibák figyelembevételével meghatározható és a legérzékenyebb szerszám-gép-paraméterek azonosíthatók [56], [57]. *Ivanov* és *Nankov* szintén egy általánosított analitikus módszert dolgoztak ki csavarfelületek megmunkálására forgó szerszámoknál. A szerszámprofilat diszkrét módon (pontként) határozták meg. A matematikai modell megalkotásával meghatározták a számításokhoz optimális pozíciót, biztosítva ezzel a szerszám térbeli orientációját, amely megadja a hátramunkált profilmaró valós geometriáját. A szerszámbeállítás és a profilozó eljárás bemenő adatainak hatását vizsgálták a csavarfelület pontosságára vonatkozóan [53], [54].

Abrazív alakos szerszámok profiljának meghatározására alkalmas módszereket több orosz kutató is megvalósított *Makarov* közreműködésével. Vizsgálataikhoz és az eredmények ellenőrzéséhez, valamint szimulációjához CAD eszközöket (*SolidWorks*) is felhasználtak. Kutatásaik során elsősorban fogaskerekek fogprofiljának megmunkálásához szükséges szerszámgeometria meghatározásával foglalkoztak [80], [81]. Precíziós fogaskerékhajtásokra *Radzevich* végzett hasonló elemzéseket [89].

CAD eszközzel alkalmazásával generált felület előállításának egy másik megközelítése *Mohan* és *Shunmugam* nevéhez fűződik. A szerszámot és a munkadarabot szilárdtestként modellezve diszkrét *boolean* kivonási műveletekkel származtatták a munkadarab felületét a kinematikai kapcsolatnak megfelelően. A forgácsoló megmunkálás szimulációját *AutoCAD Mechanical Desktop* program alatt egy *szkript* fájl futtatásával valósították meg, amit egy általuk fejlesztett C programmal állítottak elő. Az eljárást kétféle szerszám típusra (tárcsás, száras) is demonstrálták egy komplex csigahajtáson keresztül, ahol mind a csigakereket, mind a csigatengelyt előállították. Az eljárással nemcsak forgácsolt munkadarabot tudták származtatni, hanem az érintkezési vonalat is [84].

Xiao, *Li*, *Wang* és *Liu* a fluid technikában alkalmazott konjugált csavarfelületű csavar-kompresszorok tengelyeinek meghatározására dolgoztak ki egy szoftvercsomagot, mellyel nem csak a munkadarabprofil előállítását, hanem a teljesítményanalízist és a szerszámprofil meghatározást is el tudták végezni [101].

Kagiwada és *Harada* kidolgoztak egy módszert golyósorsó befejező köszörülő megmunkálásához. Az eljárás lényege az volt, hogy hagyományos köszörűkorongokat alkalmaztak profilkorongok helyett, így nem volt szükség a teljes kölehúzásra. Az így létrehozott menetnél a korong tengelyét a számított optimális korongdöntési szög szerint kell beállítani, mely az orsó beállítási szögétől és a köszörűkorong paramétereitől függ. Azt az optimális korongdöntési szöget, amely a minimális geometriai hibát eredményezi számítógéppel segített numerikus szimulációval határozták meg különböző szabványos korongalakokra [46].

A gótikus golyósanyamenet két azonos sugarú szimmetrikusan eltolt körívből áll, melynek befejező köszörülő megmunkálását profilos köszörűkoronggal végzik. A szerszámprofil a menetprofilnak megfelelően kerül kialakításra és a megmunkálás során a szerszámot a me-

netemelkedési szögnek megfelelően bedöntik. A golyósanya belső menetfelületének köszörülését a köszörütüske és a munkadarab belső felületének interferenciája korlátozza. Az alkalmazott megoldásnak köszönhetően a szerszámot a menetemelkedési szögtől függetlenül bedöntik, anélkül hogy a köszörütüske és a munkadarab egymásba ütközne, miközben a korongra egy optimális profilt szabályoznak és a megmunkálás eredményeként a golyósanya megkapja a gótikus profilt. A köszörülési szimulációk igazolták, hogy a módszer alkalmazásával pontosan előállítható a gótikus menet, azonban vannak a menetfelületnek olyan szakaszai, melyek pontatlanok [49].

A kutatások nemcsak a szerszámgeometria meghatározására, hanem a különböző forgácsolástechnológiai eljárások fejlesztésére is irányulnak. A [42], [43] kutatási jelentésekben egy új tükrösítési (*leppelési*) módszer fejlesztéséről számolnak be, mellyel nagy pontosságú precíziós golyósorsós mechanizmusok orsóinak befejező megmunkálását végzik. A köszörült orsók ilyen befejező megmunkálásának eredményeképpen a várható pontosság, üzemi tulajdonságok és az orsó élettartama kedvezőbben alakul a hagyományos eljárással készült orsókkal összehasonlítva. A cél egy automata leppelőgép megépítése volt, amellyel a precíziós orsók befejező megmunkálását és nyomatékmérését is magvalósíthatják.

A golyósorsó kapcsolószöge hatással van annak várható élettartamára. A valós kapcsolószög meghatározásához szükség van az orsó-, anyamenet és a golyó gyártás során megvalósított méreteire. Az orsómenet profilja és a golyó méretei viszonylag könnyen és egyszerű mérőeszközökkel mérhetők. A golyósanya belső menetprofiljának mérése azonban nehézségekbe ütközik, ennek kiküszöbölésére *Chena*, *Houa* és *Chiub* egy újfajta mérési módszert fejlesztettek ki golyósorsó kapcsolószögének meghatározására a fotoelasztikus hatást, valamint a digitális képfeldolgozás technikáit felhasználva. A golyót egy fotoelasztikus lemezzel helyettesítve, egy mérőkészülék segítségével a legyártott orsóban mérhetővé válik a kapcsolószög az érintkezési pontokban a digitalizált képeket feldolgozva. Figyelembe véve a mérési pontosságot, valamint a mérés megbízhatóságát elfogadható eredményeket kaptak, tekintettel a módszer költséghatékonyságára, és arra, hogy a módszerrel helyettesítheti a gyakran használt profilmérő műszert [15].

Az irodalomkutatás eredményeinek feldolgozásából egyértelműen kiderül, hogy a legtöbb elemzés a golyósorsót szerszámgépelemként vizsgálja és azt is úgy, mint egy összetett rendszer részét. A gótikus körívvel rendelkező belső menetfelületű munkadarabok – mint a golyósanyák – megmunkálásához szükséges szerszámprofil meghatározásával csak kevés szakirodalom foglalkozik, és ezek többsége is az elmúlt évtizedben íródott. A különböző fogaskerék- és csigahajtásoknál nagyságrendekkel több kutatás foglalkozott a gyártástechnológiai problémák vizsgálatával, ezeknek az eredményei nagyfokú részletességgel megtalálhatók. Az ott levont következtetések részben, vagy egészében érvényesek lehetnek golyósanyák megmunkálására is, azonban a disszertációban alkalmazott modell – a kinematikai módszer helyett – egy újszerű megközelítésben vizsgálja a származtatott szerszámfelület előállítását.

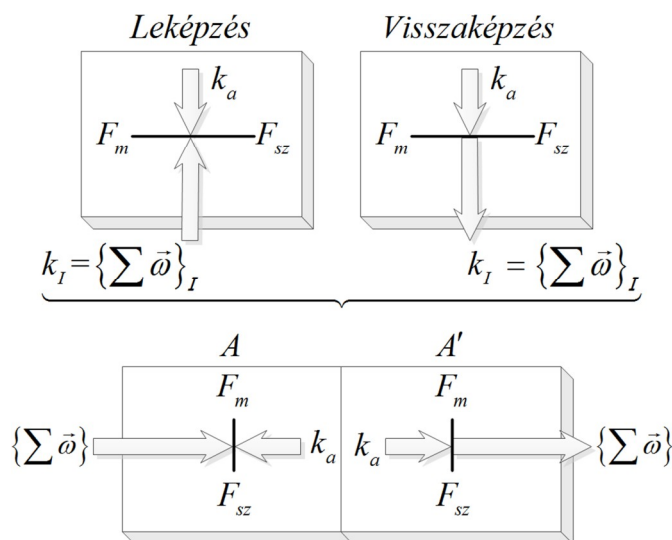
3. A SZERSZÁMPROFIL SZÁRMAZTATÁSI MODELLJE, KEZDETI PARAMÉTEREK MEGHATÁROZÁSA

Ebben a fejezetben bemutatjuk a *Tajnafoői-féle* származtatási elmélet alapján megalkotott golyósanya megmunkálására alkalmas származtatási modellt. A modell valamint a szerszám- és munkadarab paraméterek alapján meghatározzuk a megmunkáláshoz alkalmazható korongdöntési szöget.

Meghatározzuk azt az intervallumot, amelyen a munkadarab és a szerszám érintkezik egymással, ennek a tartománynak a jellemzésére bevezetjük a β átfogási szög fogalmát. A 4.7 fejezetben bemutatásra kerülő profil előállításához meghatározzuk a kapcsolószög értékeit a tűrések határértékeinek figyelembevételével.

3.1 A származtatási modell bemutatása

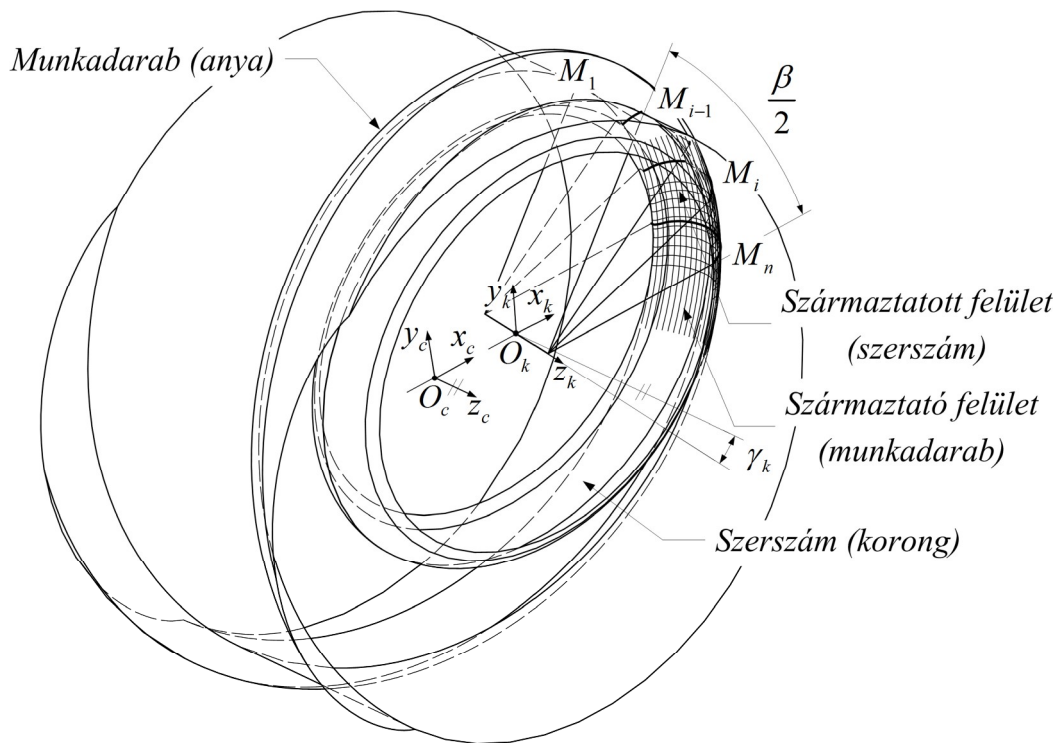
Az itt bemutatásra kerülő mechanizmusokra érvényes elveket, szemléletet *Tajnafoői* fogalmazta meg [98]. A szerszám és munkadarab kapcsolódását elemezve a következő megállapításokat tehetjük: a szerszám pontjai a munkadarab koordináta-rendszerében egy összefüggő térrészt írnak le mozgásuk során. A munkadarab felülete a szerszám által metszett tér határfelületeként áll elő a munkadarab határfelületének korlátai alapján (*leképzés*).



3.1. ábra. A *Tajnafoői-féle* alakítási mechanizmus modellje [98]

A származtató felület hasonlóan definiálható (*visszaképzés*): a kész munkadarab felületének pontjai a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben viszonyított mozgásuk során összefüggő térrészt leíró pályákat futnak be. A származtató felület a munkadarab által metszett térrész határfelülete.

A modell megalkotásához ismernünk kell a kívánt geometriai pontosságú munkadarabot és a szabályozatlan szerszám kiinduló méreteit. A munkadarab és a szerszám egymáshoz viszonyított térbeli helyzete (fogásvétel, korongdöntési szög) ismert. Tegyük fel, hogy a 3.2. ábra koordináta-rendszereinek x_c és x_k tengelyei egybeesnek, ahol x_c a munkadarabhoz, x_k a szerszámhoz rendelt koordináta-rendszerek tengelyei. Az $\overline{O_c O_k}$ szakasz hossza a szerszám átmérőjéből és a fogásvétel nagyságából meghatározható. A γ_k korongdöntési szöget a z_c és z_k tengelyek között értelmezzük az y_c - z_c síkban. Menetköszörüléskor a golyósanya teljes menetfelületének megmunkálásakor egy fogásvétel alatt ezek a paraméterek állandók.



3.2. ábra. A szerszámprofil meghatározásához alkalmazott modell

A szerszámprofil a munkadarab elméleti méreteiből és az előzetesen meghatározott korongdöntési szög alapján származtatjuk, nevezzük ezt az esetet inverz feladatnak. Ha a valóságban így állítanánk elő a szerszámprofil, akkor a szerszám folyamatos forgó mozgást végezne és a kívánt profil a szerszám egy teljes körülfordulása alatt előállna minden tengelymetszetben. A szerszám és a munkadarab a β szöggel jellemezhető tartományban érintkeznek, ezért ha a szerszám elfordulása ezt az értéket elérte, már található legalább egy olyan síkmetszet, amely a szerszámprofil tartalmazza. Jelen esetben a szerszám nem csak a forgástengelyére szimmetrikus, hanem az x_k és y_k tengelyekkel megadott szimmetriasíkra is (ez a gótikus körívprofil miatt következik). Ezért a származtatott szerszámprofil szintén

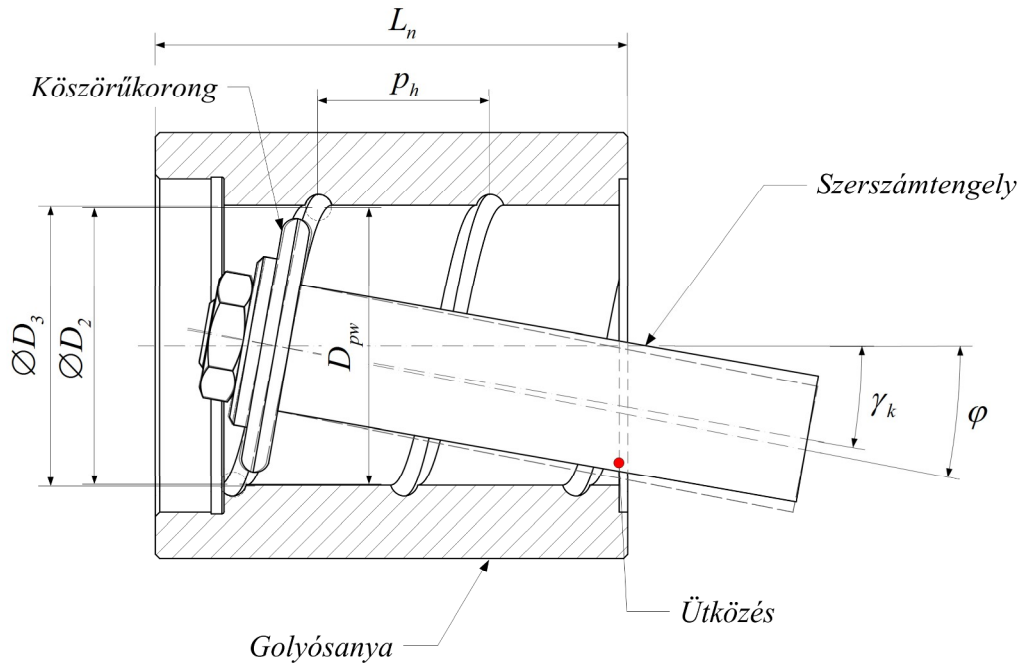
szimmetrikus lesz, így az már $\beta/2$ szögtartomány alapján meghatározható. Forgásszimmetrikus szerszámnál valamennyi – a forgástengelyen átmenő – síkmetszet kontúrja megegyezik egymással. Mivel a származtatott felület (szerszám) forgásfelület, és annak a szimmetriatengelyén átmenő metszősík a szerszámprofil tartalmazza, ezért a szerszám helyettesíthető egy félsíkkal, a szerszámprofil származtatásához ennek a félsíknak és a származtató felületnek a síkmetszeteit kell meghatározni. A származtatási eljárás során a profil meghatározásához n számú metszet előállítására van szükség. A szerszám folyamatos elfordulásának modellezésekor $n \rightarrow \infty$ adódna, ezért a szerszámprofil közelítő megoldását oly módon keressük, hogy a félsíkot elforgatjuk diszkrét lépésekben a $\beta/2$ tartományban, és az így kapott síkmetszetekből állítjuk elő a szerszámprofil. A metszetek előállítása numerikus eljárással történik, azonban az eljárás elindítása előtt szükséges a γ_k korongdöntési szög és a β átfogási szög meghatározása.

3.2 A korongdöntési szög vizsgálata

A csúcsíves profilú golyósanya-golyósorsó mozgásátalakító mechanizmusokat számos helyen alkalmazzák a nagysebességű megmunkálási igények következményeként. A gótikus profil tulajdonképpen két azonos sugarú, adott értékkel eltolt középpontú körívből áll a menet normál metszetében vizsgálva. Az ilyen profilú precíziós golyósorsók befejező megmunkálására leggyakrabban profilköszörülést alkalmaznak [49]. Nagypontosságú ultraprecíziós orsóknál a leppelési eljárást is használják befejező megmunkálásként [42], [43]. A technológiai eljárás hatással van a golyósorsó minőségére, golyósanyák köszörülő megmunkálásakor belső menetköszörülést lehet alkalmazni. Ekkor – a normál eljárásnál – a menetköszörű tengelyének bedöntési szöge és a golyósanya D_2 átmérőn számított menetemelkedési szöge azonos. Ezzel szemben nagy menetemelkedési szöggel és működő menethosszal rendelkező golyósanya megmunkálásakor a szerszám tengelyt a menetemelkedési szöggel azonos értékben bedöntve ütközést okozhat (3.3. ábra). Ennek elkerülésére a köszörütüske geometriáját módosítják; leggyakrabban az átmérőjét csökkentik, vagy kúpos végződéssel alakítják ki. Abban az esetben, amikor ezek a megoldások sem vezetnek eredményre a korongdöntési szög értéket módosítják. A 3.3. ábra alapján, a golyósanyán előírt menetemelkedési szög a

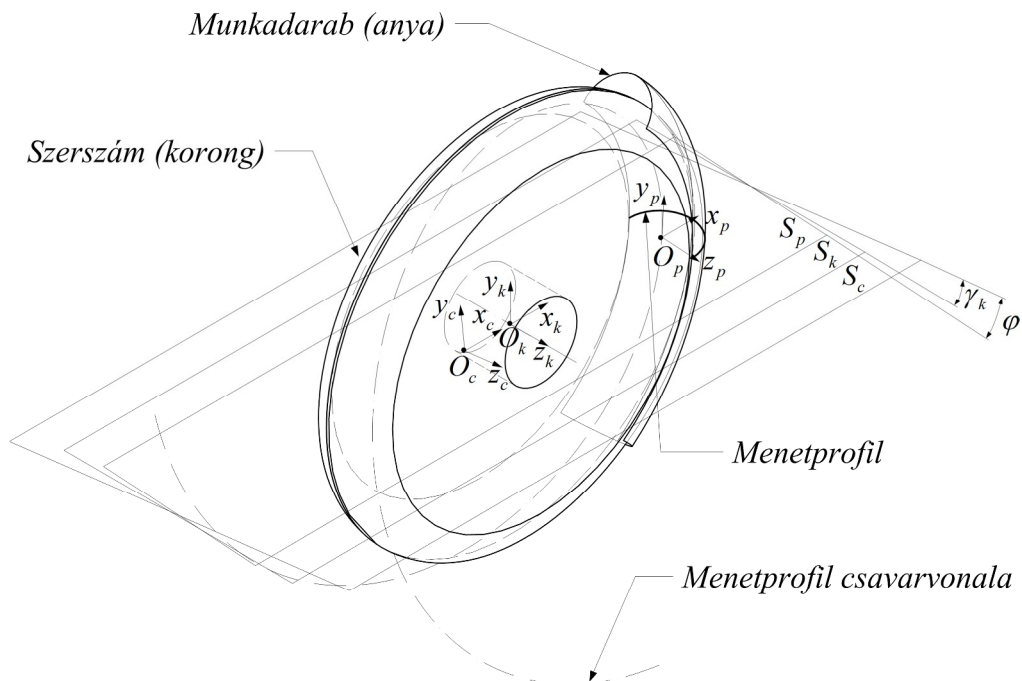
$$j = \arctan\left(\frac{p_h}{p \cdot D_2}\right) \quad (3.1)$$

kifejezéssel számítható. Normál megmunkálásakor a szerszám γ_k korongdöntési szöge megegyezik a φ menetemelkedési szöggel, így $\gamma_k = \gamma_{kmax} = \varphi$. Módosított eljárásakor – a szerszám-tüske és a munkadarab belső furatvállának ütközése elkerülése miatt (3.3. ábra) – a γ_k korongdöntési szöget csökkentik, vagyis $\gamma_k < \varphi$.



3.3. ábra. A golyósanya menetköszörülésének vázlata. Vastag vonal: normál, szaggatott vonal: módosított eljárás.

A módosítás során a szerszám ideális $\gamma_k = \varphi$ korongdöntési szögét $\varphi - \gamma_k$ szöggel csökkentik, melynek következtében a menetprofil S_p és a szerszám S_k síkban lévő normálmetszete – szemben a normál megmunkálással – különböznek egymástól (3.4. ábra).

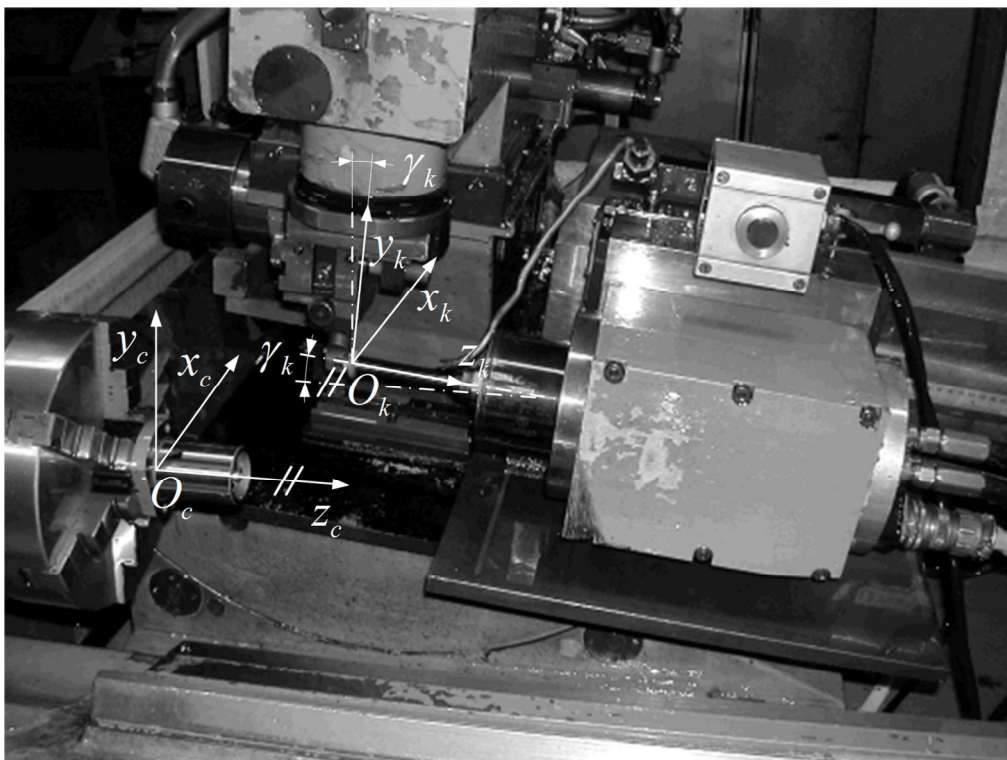


3.4. ábra. A munkadarab és a szerszám geometriai kapcsolata golyósanya menetköszörülésekor

Ha a korongdöntési szög nem ideális, akkor a szerszámprofil módosítani kell. A módosított esetekben a nagy menetemelkedésű golyósanyák gyártása, valamint befejező köszörülő

megmunkálása nehézkes, és csak kevés tanulmány foglalkozik a kérdéssel. Az új szerszámprofil meghatározásakor figyelembe kell venni azt is, hogy a golyósanya befejező köszörülő megmunkálása hagyományos vagy korszerű *CNC* megmunkálógépen történik.

A 3.5. ábra egy golyósanya megmunkálását szemlélteti egy konvencionális furatköszörűgépen. Az ábrán látható a golyósanyamenethez kötött O_c , valamint a szerszámhoz kötött O_k koordinátarendszer. Konvencionális furatköszörűgépeken a merev kinematikai lánc miatt a szerszámprofil szabályzó mechanizmus csak egy szűk tartományban képes a profil megmunkálására. A megmunkálandó menetprofil, a származtatott szerszámprofil és a beszabályozható profil létrehozásakor figyelembe kell venni az adott szerszám gép által megvalósítható paramétereket. Ezek közül az egyik az R_{pr} szerszámprofil-sugar, a másik a c csúcskörívek középpontjai közötti távolság, mely csak pozitív értékű lehet (a 3.5. ábra alapján bemutatott köszörűgépen). A korongszabályzó-készülékkel csak az adott gép tartományain belül létrehozható R_{pr} sugarú körív profil szabályozható a szerszámra. Hagományos köszörűgépeknél e két paraméter kötöttsége megnehezíti a szerszámprofil előállítását.



3.5. ábra. Golyósanya megmunkálása konvencionális furatköszörűgépen

Ezzel szemben számjegyvezérlésű korongszabályzókkal a szerszámprofil pontokként megadva olyan megoldások is megvalósíthatók, melyek konvencionális gépeken a merev kinematikai lánc kötöttségei miatt már nem. Emellett a korszerű *CNC* vezérlések a hagyományos eljárásokhoz képest képesek polinom függvények kezelésére is, így a szerszámprofil szabályozása kevésbé bonyolult.

3.3 A korongdöntési szög meghatározása

Vizsgáljuk azt az esetet, amikor a $\gamma_{kmax}=\varphi$ feltétel nem teljesül, vagyis amikor a maximális korongdöntési szög kisebb, mint a menet menetemelkedési szöge. A γ_{kmax} szögérték beállításakor a szerszámtartó és a golyósanya belső felülete a P_A pontban érintkezik (3.6. ábra). Ennek elkerülésére egy $b_h = \overline{P_A P_{A'}}$ biztonsági hézagot kell biztosítani. Ekkora hézag mellett beállított γ_k korongdöntési szög meghatározásához a golyósanya belső felületét helyettesítsük egy hengerrel. Így a feladat egyenértékű lesz két hengerfelület minimális távolságának meghatározásával. A gyakorlatban négy különböző eset fordul elő:

- a két henger palástfelülete közötti távolság minimális: ebben az esetben keressük a tengelyek normáltranszverzálisát;
- a palástfelület és alapél közötti távolság minimális: ilyen feladatok egyenes-kör távolságának meghatározására vezethetők vissza;
- a két henger alapéle közötti távolság minimális: a cél két kör közötti távolság meghatározása;
- az alapsík és alapél távolsága minimális: amit sík és kör közötti távolság számításával oldhatjuk meg.

A fenti négy statikus esettel részletesen a [10], [106] irodalmak foglalkoznak, azonban dinamikus esettel – amikor a cél két vagy több test ütközésvizsgálata – is találkozhatunk mechanizmusoknál [58].

Esetünkben a korongdöntési szög meghatározásához az alapél (golyósanya furatának alapéle) és a szerszám tengelye közötti minimális távolságot keressük. A kör térbeli leírásához ismernünk kell középpontjának \mathbf{C} helyvektorát, az R sugarát, valamint azt a síkot, amely a kört tartalmazza [92], [95]. Az $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{C}) = 0$ képlettel a sík meghatározható, ahol \mathbf{n} a sík egységnormálvektora, \mathbf{X} pedig a kör egy ismert pontja. Ha a bevezetett \mathbf{u} , \mathbf{v} egységvektorok az \mathbf{n} vektorral egy jobbsodrású koordinátarendszert alkotnak, akkor az általános térbeli elhelyezkedésű kör parametrikus egyenletét a

$$\mathbf{X} = \mathbf{C} + R \cdot (\cos(f)\mathbf{u} + \sin(f)\mathbf{v}) = \mathbf{C} + R\mathbf{w}(f) \quad (3.2)$$

kifejezés adja, ahol $\phi \in [0, 2\pi]$. A tengely és a kör minimális távolságának meghatározását a

$$D = R^2 + |\mathbf{C} - \mathbf{P}|^2 - 2R\mathbf{w} \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{P}) \quad (3.3)$$

összefüggés szerint végezhetjük, ahol $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{P} - \mathbf{C} - (\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C})) \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{P} - \mathbf{C} - (\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C})) \cdot \mathbf{n}|} = \frac{\mathbf{Q} - \mathbf{C}}{|\mathbf{Q} - \mathbf{C}|}$, \mathbf{P} az egyenes

ismert pontja, \mathbf{Q} a \mathbf{P} pont síkra vetített pontja. Ha $\mathbf{P} = \mathbf{P}_k + t\mathbf{v}_k$ alakú, akkor $D = D(t)$ írható. A megoldás $\min[D(t)] \forall t \in \mathbb{R}$ esetén adódik. Mivel \mathbf{w} egységvektor, ezért a $\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}' = 0$, $\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = 0$, valamint az $\mathbf{n} \cdot \mathbf{w}' = 0$ összefüggések egyidejűleg teljesülnek, és ezekből következik, hogy $\mathbf{w}' \cdot (\mathbf{Q} - \mathbf{C}) = \mathbf{w}' \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C}) - (\mathbf{n} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C}))\mathbf{w}' \cdot \mathbf{n} = \mathbf{w}' \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C}) = 0$. Felhasználva ezt az összefüggést (3.3) t szerinti deriválásakor a

$$D'(t) = 2(\mathbf{P} - \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}' - 2R \cdot (\mathbf{w} \cdot \mathbf{P}' + \mathbf{w}' \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C})) = 2(\mathbf{P} - \mathbf{C}) \cdot \mathbf{P}' - 2R\mathbf{w} \cdot \mathbf{P}' \quad (3.4)$$

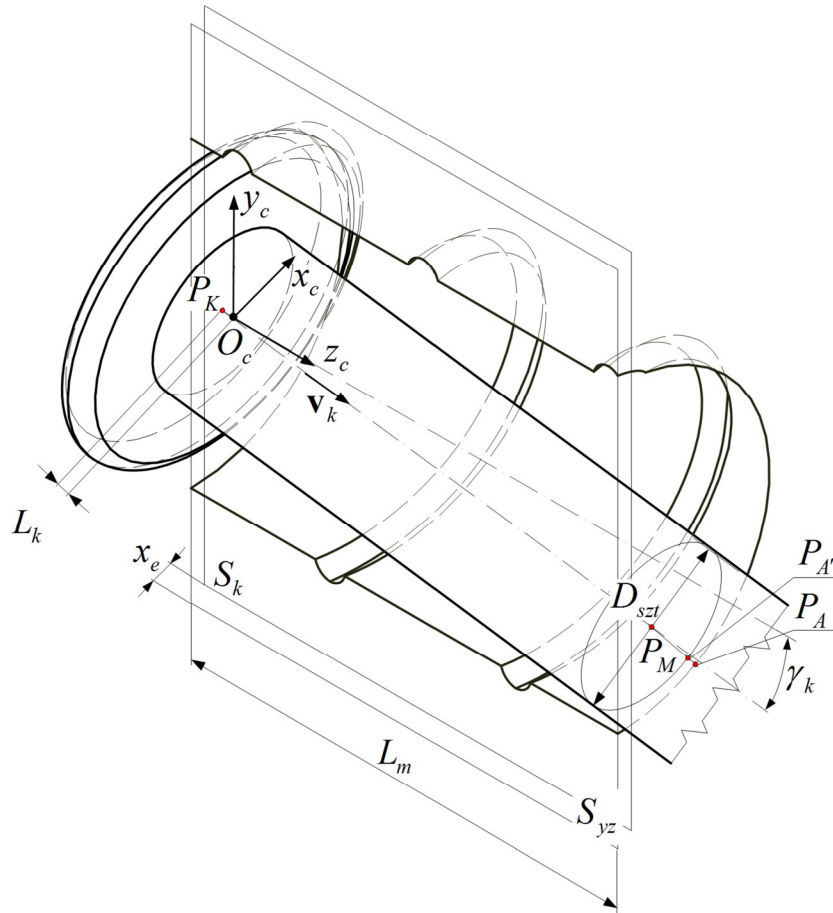
eredményre jutunk. Vezessük be a $\mathbf{D}=\mathbf{B}-\mathbf{C}$ jelölést, és $D'(t)=0$ esetén

$$(\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k)t + \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{D} = R^2 \frac{\mathbf{v}_k \cdot (\mathbf{Q} - \mathbf{C})}{|\mathbf{Q} - \mathbf{C}|}. \quad (3.5)$$

Figyelembe véve, a $\mathbf{Q}-\mathbf{C}=t\mathbf{v}_k+\mathbf{D}-(t\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}_k+\mathbf{n}\cdot\mathbf{D})\cdot\mathbf{n}=(\mathbf{v}_k-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}_k)\mathbf{n})t+(\mathbf{D}-\mathbf{n}\cdot\mathbf{D})\cdot\mathbf{n}=\mathbf{A}t+\mathbf{B}$ összefüggést, $|\mathbf{Q}-\mathbf{C}|^2=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{A})t^2+2(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})t+(\mathbf{B}\cdot\mathbf{B})$, és $\mathbf{v}_k\cdot(\mathbf{Q}-\mathbf{C})=(\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{A})t+\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{B}$ adódik. A (3.5)-t négyzetre emelve kapjuk, hogy

$$((\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k)t + \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{D})^2 = R^2 \frac{((\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{A})t + (\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{B}))^2}{(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A})t^2 + 2(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})t + (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})}. \quad (3.6)$$

További – itt nem részletezett – számításokkal igazolható, hogy $\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{A}=\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{v}_k-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}_k)^2$, $\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{B}=\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{D}-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}_k)\cdot(\mathbf{n}\cdot\mathbf{D})$, $\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}=\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{A}$, $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{B}$, és $\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{D}\cdot\mathbf{B}-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{D})^2$.



3.6. ábra. A szerszám-munkadarab térbeli helyzete

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$a_0 = \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{D},$$

$$a_1 = \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k,$$

$$\begin{aligned}
 b_0 &= \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{D} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_k) \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}), \\
 b_1 &= \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_k)^2, \\
 c_0 &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{D} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{D})^2, \\
 c_1 &= b_0, \\
 c_2 &= b_1,
 \end{aligned}$$

így $D'(t) = 0$ -ra

$$d_4 t^4 + d_3 t^3 + d_2 t^2 + d_1 t + d_0 = 0 \quad (3.7)$$

összefüggést kapjuk, ahol

$$\begin{aligned}
 d_0 &= a_0^2 c_0 - b_0 R^2, \\
 d_1 &= 2(a_0 a_1 c_0 + a_0^2 c_1 - b_0 b_1 R^2), \\
 d_2 &= a_1^2 c_0 + 4a_0 a_1 c_1 + a_0^2 c_2 - b_1 R^2, \\
 d_3 &= 2(a_1^2 c_1 + a_0 a_1 c_2), \\
 d_4 &= a_1^2 c_2.
 \end{aligned}$$

Felhasználva a (3.3) és (3.7) egyenleteket, valamint a 3.6. ábra jelöléseit, a

$$\frac{D_{szt}}{2} + b_h = \left[\left(\frac{D_3}{2} \right)^2 + x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + (L_m + L_k - \cos(\mathbf{g}_k) t)^2 - D_3 \sqrt{x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.8)$$

összefüggést, valamint a

$$\begin{aligned}
 d_0 &= \cos^2(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m)^2 x_e^2, \\
 d_1 &= -2(L_k + L_m) x_e^2 \cos(\mathbf{g}_k), \\
 d_2 &= \cos^2(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m)^2 + x_e^2 - \left(\frac{D_3}{2} \right)^2 + 2 \cos^2(\mathbf{g}_k) \left(\frac{D_3}{2} \right)^2 - \\
 &\quad - \cos^4(\mathbf{g}_k) \cdot (L_k + L_m)^2 - \cos^4(\mathbf{g}_k) \left(\frac{D_3}{2} \right)^2, \\
 d_3 &= -2(L_k + L_m) \cos(\mathbf{g}_k) \sin^2(\mathbf{g}_k), \\
 d_4 &= \sin^2(\mathbf{g}_k)
 \end{aligned} \quad (3.9)$$

negyedfokú nemlineáris algebrai egyenletrendszert kapjuk. Ennek közelítő megoldását numerikus módszerek segítségével állítjuk elő. A korongdöntési szög meghatározásához alkalmazott numerikus módszereket a következő alfejezetben részletezzük.

A (3.8) és (3.9) egyenletekben szereplő x_e az O_c és O_k pontok közötti távolság, melyet az anyaprofil és a kezdeti D_k korongátmérő ismeretében a 3.11. ábra (29. oldal) alapján határozhatunk meg. A golyó és a profilsugar középpontjai közötti távolság sugár irányú komponense

$$e = \sqrt{\left(R_{pr} - \frac{D_w}{2}\right)^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}. \quad (3.10)$$

A P_C csúcsív pont és a profilsugar középpontja közötti függőleges irányú távolságot a $\sqrt{R_{pr}^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$ alapján számíthatjuk (3.11. ábra, 29. oldal), az x_e elméleti fogásvételi értéket

$$x_e = \frac{D_2}{2} + \sqrt{R_{pr}^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} - e - \frac{D_k}{2} \quad (3.11)$$

szerint számíthatjuk.

3.3.1 Newton-Raphson módszer nemlineáris egyenletrendszerek megoldására

Nemlineáris egyenletrendszerek megoldására számos eljárása létezik, melyek közül az egyik leggyakrabban alkalmazott a *Newton-Raphson* módszer. A továbbiakban röviden összefoglaljuk a módszer lényegét. Adott az

$$F_i(x_1, x_2, \mathbf{K}, x_n) = 0, \quad i = 1, 2, \mathbf{K}, n \quad (3.12)$$

nemlineáris egyenletrendszer, amely vektorjelöléssel az

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (3.13)$$

alakban is felírható, ahol

$$\mathbf{F} = (F_1, F_2, \mathbf{K}, F_n), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \mathbf{K}, x_n). \quad (3.14)$$

A (3.13) vektor-függvény megoldását stacionárius iterációs eljárással keresve az

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{K}, \mathbf{x}_{i-n}) \quad (3.15)$$

általános alak írható fel, ahol

$$\mathbf{F} = (F_1, F_2, \mathbf{K}, F_n). \quad (3.16)$$

Az \mathbf{x} pont kicsiny Δ környezetében állítsuk elő az F_i függvények

$$F_i(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = F_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Delta x_j + O(\Delta\mathbf{x}^2) \quad (3.17)$$

Taylor-sorát.

A $J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}$ parciális deriváltakat tartalmazó \mathbf{J} *Jacobi* mátrixot (3.17)-be behelyettesítve az

$$\mathbf{F}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J} \cdot \Delta\mathbf{x} + O(\Delta\mathbf{x}^2) \quad (3.18)$$

mátrixos alakot kapjuk.

A $\Delta \mathbf{x}^2$ maradéktagot elhanyagolva és $\mathbf{F}(\mathbf{x}+\Delta \mathbf{x})=\mathbf{0}$ értéket behelyettesítve

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{x} &= -\mathbf{F}, \\ \Delta \mathbf{x} &= -\mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F} \end{aligned} \quad (3.19)$$

lineáris egyenletrendszert kapjuk. A fenti lineáris egyenletrendszert *LU* felbontással megoldva az új közelítő megoldást az

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \Delta \mathbf{x}_i \quad (3.20)$$

alakban kapjuk. Az iterációs eljárást az előre meghatározott relatív hiba értékének eléréséig hajtjuk végre. Fontos megjegyezni, hogy az egyes lépésekben meghatározandó \mathbf{J} *Jacobi* mátrix számítási műveletigényének csökkentése miatt, a gyakorlatban meghatároznak egy \mathfrak{J}_i vektort, melyre érvényes, hogy $\mathfrak{J}_{i-1} \cdot \mathfrak{J}_i = -\mathbf{F}_{i-1}$ és az új közelítő megoldás az $\mathbf{x}_i = \mathfrak{J}_i + \mathbf{x}_{i-1}$ iterációval számítható.

3.3.2 Broyden módszer nemlineáris egyenletrendszerek megoldására

A *Newton* módszer számítási műveletigényének csökkentésére az előző fejezet végén említett megoldáson kívül léteznek más módszerek, melyek közül az elsőként bevezetett eljárás *Broyden* (1965) nevéhez fűződik, mely a *szelőmódszer* általánosított formája. Az algoritmushoz szükséges egy \mathfrak{J}_i közelítő *Jacobi* mátrix, ekkor az i . $\Delta \mathbf{x}_i$ *kvázi-Newton* lépés a

$$\mathfrak{J}_i \cdot \Delta \mathbf{x}_i = -\mathbf{F}_i \quad (3.21)$$

szerint határozható meg, ahol – hasonlóan (3.20)-hoz – $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \Delta \mathbf{x}_i$. A *kvázi-Newton* feltétel a közelítő \mathfrak{J}_{i+1} *Jacobi* mátrixra

$$\mathfrak{J}_{i+1} \cdot \Delta \mathbf{x}_{i+1} = \Delta \mathbf{F}_i \quad (3.22)$$

és $\Delta \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{i+1} - \mathbf{F}_i$. A \mathfrak{J}_i *Jacobi* mátrix meghatározása a

$$\mathfrak{J}_{i+1} = \mathfrak{J}_i + \frac{\Delta \mathbf{F}_i - \mathfrak{J}_i \cdot \Delta \mathbf{x}_i}{|\Delta \mathbf{x}_i|^2} \Delta \mathbf{x}_i^T \quad (3.23)$$

szerint lehetséges. A \mathfrak{J}_i mátrix inverzének meghatározására *Broyden* a *Sherman-Morrisson* formulát javasolta, ami a

$$\mathfrak{J}_{i+1}^{-1} = \mathfrak{J}_i^{-1} + \frac{\Delta \mathbf{x}_i - \mathfrak{J}_i^{-1} \cdot \Delta \mathbf{F}_i}{\Delta \mathbf{F}_i^T \cdot \Delta \mathbf{F}_i} \Delta \mathbf{F}_i^T \quad (3.24)$$

alakban írható, és az iterációs lépés közelítő megoldása $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \mathfrak{J}_{i+1}^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_i)$. Mivel a számítások során a \mathfrak{J}_i *Jacobi* mátrixnak csak a közelítése áll rendelkezésre, az eljárás nem minden esetben konvergens, azonban kellően pontos kezdeti értéknél a konvergencia fennáll és az eljárás számítási műveletigénye kisebb, mint a *Newton* módszernél.

3.4 A korongdöntési szög közelítő numerikus meghatározása

A 3.3.1-3.3.2 alfejezetekben bemutatott nemlineáris egyenletrendszerek közelítő megoldásának előállítását szolgáló iterációs eljárások segítségével meghatározzuk a korongdöntési szög értékét az előírt biztonsági hézag és menetkifutás figyelembevételével. Az iterációs eljárások kezdeti értéke nagymértékben befolyásolja az eljárás konvergencia sebességét, rosszul megválasztott kezdeti értéknél előfordulhat, hogy az eljárás nem konvergens. Összetett eljárásoknál a kezdeti érték valamilyen független numerikus módszerrel határozható meg, majd ezután áttérnek egy gyorsabban konvergáló eljárásra. Az előállított egyenletrendszerek megoldásához használt eljárások pontos kezdeti értékét zárt formulában fogjuk előállítani. Megjegyezzük, hogy a kezdeti érték ily módon történő előállítása nem ad olyan pontos eredményt, azonban a számítás egyszerűbb és annak műveletigénye kevesebb. A gyakorlatban a szerszámtüskét hengeres és kúpos kivitelben is alkalmazzák, ezért indokolt mindkét esetet vizsgálni.

3.4.1 Korongdöntési szög meghatározása hengeres szárnál

A **J** Jacobi mátrix a

$$\mathbf{J}(t, \mathbf{g}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(t, \mathbf{g}_k)}{\partial t} & \frac{\partial F_1(t, \mathbf{g}_k)}{\partial \mathbf{g}_k} \\ \frac{\partial F_2(t, \mathbf{g}_k)}{\partial t} & \frac{\partial F_2(t, \mathbf{g}_k)}{\partial \mathbf{g}_k} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

módon számítható, ahol $F_1(t, \mathbf{g}_k)$ a negyedrendű (3.7) egyenletnek és $F_2(t, \mathbf{g}_k)$ a (3.8) egyenletnek felel meg. A Jacobi mátrix megfelelő elemei a parciális deriválás után a

$$\begin{aligned} J_{1,1}(t, \mathbf{g}_k) &= 4 \sin^2(\mathbf{g}_k) t^3 - 6(L_k + L_m) \cos(\mathbf{g}_k) \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + \\ &+ \left[2 \cos^2(\mathbf{g}_k) (L_k - L_m)^2 + 2x_e^2 - \frac{D_3^2}{2} + \cos^2(\mathbf{g}_k) D_3^2 - 2 \cos^4(\mathbf{g}_k) \left[(L_k - L_m)^2 + \frac{D_3^2}{2} \right] \right] t \\ &- 2x_e^2 \cos(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m), \\ J_{1,2}(t, \mathbf{g}_k) &= 2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) t^4 + \left(2(L_k + L_m) \sin^3(\mathbf{g}_k) - 4(L_k + L_m) \cos^2(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) \right) t^3 \\ &+ \left[\cos^3(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) \left[4(L_k - L_m)^2 + D_3^2 \right] - 2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) \left[(L_k - L_m)^2 + \frac{D_3^2}{2} \right] \right] \cdot t^2 \\ &+ 2x_e^2 \sin(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m) t - 2x_e^2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m)^2, \\ J_{2,1}(t, \mathbf{g}_k) &= \frac{(L_m + L_k) \cos(\mathbf{g}_k) - \left(1 - \frac{D_3 \sin^2(\mathbf{g}_k)}{2\sqrt{x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2}} \right) t}{\left[\frac{D_3^2}{4} + x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + (L_m + L_k - \cos(\mathbf{g}_k) t)^2 - D_3 \sqrt{x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2} \right]^{\frac{1}{2}}}, \end{aligned}$$

$$J_{2,2}(t, \mathbf{g}_k) = - \frac{D_3 \sin(\mathbf{g}_k) \cos(\mathbf{g}_k) t^2 - (L_m + L_k) \sin(\mathbf{g}_k) t}{\left[\frac{D_3^2}{4} + x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + (L_m + L_k - \cos(\mathbf{g}_k) t)^2 - D_3 \sqrt{x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

alakban állnak elő. A kezdeti értékek meghatározásához tekintsük azt a térbeli helyzetet, amikor $x_e=0$ és a szerszámszár hengeres felületének az yz síkban levő alkotója párhuzamos a golyósanya tengelyével. A \mathbf{P}_k ponton átmenő x tengely körül elforgatva a szerszám tengelyét a maximális korongdöntési szöget meghatározhatjuk. A 3.7. ábra jelöléseit felhasználva ez a feltétel a

$$\frac{|(\mathbf{P}_A - \mathbf{P}'_1) \times (\mathbf{P}_A - \mathbf{P}'_2)|}{|\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1|} = 0 \quad (3.26)$$

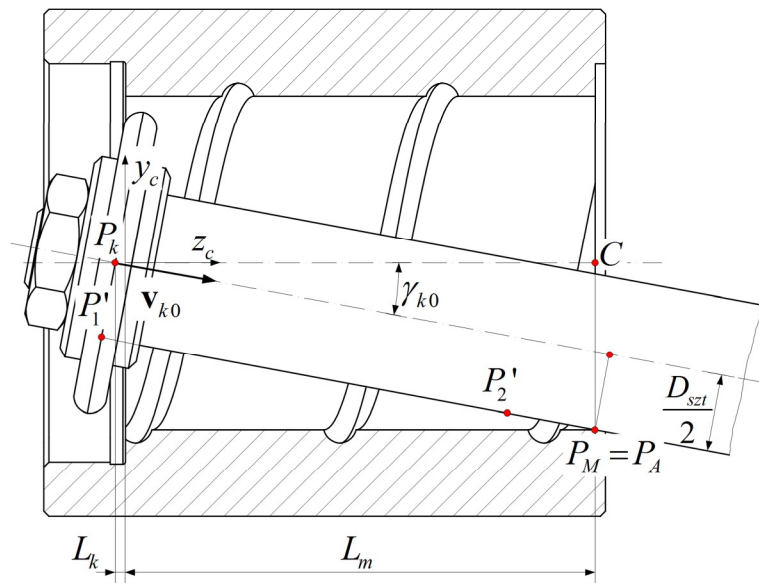
egyenletnél teljesül. Az elforgatott \mathbf{P}'_1 és \mathbf{P}'_2 pontokat a

$$\mathbf{P}'_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}_i, \quad i = 1, 2 \quad (3.27)$$

képlet alapján határozhatjuk meg, ahol a \mathbf{P}_1 és \mathbf{P}_2 a henger alkotóján célszerűen választott pontok az elforgatás előtt, valamint \mathbf{R} a forgatási mátrix, melyre az

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\mathbf{g}_{k0}) & -\sin(\mathbf{g}_{k0}) \\ 0 & \sin(\mathbf{g}_{k0}) & \cos(\mathbf{g}_{k0}) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

összefüggés érvényes.



3.7. ábra. A szerszám-munkadarab helyzete a kezdeti érték meghatározásához hengeres szerszámszár-nál

Megoldva a (3.26) egyenletet a kezdeti korongdöntési szögre a

$$\mathbf{g}_{k0} = -2 \cdot \arctan \left(\frac{2 \cdot (L_k + L_m) - \sqrt{D_3^2 + 4 \cdot (L_k + L_m)^2 - D_{sz}^2}}{D_3 + D_{sz}} \right) \quad (3.29)$$

és az ebből képzett kezdeti irányvektorra $\mathbf{v}_{k0} = [0 \quad -\sin(\mathbf{g}_{k0}) \quad \cos(\mathbf{g}_{k0})]^T$ adódik. A szerszám tengelyét az $\mathbf{e}_{t0} = \mathbf{P}_k + t_0 \cdot \mathbf{v}_{k0}$ egyenlettel felírva a t_0 kezdeti paraméterhez rendelt pont és a vektoralakban felírt \mathbf{P}_k pont közötti szakasz hossza az $|\mathbf{e}_{t0}| - \sqrt{|\mathbf{P}_M - \mathbf{P}_k|^2 - D_{sz}^2} = 0$ egyenlettel számítható. A másodfokú egyenletet megoldva és figyelembe véve a 3.7. ábra geometriai jelöléseit

$$t_0 = L_k \cos(\mathbf{g}_{k0}) + \sqrt{L_k^2 \cos^2(\mathbf{g}_{k0}) + \left(\frac{D_3}{2}\right)^2 + (L_m + L_k)^2 - D_{sz}^2}. \quad (3.30)$$

A számítások igazolása a 3.4.3 fejezetben található, melyeket nagymenetemelkedésű gölyósanyáknál vizsgáltunk adott szerszámszárakra.

3.4.2 Korongdöntési szög meghatározása kúpos szárnál

Az eredmények meghatározása hasonlóan történik, mint az előző esetben, azonban a (3.8) egyenletet a kúposág miatt módosítani kell, amit a

$$\left[\frac{d_{sz}}{2} + \sqrt{\sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + \left(\cos(\mathbf{g}_k) t - \frac{b_{sz}}{2} - b_j \right)^2} \tan(k) + b_h \right] - \left[\left(\frac{D_3}{2} \right)^2 + x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2 + (L_m + L_k - \cos(\mathbf{g}_k) t)^2 - D_3 \sqrt{x_e^2 + \sin^2(\mathbf{g}_k) t^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (3.31)$$

alakban írhatunk fel. A $\tan(k) = \frac{D_{sz} - d_{sz}}{2 \cdot l_<}$ a kúposág értéke, ahol $l_<$ a kúp hossza. A

(3.25) **J** Jacobi mátrix elemei a parciális deriváltak meghatározása után a

$$\begin{aligned} J_{1,1}(t, \mathbf{g}_k) &= 4 \sin^2(\mathbf{g}_k) t^3 + 6 \cos(\mathbf{g}_k) \left[\cos^2(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m) - L_k - L_m \right] t^2 + \\ &+ \left[2 \cos^2(\mathbf{g}_k) \left((L_k + L_m)^2 - \cos^2(\mathbf{g}_k) \left((L_k + L_m)^2 + D_3^2 \right) + D_3^2 \right) + 2(x_e^2 - D_3^2) \right] t - \\ &- 2x_e^2 \cos(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m), \\ J_{1,2}(t, \mathbf{g}_k) &= 2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) t^4 + \left[2 \sin(\mathbf{g}_k) \left((L_m + L_k) - 3 \cos^2(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m) \right) \right] t^3 + \\ &+ 2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) \left[2 \cos^2(\mathbf{g}_k) \left((L_k + L_m)^2 + D_3^2 \right) - (L_k + L_m)^2 + D_3^2 \right] t^2 + \\ &+ 2x_e^2 \sin(\mathbf{g}_k) (L_m + L_k) t - 2x_e^2 \cos(\mathbf{g}_k) \sin(\mathbf{g}_k) (L_k + L_m)^2, \end{aligned}$$

nyesek. A paraméterek geometriai értelmezését a 3.8. ábra szemlélteti. Megoldva a (3.26) egyenletet a kúpos szerszámszár jellemző paramétereivel a kezdeti korongdöntési szögre

$$g_{k0<} = 2 \arctan \left(\frac{4l_{<} (L_k + L_m) - D_3 d_{sz} - a + D_3 D_{sz}}{2 \left(D_{sz} \left(b_j + \frac{b_{sz}}{2} + (L_k + L_m) \right) - l_{<} (D_3 + d_{sz}) - d_{sz} \left(L_k + L_m + b_j + \frac{b_{sz}}{2} \right) \right)} \right) \quad (3.32)$$

adódik, ahol

$$a = \left[4 \left((D_{sz} - d_{sz})^2 + l_{<}^2 \right) (L_k + L_m)^2 + D_3^2 \left((D_{sz} - d_{sz})^2 + 4l_{<}^2 \right) + D_{sz}^2 (4b_j b_{sz} - 4b_j^2 + b_{sz}^2) - \right. \\ \left. - d_{sz}^2 (4b_j (L_{\Sigma sz} + 2l_{<}) + b_{sz}^2 + 4l_{<} (b_{sz} + l_{<})) + 2D_{sz} b_{sz} d_{sz} (b_{sz} + 2l_{<}) + 8D_{sz} b_j d_{sz} (L_{\Sigma sz} + l_{<}) \right]^{\frac{1}{2}}$$

A 3.8. ábra jelöléseit felhasználva a $t_{0<}$ kezdeti paramétert a

$$t_{0<} = L_k \cos(g_{k0<}) + \sqrt{L_k^2 \cos^2(g_{k0<}) + \left(\frac{D_3}{2} \right)^2 + (L_m + L_k)^2 - D_{sz}^2} \quad (3.33)$$

módon számíthatjuk ki, ahol

$$D'_{sz} = \frac{2 |(\mathbf{P}_A - \mathbf{P}_k) \times (\mathbf{P}_A - \mathbf{v}_{k0})|}{|\mathbf{v}_{k0}|} \quad (3.34)$$

képlettel határozható meg.

3.4.3 Számított korongdöntési szögek különböző golyósanyáknál

Az előző két alfejezetben bemutatott számítási módszerek ellenőrzését az alábbi táblázatokban található golyósanyákra és szerszámszárakra végeztük el.

3.1. táblázat. Nagymenetemelkedésű golyósanyák jellemző méretei

Méret	Golyósanya jellemző méretei					
	D_3 [mm]	L_m [mm]	D_2 [mm]	R_{pr} [mm]	c [mm]	D_w [mm]
32x25	$34^{+0,05}_0$	60	$32,71^0_{-0,1}$	$2,68^{+0,01}_0$	$0,25^{+0,01}_0$	5
40x20	$43,5^{+0,1}_0$	90	$41,69^0_{-0,1}$	$3,77^{+0,01}_0$	$0,28^{+0,01}_0$	7,144
40x30	$42^{+0,05}_0$	100	$39,47^0_{-0,1}$	$3,38^{+0,01}_0$	$0,255^{+0,01}_0$	6,35
50x30	$54^{+0,05}_0$	133	$51,69^0_{-0,1}$	$4,22^{+0,02}_0$	$0,264^{+0,02}_0$	8

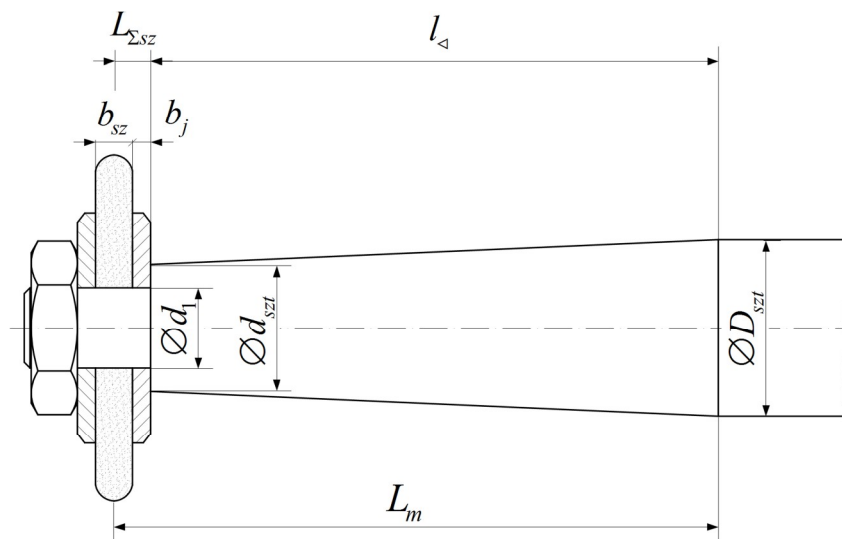
A 3.1. táblázatban található golyósanyákra jellemző méretek tanulmányozása után kijelenthetjük, hogy a menetemelkedési szög vizsgálata alapján ezek nagymenetemelkedésű

golyósanyáknak számítanak. A táblázatban szereplő golyósanyák megmunkálásához választható köszörű-szerszámszárak maximális jellemző méreteit a 3.2. táblázat tartalmazza. Abban az esetben, ha a szerszám méretei a megmunkálás során egy kritikus értéket érnek, a megmunkáláshoz szükséges paramétereket újra kell számolni.

3.2. táblázat. Alkalmazható tüskeméreték jellemző méretei

Méret	Maximális korong- és tüskeméreték					
	b_{sz} [mm]	D_k [mm]	d_1 [mm]	d_{szl} [mm]	D_{szl} [mm]	l_z [mm]
32x25	7	26,5	12	12	12	-
40x20	10	37	12	14	16,5	100
40x30	10	31,5	12	14	16,5	100
50x30	12	42	12	20	20	-

A táblázatban szereplő jelölések értelmezését a 3.9. ábra szemlélteti. Abban az esetben, ha a szerszám nincs jobb oldalon megtámasztva, $b_j=0$, vagyis $L_{\Sigma sz} = \frac{b_{sz}}{2}$. A korongdöntési szögek közelítő meghatározását *Newton-Raphson*, valamint *Broyden* módszerrel is elvégezzük, a kapott eredményeket az alábbi táblázatokban foglaljuk össze.



3.9. ábra. A szerszámszár jellemző méretei

A kezdeti értékek helyes megválasztása a numerikus eljárások iterációinak számát nagymértékben befolyásolja, melyről az eljárások ismertetésénél már írtunk. A 3.3. táblázat a *Newton-Raphson* és *Broyden* módszerek közelítő megoldásait foglalja össze $\gamma_{k0}=0$ és $t_0=0$ kezdeti értékekre (az iterációs eljárások kilépési feltétele $\leq 10^{-6}$).

3.3. táblázat. *Newton-Raphson* és *Broyden* módszerek megoldásai $\gamma_{k0}=0$, $t_0=0$ kezdeti értékekre

Méret	Numerikus számítási módszer	g_k [°]	i	e [°]
32x25	<i>Newton-Raphson</i> módszer	$-4,788076 \cdot 10^5$	11	$1,016858 \cdot 10^{-9}$
	<i>Broyden</i> -módszer	$-1,853271 \cdot 10^6$	51	$1,426114 \cdot 10^{-8}$
40x20	<i>Newton-Raphson</i> módszer	$-5,180525 \cdot 10^5$	15	$3,731273 \cdot 10^{-9}$
	<i>Broyden</i> -módszer	$3,487852 \cdot 10^6$	139	$9,544611 \cdot 10^{-9}$
40x30	<i>Newton-Raphson</i> módszer	$-5,158853 \cdot 10^5$	14	$6,711693 \cdot 10^{-7}$
	<i>Broyden</i> -módszer	$-1,789745 \cdot 10^6$	148	$1,672484 \cdot 10^{-7}$
50x30	<i>Newton-Raphson</i> módszer	$-4,989719 \cdot 10^5$	5	$2,159759 \cdot 10^{-9}$
	<i>Broyden</i> -módszer	$-4,989480 \cdot 10^5$	22	$2,856460 \cdot 10^{-8}$

A 3.3. táblázatban szereplő γ_k az a közelítő korongdöntési szög fokban, melyet az i . iterációs lépésben az $\varepsilon=|\mathbf{x}_{i+1}-\mathbf{x}_i|/|\mathbf{x}_i|$ approximációs relatív hibával számítottunk. A trigonometrius függvényekre jellemző periodikus tulajdonság miatt a tetszőlegesen felvett $\gamma_{k0}=0$ és $t_0=0$ és kezdeti értékekre a talált megoldás nem megfelelő. A fenti számítások során a biztonsági hézag $b_h=1mm$ és a korongkifutás értéke $L_k=1mm$ minden golyósanyára (az iterációs eljárások kilépési feltétele $\varepsilon \leq 10^{-6}$).

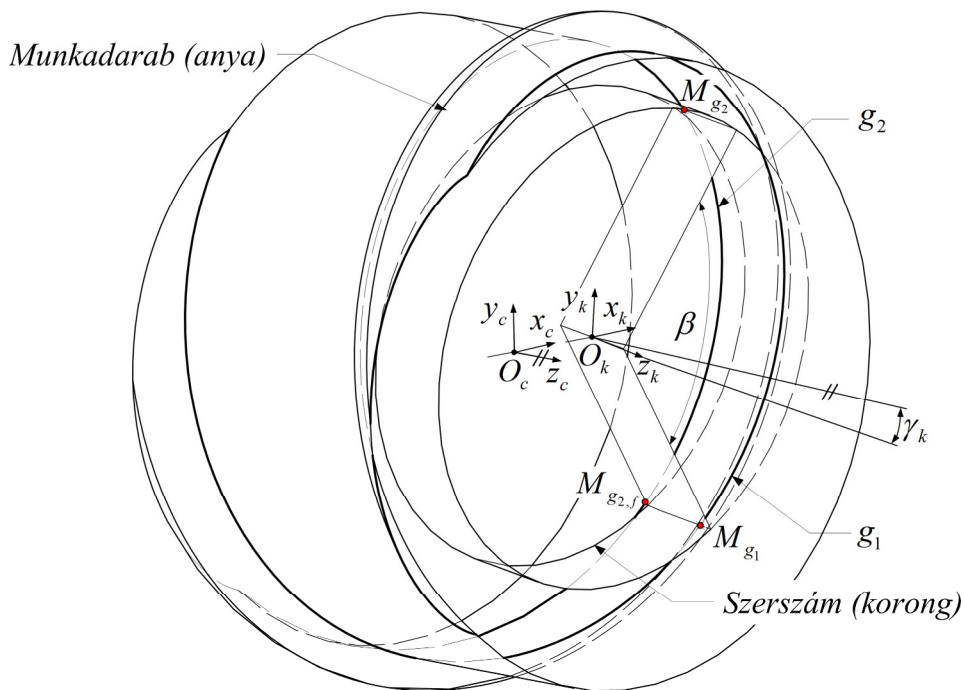
3.4. táblázat. *Newton-Raphson* és *Broyden* módszerek megoldásai számított γ_{k0} , t_0 kezdeti értékekre

Méret	Numerikus számítási módszer	t_0 [mm] g_{k0} [°]	g_k [°]	i	e [°]
32x25	<i>Newton-Raphson</i> módszer	63,169352	7,653505	5	$7,151210 \cdot 10^{-8}$
	<i>Broyden</i> -módszer	10,135615	7,653505	8	$2,708951 \cdot 10^{-8}$
40x20	<i>Newton-Raphson</i> módszer	93,147753	6,952097	5	$4,675239 \cdot 10^{-7}$
	<i>Broyden</i> -módszer	8,481599	6,952097	7	$4,859574 \cdot 10^{-8}$
40x30	<i>Newton-Raphson</i> módszer	102,8418	5,260079	5	$7,800237 \cdot 10^{-8}$
	<i>Broyden</i> -módszer	7,180805	5,260079	8	$8,030855 \cdot 10^{-9}$
50x30	<i>Newton-Raphson</i> módszer	136,217801	5,651421	5	$3,449851 \cdot 10^{-9}$
	<i>Broyden</i> -módszer	7,196824	5,651421	7	$6,958383 \cdot 10^{-9}$

A 3.4. táblázatban meghatározott γ_k korongdöntési szögek számításakor a numerikus algoritmusok kezdeti értékeit a 3.4.1 és 3.4.2 alfejezetekben bemutatott megoldások alapján jelöltük ki. A két táblázat eredményit összehasonlítva megállapítható, hogy a számításokkal megadott kezdeti értékekre az iterációk száma nagymértékben lecsökken, a továbbiakban a *Newton-Raphson* eljárást alkalmazzuk nemlineáris egyenletrendszerek megoldására.

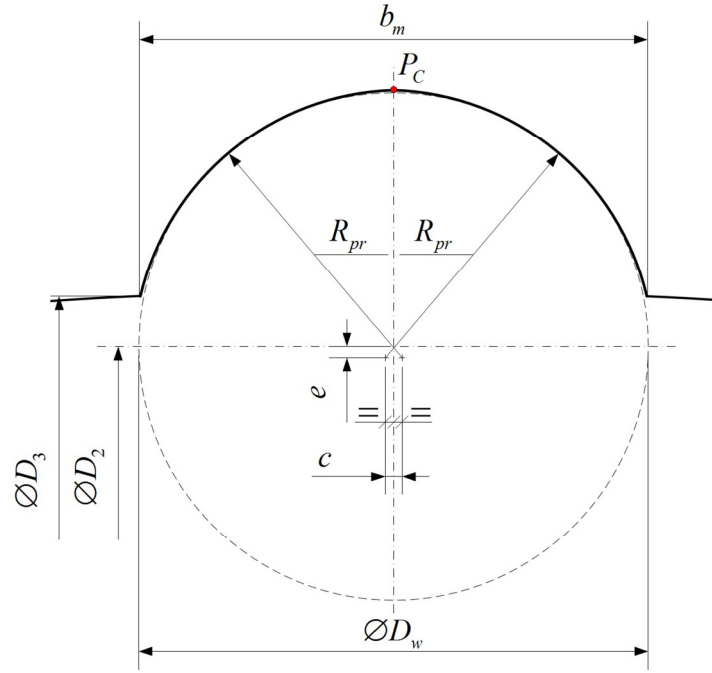
3.5 Az átfogási szög meghatározása

A munkadarab és a szerszám a megmunkálás alatt egy tartományban érintkeznek egymással (3.10. ábra), a származtatáskor előállított síkmetszeteket ebben a tartományban kell meghatározni. Az átfogási szög értelmezéséhez tekintsük a g_1 és g_2 görbét, melyek a gótikus profilú csavarfelület és a golyósanya belső hengeres felületének közös élei. A köszörűkö kezdeti D_k átmérőjével megegyező hengerfelület és a g_1, g_2 görbék az M_{g_1} és M_{g_2} pontokban metszik egymást. A keresett β átfogási szöget a szerszám z_k tengelyére és az M_{g_1} , valamint az M_{g_2} pontokra illesztett síkok által bezárt szög határozza meg. A keresett két pont meghatározásához ismernünk kell a g_1, g_2 csavarvonalak azon paramétereit, melyeket behelyettesítve a görbék paraméteres egyenleteibe az M_{g_1} és M_{g_2} pontok a szerszám tengelyétől $D_k/2$ távolságra vannak.



3.10. ábra. Az átfogási szög értelmezése

A g_1, g_2 csavarvonalak meghatározásakor figyelembe kell venni a menetemelkedési szöget, mivel a normálmetszetben megadott paramétereknél a csúcsíves körívek alsó végpontjainak a D_3 átmérőjű henger felületén kell lenniük (a 3.11. ábra D_3 átmérővel jelölt görbéje a valóságban a D_2 átmérőjű csavarvonal kezdőpontjában felvett normálsík és a golyósanya belső hengeres felületének metszégörbéje – egy ellipszis – lenne).



3.11. ábra. A csúcsíves anyaprofil normálmetszete

A körívek alsó végpontjainak számításakor a henger és a normálsík metszetének meghatározása helyett – figyelembe véve bizonyos geometriai kötöttségeket – keressük azoknak a térbeli köríveknek a pontjait, melyekre

$$\sqrt{(X_{i,1} \cdot \mathbf{e}_x)^2 + (X_{i,2} \cdot \mathbf{e}_y)^2} = \frac{D_3}{2} \quad (3.35)$$

igaz ($i=1, 2$). Felhasználva a (3.2) egyenletet az általános térbeli helyzetű kör felírásához és a csavarvonal pontjában a korongdöntési szög alapján képezhető transzformációs mátrixot az

$$\mathbf{X}_{1,2} = \mathbf{T} \cdot \left(R_{pr} \cdot (\cos(f_{1,2}) \mathbf{e}_x - \sin(f_{1,2}) \mathbf{e}_y) \right) + \mathbf{T} \cdot \mathbf{C}_{1,2}, \quad f_1 = [0, p], \quad f_2 = \left[\frac{3p}{2}, 2p \right] \quad (3.36)$$

összefüggést kapjuk körívekre. A (3.36) képletben szereplő \mathbf{T} transzformációs mátrix és a csavarvonal normálsíkban értelmezett körívek \mathbf{C}_1 és \mathbf{C}_2 középpontjaira

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(j) & \sin(j) \\ 0 & -\sin(j) & \cos(j) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \left(-\frac{D_2}{2} + e \right) \mathbf{e}_x \\ \frac{c}{2} \mathbf{e}_z \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \left(-\frac{D_2}{2} + e \right) \mathbf{e}_x \\ -\frac{c}{2} \mathbf{e}_z \end{bmatrix}^T$$

érvényes. A körívek koordinátáit behelyettesítve a (3.35) egyenletbe a

$$\sqrt{\left(R_{pr} \cos(f_i) - \frac{D_2}{2} + e \right)^2 + \left(\pm \frac{c}{2} \sin(j) - R_{pr} \sin(j) \sin(f_i) \right)^2} = \frac{D_3}{2} \quad (3.37)$$

nemlineáris egyenlet áll elő, melyet *Newton-Raphson* módszerrel megoldva megkapjuk a keresett f_i , ($i=1, 2$) paramétereket, melyeknek ismeretében a menethorony szélessége a munkadarabhoz kötött yz síkban a

$$b_{m,c} = \left| X_{1,3} - \frac{p_h}{2p} \operatorname{acos} \left(-\frac{2 \cdot X_{1,1}}{D_3} \right) \right| + \left| X_{2,3} + \frac{p_h}{2p} \operatorname{acos} \left(-\frac{2 \cdot X_{2,1}}{D_3} \right) \right| \quad (3.38)$$

alakban számítható. A 3.10. ábra jelöléseit figyelembe véve a két metszéspontra az

$$\mathbf{M}_{g_i} = -\frac{D_3}{2} \cos(t_i) \cdot \mathbf{e}_x + \frac{D_3}{2} \sin(t_i) \cdot \mathbf{e}_y - \left(\frac{p_h}{2p} t_i \pm \frac{b_{m,c}}{2} \right) \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.39)$$

összefüggés érvényes, ahol $i=1, 2$. A szerszámtengelyt leíró egyenes egyenlete $\mathbf{z}_k = \mathbf{O}_k + t_k \mathbf{v}_k$, ahol \mathbf{v}_k az egyenes irányvektora a korongdöntési szög alapján és t_k az egyenes paramétere. Az (3.39) egyenletben használt t_i paraméterek meghatározását az

$$\left| \mathbf{M}_{g_i} - \left(\mathbf{O}_k + \frac{\mathbf{v}_k (\mathbf{M}_{g_i} - \mathbf{O}_k)}{\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k} \right) \right| - \frac{D_k}{2} = 0 \quad (3.40)$$

nemlineáris egyenletek megoldásával határozhatjuk meg, a megoldást *Newton-Raphson* módszerrel keressük, ahol az iterációs eljárás kilépési feltétele $\leq 10^{-6}$. A t_i paraméterek ismeretében a keresett β szög a

$$b = \operatorname{acos} \left(\frac{(\mathbf{M}_{g_1} - (\mathbf{O}_k + t_{k1} \mathbf{v}_k)) \cdot (\mathbf{M}_{g_2} - (\mathbf{O}_k + t_{k2} \mathbf{v}_k))}{\left| (\mathbf{M}_{g_1} - (\mathbf{O}_k + t_{k1} \mathbf{v}_k)) \cdot (\mathbf{M}_{g_2} - (\mathbf{O}_k + t_{k2} \mathbf{v}_k)) \right|} \right) \quad (3.41)$$

képlet segítségével határozható meg, ahol $t_{ki} = \frac{\mathbf{v}_k (\mathbf{M}_{g_i} - \mathbf{O}_k)}{\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k}$, $i = 1, 2$. Az átfogási szögek számított értékeit a 3.5. táblázat tartalmazza.

3.5. táblázat. Átfogási szögek nagymenetemelkedés ű golyósanyáknál

Méret	<i>Átfogási szögek értékei Newton-Raphson módszerrel</i>						
	i_1	t_1	t_{k1}	i_2	t_2	t_{k2}	b [°]
32x25	4	3,862752	1,148900	4	2,420433	-1,148900	114,934883
40x20	4	4,050923	2,699442	4	2,232262	-2,699442	132,924230
40x30	4	3,776524	1,127688	4	2,506661	-1,127688	103,920421
50x30	4	3,857332	2,261679	4	2,425853	-2,261679	113,673938

A származtatási eljárás során a tartomány kezdeti értéke a g_2 görbén található M_{g_2} pont. Az intervallum szélső értéke a g_1 görbén található M_{g_1} pont. Keresendő az a pont, amely az M_{g_1} pontra és a szerszámtengelyre illesztett sík, és a g_2 görbe metszéspontja. Ekkor a megoldandó nemlineáris egyenlet

$$(\mathbf{v}_k \times \mathbf{x}_c) \cdot (\mathbf{M}_{g_{2,f}} - \mathbf{M}_{g_1}) = 0. \quad (3.42)$$

A *Newton-Raphson* módszerhez szükséges függvény és annak deriváltja

$$\begin{aligned} 0 = & \left(-\sin(\mathbf{g}_k) x_{c,z} - \cos(\mathbf{g}_k) x_{c,z} \right) \left(\frac{D_3}{2} \cos(t_{2,f}) - M_{g_{1,x}} \right) + \\ & + \cos(\mathbf{g}_k) x_{c,x} \left(\frac{D_3}{2} \sin(t_{2,f}) - M_{g_{1,y}} \right) + \sin(\mathbf{g}_k) x_{c,x} \left(-\frac{p_h t_{2,f}}{2p} - \frac{b_m}{2} - M_{g_{1,z}} \right) \quad (3.43) \\ 0 = & \frac{D_3}{2} \left(-\sin(\mathbf{g}_k) x_{c,z} - \cos(\mathbf{g}_k) x_{c,z} \right) \sin(t_{2,f}) + \frac{D_3}{2} \cos(\mathbf{g}_k) x_{c,x} \sin(t_{2,f}) - \\ & - \frac{\sin(\mathbf{g}_k) x_{c,x} p_h}{2p} \end{aligned}$$

alakban írható fel. A numerikus számítások eredményeit a 3.6. táblázat tartalmazza.

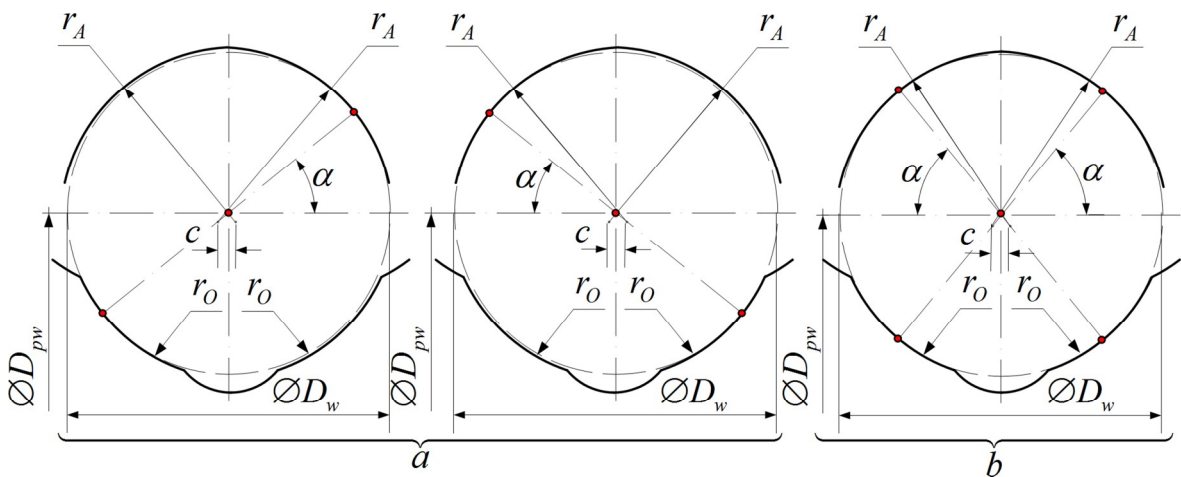
3.6. táblázat. Szélsőértékek Newton-Raphson módszerrel

<i>Méret</i>	<i>Intervallum szélsőértéke Newton-Raphson módszerrel</i>					
	i_1	t_1	$ e $	i_2	$t_{2,f}$	$ e $
32x25	4	3,862752	$6,336057 \cdot 10^{-9}$	3	3,840864	$7,852788 \cdot 10^{-10}$
40x20	4	4,050923	$3,709101 \cdot 10^{-12}$	3	4,034821	$1,585646 \cdot 10^{-10}$
40x30	4	3,776524	$2,436660 \cdot 10^{-9}$	3	3,759818	$2,299465 \cdot 10^{-10}$
50x30	4	3,857332	$8,032674 \cdot 10^{-10}$	3	3,841092	$2,174237 \cdot 10^{-10}$

A fenti táblázatban t_1 a *Newton-Raphson* módszerrel meghatározott paraméter a g_1 görbén, $t_{2,f}$ a g_2 görbén meghatározott paraméter – szintén *Newton-Raphson* módszerrel előállítva – az intervallum szélsőértékéhez (az eredmények grafikus igazolása különböző méretű golyósanyáknál, a 47. oldalon látható). Megjegyezzük, hogy az eljárás teljesen analóg azzal az esettel, ha a származtatási eljárás során az intervallum felosztása a g_1 görbéhez rendelt t_1 paraméter szerint történik.

3.6 A kapcsolószög meghatározása a tőrésmező figyelembevételével

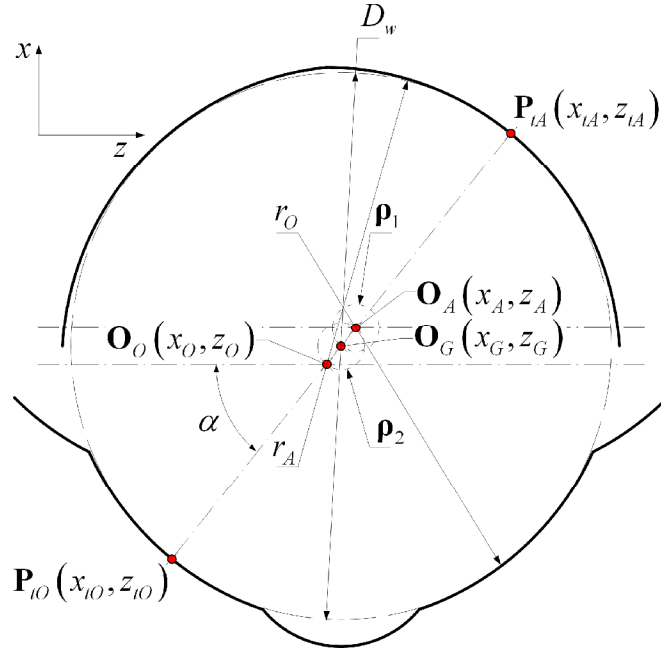
Kinematikai kapcsolódó felületpárokknál a származtatott szerszámprofil teljes tartományon vett pontosságának rendkívül nagy jelentősége van, mellyel számos tanulmány foglalkozott [5], [28], [30], [31], [33], [68], [69]. A golyósorsóknál a golyó-orsó és a golyó-anya a megfelelő kapcsolódó elemek. A kapcsolódás során fontos jelentősége van az α kapcsolószögnek melynek értelmezését 3.12. ábra mutatja különböző előfeszítési módokra. Tételezzük fel, hogy a három alkatrész a kapcsolódás során teljesen merev testként viselkedik, a rájuk ható erők okozta deformációktól, valamint a súrlódástól eltekintünk. Ezekkel a feltételezésekkel – ideális esetben – az ábrán látható, hogy a golyó csak a kontaktpontokban érintkezik az anya és az orsó menetfelületével, a többi felületelem a kapcsolódásban nem vesz részt. Hagyományos furatköszörűgépeken történő megmunkáláskor – ahol az R_{pr} és c paramétereket kell meghatározni a szerszámprofil körívhez – a pontosabb megmunkálási végeredmény érdekében célszerű a kontaktpontokhoz meghatározni az érintőkörívet, ami majd megegyezik a szerszámprofillal, számjegyzévlésű gépeken az ismertett előnyök miatt erre nincs szükség. Precíziós orsóknál az előfeszítésnek, ezáltal a holtjáték megszüntetésének, a hézagtalanításnak nagy jelentősége van. Az előfeszítés hatására kialakuló kontaktpontok a 3.12. ábra szerint értelmezhetőek, ami az előfeszítési módtól függően két ponton (pl. két golyósanya között alkalmazott előfeszítő szerkezet, menet eltolás), illetve négy ponton (pl. nagyobb méretű golyó választása) történő érintkezést tesz lehetővé ideális esetben.



3.12. ábra. A golyósorsó kapcsolódó elemei és a kontaktpontok kialakulása (a: kettő valamint b: négy ponton érintkező elemek az előfeszítés típusától függően)

Az előfeszítés nélküli orsóknál az üzem közben fellépő vonóerő hatására hasonlóan létrejönnek a fent vázolt kontaktpontok ideális esetben. Az α kapcsolószög meghatározásához a 3.13. ábra jelöléseit felhasználva megállapítható, ha a golyó egyidejűleg érinti az orsó – anya profiljait (előfeszített állapot, vagy üzemi állapot), akkor az \mathbf{O}_O , \mathbf{O}_G , \mathbf{O}_A középpontok, és a \mathbf{P}_{tO} , \mathbf{P}_{tA} érintőpontok (kontaktpontok) kollineárisak. Az egyes érintési pontok és a profilsugarak középpontjainak helyvektorait a golyó normálmetszetében vizsgálva meghatá-

rozható a kapcsolószög értéke. A golyót helyettesítő kör egyenlete a golyó normálmetszetében az $|\mathbf{P}_{tA} - \mathbf{O}_G|^2 = \left(\frac{D_w}{2}\right)^2$ módon írható fel. Legyen $\boldsymbol{\rho}_1 = \mathbf{O}_A - \mathbf{O}_G = (x_{r1}, z_{r1})$ az anya profilközéppontja és a golyó középpontja helyvektorainak különbsége, valamint $\boldsymbol{\rho}_1^\perp = (z_{r1}, -x_{r1})$ merőleges vektor.



3.13. ábra. A golyó normálmetszete a kontaktpontok síkbeli helyzetével

Ekkor $|\boldsymbol{\rho}_1|^2 = |\boldsymbol{\rho}_1^\perp|^2 = |\mathbf{O}_A - \mathbf{O}_G|^2$ és $\boldsymbol{\rho}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1^\perp = 0$. Az érintőpont a

$$\mathbf{P}_{tA} = \mathbf{O}_G + s \cdot \boldsymbol{\rho}_1 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_1^\perp = \mathbf{O}_A + (s-1) \cdot \boldsymbol{\rho}_1 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_1^\perp \quad (3.44)$$

alakban határozható meg. Behelyettesítve a $\mathbf{P}_{tA} = \mathbf{O}_G + s \cdot \boldsymbol{\rho}_1 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_1^\perp$ kifejezést a golyót helyettesítő kör $|\mathbf{P}_{tA} - \mathbf{O}_G|^2 = \left(\frac{D_w}{2}\right)^2$ egyenletébe és felhasználva a fenti összefüggéseket az

$$(s^2 + t^2) \cdot |\boldsymbol{\rho}_1|^2 = \left(\frac{D_w}{2}\right)^2 \quad (3.45)$$

egyenletet kapjuk. Hasonlóan az anyaprofilra a $\mathbf{P}_{tA} = \mathbf{O}_A + (s-1) \cdot \boldsymbol{\rho}_1 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_1^\perp$ kifejezést behelyettesítve a körív $|\mathbf{P}_{tA} - \mathbf{O}_A|^2 = r_A^2$ egyenletébe és a fenti összefüggéseket felhasználva az

$$((s-1)^2 + t^2) \cdot |\boldsymbol{\rho}_1|^2 = r_A^2 \quad (3.46)$$

egyenletre jutunk. A (3.45) és (3.46) egyenleteket egymásból kivonva és s -t kifejezve az

$$s = \frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{D_w}{2}\right)^2 - r_A^2}{|\boldsymbol{\rho}_1|^2} + 1 \right) \quad (3.47)$$

kifejezést kapjuk. A (3.47) kifejezést behelyettesítve a (3.45) egyenletbe és t^2 -re megoldva a

$$t^2 = \frac{\left(\frac{D_w}{2}\right)^2}{|\boldsymbol{\rho}_1|^2} - s^2 = \frac{-\left(|\boldsymbol{\rho}_1|^2 - \left(\frac{D_w}{2} + r_A\right)^2\right) \cdot \left(|\boldsymbol{\rho}_1|^2 - \left(\frac{D_w}{2} - r_A\right)^2\right)}{4 \cdot |\boldsymbol{\rho}_1|^2} \quad (3.48)$$

egyenletet kapjuk. A (3.48) egyenletből látható, hogy csak akkor van létező megoldás, ha az egyenlet jobb oldala nem negatív, vagyis a nevezőre a

$$\left(|\boldsymbol{\rho}_1|^2 - \left(\frac{D_w}{2} + r_A\right)^2\right) \cdot \left(|\boldsymbol{\rho}_1|^2 - \left(\frac{D_w}{2} - r_A\right)^2\right) \leq 0 \quad (3.49)$$

feltételnek kell teljesülnie, mely az $\left|\frac{D_w}{2} - r_A\right| \leq |\boldsymbol{\rho}_1| \leq \left|\frac{D_w}{2} + r_A\right|$ alakra tovább egyszerűsíthető. Belátható, hogy a 3.13 ábrának megfelelően az $|\boldsymbol{\rho}_1| = \left|\frac{D_w}{2} - r_A\right|$ feltételnek kell teljesülnie és ebben az esetben az érintési pont meghatározása a

$$\mathbf{P}_{IA} = \mathbf{O}_G + \frac{\frac{D_w}{2}}{\frac{D_w}{2} - r_A} \cdot \boldsymbol{\rho}_1 \quad (3.50)$$

képlettel lehetséges. Hasonló módon felírhatók a fenti összefüggések az orsóprofil és a golyó érintési pontjára. Legyen $\boldsymbol{\rho}_2 = \mathbf{O}_o - \mathbf{O}_G = (x_{r2}, z_{r2})$ az orsó profilközéppontja és a golyó középpontja helyvektorainak különbsége, valamint $\boldsymbol{\rho}_2^\perp = (z_{r2}, -x_{r2})$ merőleges vektor. Ekkor $|\boldsymbol{\rho}_2|^2 = |\boldsymbol{\rho}_2^\perp|^2 = |\mathbf{O}_o - \mathbf{O}_G|^2$ és $\boldsymbol{\rho}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2^\perp = 0$. Az érintőpont a

$$\mathbf{P}_{Io} = \mathbf{O}_G + s \cdot \boldsymbol{\rho}_2 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_2^\perp = \mathbf{O}_o + (s-1) \cdot \boldsymbol{\rho}_2 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_2^\perp \quad (3.51)$$

alakban határozható meg. Behelyettesítve a $\mathbf{P}_{Io} = \mathbf{O}_G + s \cdot \boldsymbol{\rho}_2 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_2^\perp$ kifejezést a golyót helyettesítő kör $|\mathbf{P}_{Io} - \mathbf{O}_G|^2 = \left(\frac{D_w}{2}\right)^2$ egyenletébe és felhasználva a fenti összefüggéseket a

$$(s^2 + t^2) \cdot |\boldsymbol{\rho}_2|^2 = \left(\frac{D_w}{2}\right)^2 \quad (3.52)$$

egyenletet kapjuk. Hasonlóan az orsóprofilra a $\mathbf{P}_{tO} = \mathbf{O}_O + (s-1) \cdot \boldsymbol{\rho}_2 + t \cdot \boldsymbol{\rho}_2^\perp$ kifejezést behelyettesítve a körív $|\mathbf{P}_{tO} - \mathbf{O}_O|^2 = r_o^2$ egyenletébe és a fenti összefüggéseket felhasználva a

$$\left((s-1)^2 + t^2 \right) \cdot |\boldsymbol{\rho}_2|^2 = r_o^2 \quad (3.53)$$

egyenletre jutunk. A (3.45) és (3.46) egyenleteket egymásból kivonva és s -t kifejezve az

$$s = \frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{D_w}{2} \right)^2 - r_o^2}{|\boldsymbol{\rho}_2|^2} + 1 \right) \quad (3.54)$$

képletet kapjuk. A (3.54) képletet behelyettesítve a (3.53) egyenletbe és t^2 -re megoldva a

$$t^2 = \frac{\left(\frac{D_w}{2} \right)^2}{|\boldsymbol{\rho}_2|^2} - s^2 = \frac{-\left(|\boldsymbol{\rho}_2|^2 - \left(\frac{D_w}{2} + r_o \right)^2 \right) \cdot \left(|\boldsymbol{\rho}_2|^2 - \left(\frac{D_w}{2} - r_o \right)^2 \right)}{4 \cdot |\boldsymbol{\rho}_2|^2} \quad (3.55)$$

egyenletet kapjuk. A (3.55) egyenletből látható, hogy csak akkor van létező megoldás, ha az egyenlet jobb oldala nem negatív, vagyis a nevezőre a

$$\left(|\boldsymbol{\rho}_2|^2 - \left(\frac{D_w}{2} + r_o \right)^2 \right) \cdot \left(|\boldsymbol{\rho}_2|^2 - \left(\frac{D_w}{2} - r_o \right)^2 \right) \leq 0 \quad (3.56)$$

feltételnek kell teljesülnie, mely az $\left| \frac{D_w}{2} - r_o \right| \leq |\boldsymbol{\rho}_2| \leq \left| \frac{D_w}{2} + r_o \right|$ alakra tovább egyszerűsíthető.

Belátható, hogy a 3.13 ábrának megfelelően az $|\boldsymbol{\rho}_2| = \left| \frac{D_w}{2} - r_o \right|$ feltételnek kell teljesülnie és ebben az esetben az érintési pont meghatározása a

$$\mathbf{P}_{tO} = \mathbf{O}_G + \frac{\frac{D_w}{2}}{\frac{D_w}{2} - r_o} \cdot \boldsymbol{\rho}_2 \quad (3.57)$$

képlettel lehetséges. Az előfeszítés során az egyensúlyi helyzet beálltakor a golyó \mathbf{O}_G középpontja a radiális játék figyelembevételével meghatározható. Egy célszerűen rögzített koordinátánál a (3.50) és (3.57) által meghatározott egyenletrendszer megoldva az ismeretlen \mathbf{P}_{tA} , \mathbf{P}_{tO} helyvektorok kiszámíthatók. Az előfeszített állapotban érvényes α kapcsolószög iránykoszinusza:

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{P}_{tA} - \mathbf{P}_{tO}}{|\mathbf{P}_{tA}| \cdot |\mathbf{P}_{tO}|} \quad (3.58)$$

3.7. táblázat. Kapcsolószögek értékei nagymenetemelkedésű golyósanyáknál

Méret	Golyósanya jellemző méretei					
	a [°]	D_1 [mm]	D_2 [mm]	R_{pr} [mm]	c [mm]	D_w [mm]
32x25	44,883	32,7 _{-0,1} ⁰	32,71 _{-0,1} ⁰	2,68 ₀ ^{+0,01}	0,25 ₀ ^{+0,01}	5
40x20	46,035	41,7 _{-0,1} ⁰	41,69 _{-0,1} ⁰	3,77 ₀ ^{+0,01}	0,28 ₀ ^{+0,01}	7,144
40x30	44,242	39,4 _{-0,1} ⁰	39,47 _{-0,1} ⁰	3,38 ₀ ^{+0,01}	0,255 ₀ ^{+0,01}	6,35
50x30	42,245	51,6 _{-0,1} ⁰	51,69 _{-0,1} ⁰	4,22 ₀ ^{+0,02}	0,264 ₀ ^{+0,02}	8

Az üzemi (előfeszítetlen golyósorsónál), valamint az előfeszítésnél kialakuló kapcsolószögnek azért van jelentősége, mert ha a származtatás során a meghatározandó szerszámprofil egy közelítő körívvel szeretnénk leírni, akkor célszerű a görbét úgy előállítani, hogy az approximációs körív a kapcsolópontban simuljon a legkisebb eltéréssel. A gyártáskor előírt bizonyos méretek tűréshatáron belüli eltérése a kontaktpont helyzetét és a kapcsolószög értékét szintén befolyásolja, ezért az approximációs körív tulajdonságait ezen a tartományon is érdemes vizsgálni. A (3.58) egyenlet alapján a kapcsolószög α_{\min} és α_{\max} értékét a \mathbf{P}_{tA} és \mathbf{P}_{tO} pontok helyzete határozza meg. Ezek figyelembevételével

$$a_{\min} = \begin{cases} R_{pr} - AH \\ D_2 + FH \\ D_1 - AH \end{cases}, \quad a_{\max} = \begin{cases} R_{pr} + FH \\ D_2 - AH \\ D_1 + FH \end{cases} \quad (3.59)$$

feltételek teljesülése szolgáltatja a tartomány két szélső értékét. A kapcsolószögek meghatározását és a kapott eredmények grafikus megjelenítését, ellenőrzését egy *Matlab GUI* program segítségével is elvégeztük (a kapott kapcsolószögek α_{\min} és α_{\max} értékeit 3.8-3.9 táblázatok tartalmazzák).

3.8. táblázat. Kapcsolószögek minimális értékei a tűrések figyelembevételével

Méret	Golyósanya jellemző méretei					
	a_{\min} [°]	D_1 [mm]	D_2 [mm]	R_{pr} [mm]	c [mm]	D_w [mm]
32x25	34,525	32,6	32,71	2,68	0,25	5
40x20	36,406	41,6	41,69	3,77	0,28	7,144
40x30	35,151	39,3	39,47	3,38	0,255	6,35
50x30	35,739	51,5	51,69	4,22	0,264	8

3.9. táblázat. Kapcsolószögek maximális értékei a tűrések figyelembevételével

Méret	Golyósanya jellemző méretei					
	a_{\max} [°]	D_1 [mm]	D_2 [mm]	R_{pr} [mm]	c [mm]	D_w [mm]
32x25	60,637	32,7	32,61	2,69	0,25	5
40x20	60,667	41,7	41,59	3,78	0,28	7,144
40x30	57,147	39,4	39,37	3,39	0,255	6,35
50x30	57,734	51,6	51,59	4,24	0,264	8

A 3.9. táblázatban található értékeknek elméleti jelentőségük van, mert az ilyen geometriai méretekkel szerelt golyósorsók – az eredeti golyómérettel azonos átmérőjű golyókkal szerelve – négy ponton előfeszített (túlhatározott, golyókkal előfeszített) orsók lennének (3.12. ábra), ahol a kapcsolószögek értékeit más módon kell meghatározni. A gyakorlatban a szerelés során az adott méretű anya-orsó párhoz a beépített golyókat méret szerint változtatják, ezért a golyókkal történő előfeszítés csak indokolt esetben lehetséges.

4. NUMERIKUS MÓDSZERREL ELŐÁLLÍTOTT SZERSZÁMPROFIL

A felület-felület metszésének meghatározása alapvető probléma a mérnöki gyakorlatban, melynek előállítására többféle eljárás is létezik, attól függően, hogy milyen egyenletekkel írhatók azok le [12], [39], [61], [63], [91], [107]. A munkadarab és a szerszámsík metszeteinek generálását egy kezdetiérték-feladatként megfogalmazva a keresett metszéspontok meghatározhatók. Az egyes metszetek pontjainak ismeretében lehetőség nyílik a korongprofil leíró közelítő görbe előállítására. A numerikus módszerrel meghatározott profil előállításának lépéseit és az így előállított közelítő megoldást ebben a fejezetben mutatjuk be.

4.1 A kezdetiérték-feladat (KÉF) megfogalmazása

A numerikus kontinuitási módszerek az egyparaméteres, többváltozós egyenletrendszerek megoldását követik, ahol a paraméter folyamatosan vagy közel folyamatosan változik [1], [99]. Az ilyen egyenletrendszereket a $\mathbf{H}(\mathbf{y}, \lambda)=0$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^m$, $\lambda \in \mathbb{R}$, alakban írhatjuk fel. Általában $m=n$, így az n egyenlet és $n+1$ ismeretlen, valamint a célszerűen rögzített λ paraméterértéknél az egyenletrendszer négyzetessé és határozottá válik. Ahogy a λ paraméterérték változik, az egyenletrendszerek megoldásai egy megoldásgörbét írnak le az \mathbb{R}^n tartományban. Az $m < n$ esetben az egyenletrendszer alulhatározottá, az $m > n$ esetben túlhatározottá válik, ezért más eljárást kell alkalmazni, ilyen lehet a legkisebb négyzetek módszere Moore-Penrose pszeudoinverz használatával. A kontinuitási módszer alkalmazásakor a többváltozós $\mathbf{P}=(P_1, P_2, \dots, P_n)=0$ egyenletrendszer megoldásához definiáljuk a $\mathbf{Q}=(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)=0$ egyenletrendszert úgy, hogy annak megoldását már ismerjük, vagy könnyen előállítható. A homotópiás egyenletrendszer a $\mathbf{H}(\mathbf{y}, \lambda)=(1-\lambda) \cdot \mathbf{Q}(\mathbf{y})+\lambda \cdot \mathbf{P}(\mathbf{y})$ alakban írható fel, ahol $0 \leq \lambda \leq 1$. A származtató és származtatott felület közös részének meghatározásához a kontinuitási problémát egy közönséges differenciálegyenlet-rendszerrel megoldható kezdeti értékfeladatként állítjuk elő. Az ilyen módon előállított megoldáshoz szükséges feltétel, hogy $m < n$. Ebben az esetben a λ paraméter kizárható, így az

$$\begin{aligned} f_1(y_1, y_2, \mathbf{K}, y_n, y_{n+1}) &= 0, \\ f_2(y_1, y_2, \mathbf{K}, y_n, y_{n+1}) &= 0, \\ \mathbf{M} \\ f_n(y_1, y_2, \mathbf{K}, y_n, y_{n+1}) &= 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

n egyenletből és $n+1$ ismeretlenből álló egyenletrendszert kapjuk. Geometriailag n számú hiperfelületet írunk le \mathbb{R}^{n+1} -ben, ahol a megoldáshalmaz egy görbe \mathbb{R}^{n+1} -ben.

Az (4.1) egyenletrendszer teljes differenciálásával az

$$\begin{aligned} df_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial f_1}{\partial y_2} dy_2 + \mathbf{K} + \frac{\partial f_1}{\partial y_{n+1}} dy_{n+1} = 0, \\ df_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial f_2}{\partial y_2} dy_2 + \mathbf{K} + \frac{\partial f_2}{\partial y_{n+1}} dy_{n+1} = 0, \\ \mathbf{M} \\ df_n &= \frac{\partial f_n}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial f_n}{\partial y_2} dy_2 + \mathbf{K} + \frac{\partial f_n}{\partial y_{n+1}} dy_{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

differenciálegyenlet-rendszert kapjuk. A $d\mathbf{y}=[dy_1, dy_2, \dots, dy_n]$, valamint a f_i függvény gradiensét a $\nabla f_i = \left[\frac{\partial f_i}{\partial y_1}, \frac{\partial f_i}{\partial y_2}, \mathbf{K}, \frac{\partial f_i}{\partial y_{n+1}} \right]$ alakban felírva, majd behelyettesítve az (4.2) egyenletrendszerbe

$$\begin{aligned} df_1 &= \nabla f_1 \cdot d\mathbf{y} = 0, \\ \mathbf{M} \\ df_i &= \nabla f_i \cdot d\mathbf{y} = 0, \\ \mathbf{M} \\ df_n &= \nabla f_n \cdot d\mathbf{y} = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

differenciálegyenlet-rendszert kapjuk. A fenti egyenletek geometriailag azt jelentik, hogy a $d\mathbf{y}$ megoldás érintője ortogonális a ∇f_i gradiensekre. Vagyis, ha található úgy egy irányvektor, hogy az ortogonális minden gradiensekre, akkor a megoldásgörbe felrajzolható követve ezt az irányvektort. Az irányvektor meghatározásakor ismert n független $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$, vektor az $n+1$ dimenziós térben és egyértelműen meghatározható az n vektorokra ortogonális irány a

$$\mathbf{w} = \mathbf{P}(\mathbf{v}_1, \mathbf{K}, \mathbf{v}_i, \mathbf{K}, \mathbf{v}_n) = \det \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{K} & \mathbf{e}_i & \mathbf{K} & \mathbf{e}_n & \mathbf{e}_{n+1} \\ & & v_1 & & & \\ & & \mathbf{M} & & & \\ & & v_i & & & \\ & & \mathbf{M} & & & \\ & & v_n & & & \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

determináns meghatározásával. Az ortogonális irányvektor meghatározása $n=3$ értéknél a $\mathbf{v}_1=[a \ b \ c]$, $\mathbf{v}_2=[d \ e \ f]$ vektorokra a

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_3 &= \det \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot \mathbf{e}_1 \cdot \det \begin{bmatrix} b & c \\ e & f \end{bmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot \mathbf{e}_2 \cdot \det \begin{bmatrix} a & c \\ d & f \end{bmatrix} + \\ &+ (-1)^{1+3} \cdot \mathbf{e}_3 \cdot \det \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} = \mathbf{e}_1 \cdot (b \cdot f - e \cdot c) + \mathbf{e}_2 \cdot (c \cdot d - a \cdot f) + \mathbf{e}_3 \cdot (a \cdot e - b \cdot d) \end{aligned}$$

pozitív determináns meghatározásával történik, melyet a $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$ vektorok vektoriális szorzataként is előállíthatunk. A fentiek figyelembevételével a dy függvényt érintő megoldásgörbe irányvektora a gradiens bevezetésével a

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}(\nabla f_1, \mathbf{K}, \nabla f_i, \mathbf{K}, \nabla f_n) = \det \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{K} & \mathbf{e}_i & \mathbf{K} & \mathbf{e}_n & \mathbf{e}_{n+1} \\ & & \nabla f_1 & & & \\ & & \mathbf{M} & & & \\ & & \nabla f_i & & & \\ & & \mathbf{M} & & & \\ & & \nabla f_n & & & \end{vmatrix} \quad (4.5)$$

alakban állítható elő. Mivel ez az irányvektor $d\mathbf{y} = \eta \cdot \mathbf{W}$ a megoldásgörbe pontbeli érintőjével párhuzamos, a kontinuitási feladat egyenértékű a

$$\frac{d}{dt} \mathbf{y} = h \cdot \mathbf{P}(\nabla f_1, \mathbf{K}, \nabla f_i, \mathbf{K}, \nabla f_n) \quad (4.6)$$

differenciálegyenlet-rendszer megoldásával, ahol η egy alkalmasan választott skalár. Alkalmazzuk a fent leírt kontinuitási módszert két felület metszéspontjének meghatározásához. A felületek matematikai leírását *explicit* vagy *implicit* módon megadva a kontinuitási módszert *explicit-explicit*, *implicit-implicit*, valamint *implicit-explicit* formában előállított felületeknél is alkalmazhatjuk. A 4.1. táblázatban az egyes konfigurációkhoz tartozó egyenletek, valamint változók száma látható a paraméterek függvényében.

4.1. táblázat. Egyenletek és változók száma a felületek megadásának típusa szerint

Konfigurációk	Egyenletek	Paraméterek	Egyenletek száma	Változók száma
<i>Implicit-implicit</i>	$\mathbf{F}_c(x, y, z) = \mathbf{S}_k(x, y, z)$	$[x, y, z]$	2	3
<i>Explicit-explicit</i>	$\mathbf{F}_c(u, v) = \mathbf{S}_k(q, t)$	$[u, v, q, t]$	3	4
<i>Implicit-explicit</i>	$\mathbf{F}_c(x, y, z) = \mathbf{S}_k(q, t)$	$[x, y, z, q, t]$	4	5
<i>Explicit-implicit</i>	$\mathbf{F}_c(u, v) = \mathbf{S}_k(x, y, z)$	$[u, v, x, y, z]$	4	5

A fentiek alapján kijelenthető, hogy az egyenletek száma=változók száma-1. A származtató felület és a munkadarab felületének metszéspontját a kontinuitási módszerrel előállítva a következő lépések végrehajtása szükséges:

1. írjuk fel az n egyenletet az $n+1$ változóval: $f_i(y_j)=0$,
2. határozzuk meg az n számú gradienst a függvények *Jacobi* determinánsával: $\mathbf{J}_{n \times (n+1)} = \frac{\partial F}{\partial Y} = \frac{\partial f_i}{\partial y_j}$,
3. írjuk fel a szimbolikus bázisvektorok sorával kibővített \mathbf{J}_k *Jacobi* mátrixot,
4. határozzuk meg a \mathbf{P} ortogonális irányt a $\mathbf{P} = \det(\mathbf{J}_k)$ kibővített *Jacobi* mátrix determinánsával,

5. változók behelyettesítése az ortogonálvektor egyenletébe,
6. a differenciálegyenlet rendszer előállítás,
7. kezdetiérték meghatározása az egyik célszerűen választott változó rögzítésével,
8. a kezdetiérték-feladat megoldása valamilyen numerikus eljárással.

A fenti lépéseket a származtatás során csak egyszer kell végrehajtani, mielőtt elvégezzük a *KÉF* probléma megoldását.

4.2 A kezdetiérték-feladat megoldása

A közönséges differenciálegyenletek megoldására több módszer is létezik, melynek ismeretével számos irodalom foglalkozik [2], [87], [90]. A megoldás numerikus előállításához alkalmazott módszer kiválasztásánál alapvetően a következő szempontokat kell figyelembe venni:

- milyen mértékű a képlethiba, valamint mekkora a kerekítési hiba a számítás egyes lépéseiben, mennyire becsülhető az eljárás hibája,
- hogyan indítható el feladat (szükség van esetleg segédmódszerre),
- milyen gyors az eljárás.

A fenti megfontolásokat figyelembe véve a differenciálegyenletek megoldására *Runge-Kutta* módszerek közül két eljárást emelünk ki, majd azok eredményeit vetjük össze egymással.

4.2.1 A Runge-Kutta-Bogacki-Shampine (ODE23) módszer

A *Runge-Kutta* módszerek az *Euler* módszer javításának, módosításának (másodrendű *Runge-Kutta*, vagy *Heun*), valamint továbbfejlesztésének tekinthetők a kezdeti érték feladatok megoldására. Az egyik leggyakrabban alkalmazott módszer – melyet a *MATLAB* szoftver *ode23* parancsával futtathatunk – az *RK23* módszer. Az eljárás egy harmadrendű függvénnyel közelíti a megoldást, és egy beágyazott másodrendű függvénnyel javítja a lépésközt. Az eljárás a

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(t_k, y_k), \\
 k_2 &= hf\left(t_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_1\right), \\
 k_3 &= hf\left(t_k + \frac{3}{4}h, y_k + \frac{3}{4}k_2\right), \\
 k_4 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{2}{9}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{4}{9}k_3\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

együtthatókat használja, ekkor a harmadrendű közelítő egyenlet az

$$y_{k+1} = y_k + \frac{2}{9}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{4}{9}k_3
 \tag{4.8}$$

és a *Runge-Kutta* lépés javításához használt másodrendű az

$$y_{k+1} = y_k + \frac{7}{24}k_1 + \frac{1}{4}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{8}k_4 \quad (4.9)$$

módon számítható. Az alacsonyabb rendű módszerek hatékonyan használhatók nagyobb közelítési hibákra.

4.2.2 A *Runge-Kutta-Dormand-Prince (ODE45)* módszer

Az *ODE45* módszer lényege – hasonlóan az előbbi fejezetben bemutatott *ode23* eljárásához – hogy egymásba ágyazott két különböző rendű módszert futtat párhuzamosan, emiatt a két hibabecslést egymással összehasonlítva az egyik elhanyagolható. Az eljárás a

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_k, y_k), \\ k_2 &= hf\left(t_k + \frac{1}{5}h, y_k + \frac{1}{5}k_1\right), \\ k_3 &= hf\left(t_k + \frac{3}{10}h, y_k + \frac{3}{40}k_1 + \frac{9}{40}k_2\right), \\ k_4 &= hf\left(t_k + \frac{4}{5}h, y_k + \frac{44}{45}k_1 - \frac{56}{15}k_2 + \frac{32}{9}k_3\right), \\ k_5 &= hf\left(t_k + \frac{8}{9}h, y_k + \frac{19372}{6561}k_1 - \frac{25360}{2187}k_2 + \frac{64448}{6561}k_3 - \frac{212}{279}k_4\right), \\ k_6 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{9017}{3168}k_1 - \frac{355}{33}k_2 + \frac{46732}{5247}k_3 + \frac{49}{176}k_4 - \frac{5103}{18656}k_5\right), \\ k_7 &= hf\left(t_k + h, y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

együtthatókat használja, ekkor a negyedrendű közelítő egyenlet az

$$y_{k+1} = y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_4 - \frac{2187}{6784}k_5 + \frac{11}{84}k_6, \quad (4.11)$$

és a javított ötödrendű közelítő *Runge-Kutta* lépés az

$$y_{k+1} = y_k + \frac{5179}{57600}k_1 + \frac{7571}{16695}k_3 + \frac{393}{640}k_4 - \frac{92097}{339200}k_5 + \frac{187}{2100}k_6 + \frac{1}{40}k_7 \quad (4.12)$$

módon számítható. Az optimális lépésköz a

$$h_{opt} = s \cdot h = \left(\frac{\epsilon \cdot h}{2|y_{k+1} - y_{k+1}|} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot h \quad (4.13)$$

alakban számítható, ahol ϵ ez előírt hibatűrés.

4.2.3 A két eljárás összehasonlítása

A közelítő eljárások pontosságának ellenőrzéséhez szükséges egy ismert pontos megoldás. A felületek metszéséhez vegyünk egy R_{pr} sugarú, egységnyi magasságú hengert, és messük el az xy síkkal. Ekkor a kapott eredményeket visszahelyettesítve a kör parametrikus egyenletébe az eljárások pontossága összehasonlíthatóvá válik. Alkalmazzuk a kontinuitási feladat szükséges lépéseit, majd állítsuk elő a henger-sík metszetét a metszet elegendő számú pontjával. A *KÉF* megoldását a *MATLAB ode23* és *ode45* eljárásaival előállítva az eredmények a 4.2. táblázatban láthatók.

4.2. táblázat. Számítási műveletigények *ode23* és *ode45* eljárásoknál

Pont száma	<i>ode23</i> eredményei (eltérés a pontos megoldástól)	<i>ode45</i> eredményei (eltérés a pontos megoldástól)
1.	0	0
2.	$2,753353 \cdot 10^{-14}$	$2,753353 \cdot 10^{-14}$
3.	$1,065824 \cdot 10^{-14}$	$1,065824 \cdot 10^{-14}$
4.	$4,440892 \cdot 10^{-16}$	$1,643130 \cdot 10^{-14}$
5.	$1,065824 \cdot 10^{-14}$	$1,065814 \cdot 10^{-14}$
6.	$1,065824 \cdot 10^{-14}$	$1,065814 \cdot 10^{-14}$
7.	$4,440892 \cdot 10^{-16}$	$1,643130 \cdot 10^{-14}$
8.	$1,065824 \cdot 10^{-14}$	$1,065814 \cdot 10^{-14}$
9.	$2,753353 \cdot 10^{-14}$	$2,753353 \cdot 10^{-14}$
10.	0	0
<i>Relatív hiba</i>	<i>Számítási műveletigények ode23 eljárásnál</i>	<i>Számítási műveletigények ode45 eljárásnál</i>
10^{-3}	32 lépés 100 függvénykiértékelés	16 lépés 97 függvénykiértékelés
10^{-4}	65 lépés, 2 hibás kísérlet 202 függvénykiértékelés	15 lépés 91 függvénykiértékelés
10^{-5}	135 lépés 406 függvénykiértékelés	14 lépés 85 függvénykiértékelés
10^{-6}	262 lépés 787 függvénykiértékelés	16 lépés 97 függvénykiértékelés

Az eljárások beállításainál a megadott abszolút hiba értéke 10^{-6} nagyságú volt a megoldás minden komponensére. A megengedett relatív hiba értékére az alkalmazott függvény csak olyan megoldást fogad el, melyre a becsült hiba $e_b(i) \leq \max\{e_{rel} \cdot |x(i)|, e_{abs}(i)\}$. A fenti táblázat eredményeit megvizsgálva látható, hogy a kapott eredmények a 4. és 7. pont kivételével megegyeznek mindkét eljárásnál. A relatív hiba értékének csökkentése a közelítő számítások végeredményeit nem befolyásolja, azonban az *ode23* eljárásnál a lépések – ezzel arányosan a függvénykiértékelések – száma nagymértékben megnő, míg az *ode45* algo-

ritmus használatával a lépésszám csak kismértékben, vagy egyáltalán nem változik. A felület-felület metszések a *KÉF* probléma megoldására – a számítási műveletigényt figyelembe véve – az *ode45* eljárást célszerű alkalmazni.

4.3 A numerikus származtatási eljárás bemutatása

A kezdetiérték-feladat megoldásához szükségünk van a szerszámsík korongdöntés utáni egyenletére, valamint az anyagprofil leíró felületek egyenleteire. Az egyenleteket paraméteres (*implicit*) formában felírva három egyenletet kapunk, négy változóval. A szerszámsík paraméteres egyenlete az

$$\mathbf{S}_k(q, t) = \mathbf{O}_k + q \cdot \mathbf{v}_k + t \cdot \mathbf{x}_c \quad (4.14)$$

alakban írható fel, ahol q és t a megfelelő paraméterek. A golyósanya csavarfelületeinek egyenletei

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{c,1}(u, v_1) &= \mathbf{h}(u) + R_{pr} [\mathbf{b} \cdot \sin(v_1) - \mathbf{n} \cdot \cos(v_1)], \\ \mathbf{F}_{c,2}(u, v_2) &= \mathbf{h}(u) + R_{pr} [\mathbf{b} \cdot \sin(v_2) - \mathbf{n} \cdot \cos(v_2)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

alakban állnak elő, ahol v_1, v_2 a csavarfelületek paraméterei, $\mathbf{h}(u)$ az anyamenet csavarvonalának egyenlete, \mathbf{b} a binormális egységvektor és \mathbf{n} a normális egységvektor. Felhasználva az ismert összefüggéseket és behelyettesítve az együtthatókat a csavarvonal egyenlete

$$\mathbf{h}(u) = \left[\left(\frac{D_2}{2} - e \right) \cos(u) \cdot \mathbf{e}_x, \left(\frac{D_2}{2} - e \right) \sin(u) \cdot \mathbf{e}_y, -\frac{p_h}{2 \cdot p} \cdot u \cdot \mathbf{e}_z \right] \quad (4.16)$$

paraméteres vektoralakban írható fel. A binormális egységvektor a normálmetszet origójában

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{h}'(u) \times \mathbf{h}''(u)}{|\mathbf{h}'(u) \times \mathbf{h}''(u)|}, \quad (4.17)$$

behelyettesítve az ismert együtthatókat

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \frac{\begin{bmatrix} -h_x \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_x, h_y \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_y, h_z \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -h_x \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_x, -h_y \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_y, 0 \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -h_x \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_x, h_y \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_y, h_z \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -h_x \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_x, -h_y \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_y, 0 \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix}} = \\ &= \frac{\begin{bmatrix} -\frac{p_h}{2 \cdot p} \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_x, \frac{p_h}{2 \cdot p} \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_y, \left(\frac{D_2}{2} - e \right) \cdot \mathbf{e}_z \end{bmatrix}}{\sqrt{\left(\frac{D_2}{2} - e \right)^2 + \left(-\frac{p_h}{2 \cdot p} \right)^2}}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Az \mathbf{n} normálvektor meghatározásához szükséges a \mathbf{t} érintővektor előállítás, melyet a

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{h}'(u)}{|\mathbf{h}'(u)|} = \frac{[-h_x \cdot \sin(u) \cdot \mathbf{e}_x, h_y \cdot \cos(u) \cdot \mathbf{e}_y, h_z \cdot \mathbf{e}_z]}{\sqrt{\left(\frac{D_2}{2} - e\right)^2 + \left(\frac{p_h}{2 \cdot p}\right)^2}} \quad (4.19)$$

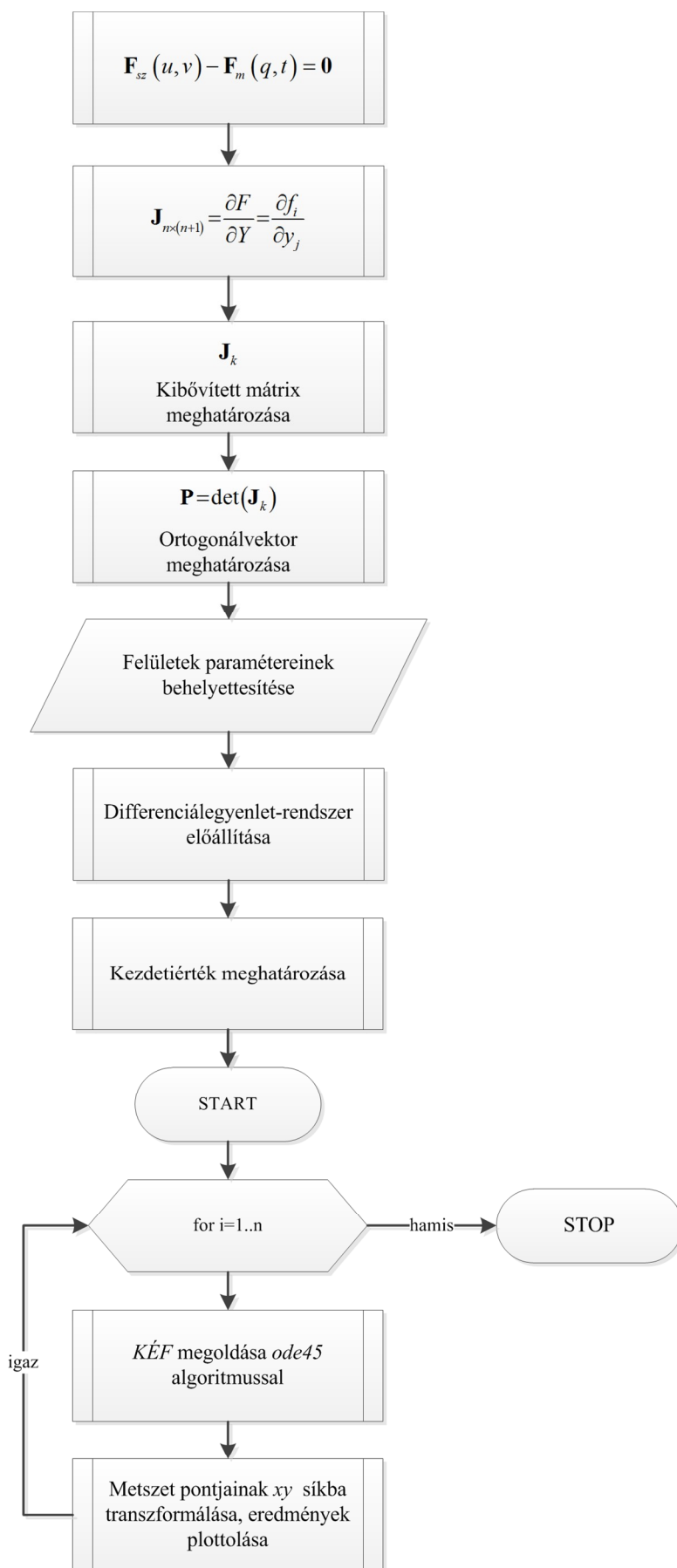
alakban állíthatunk elő. A normálvektorra érvényes összefüggés az

$$\mathbf{n} = \mathbf{b} \times \mathbf{t} = [-\cos(u) \cdot \mathbf{e}_x, -\sin(u) \cdot \mathbf{e}_y, 0 \cdot \mathbf{e}_z] \quad (4.20)$$

vektoriális szorzat alapján írható fel. Az ortogonálvektorból képzett differenciál-egyenletrendszer

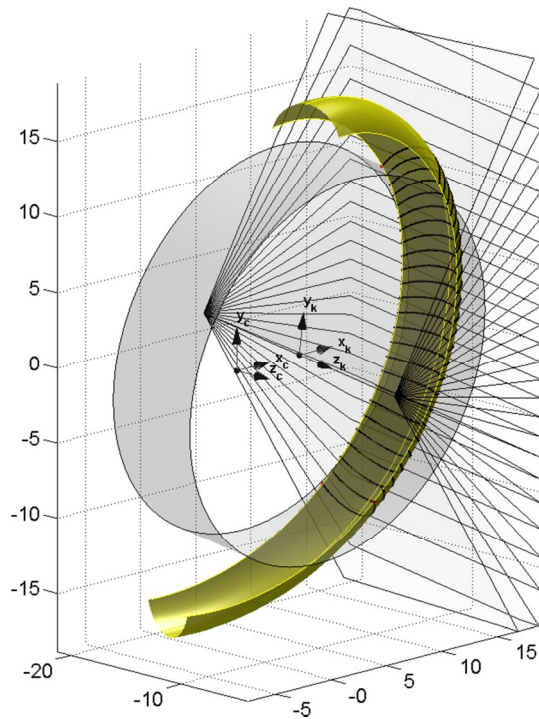
$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{du} &= \frac{R_{pr}}{a^2} \left[R_{pr} \cdot s(u) \cdot c(u) \cdot x_{c,y} \cdot (p^2 - a^2) - a \cdot x_{c,z} \cdot c(u) \cdot s(v) \cdot (p \cdot h_z + R_h^2) - \right. \\ &\quad - R_h \cdot a \cdot x_{c,x} \cdot c(u) \cdot c(v) \cdot (R_{pr} \cdot c(u) + R_h) - p \cdot R_{pr} \cdot R_h \cdot c(u) \cdot s(u) \cdot (x_{c,x} \cdot s(v) - x_{c,z} \cdot c(v)) - \\ &\quad - a^2 \cdot s(u) \cdot (R_h \cdot x_{c,y} + s(v) \cdot h_z \cdot x_{c,x} - \cos(v) \cdot h_z \cdot x_{c,z}) - a \cdot c(u) \cdot (R_{pr} \cdot R_h \cdot x_{c,z} \cdot c(u) \cdot s(v) + \\ &\quad \left. + p \cdot h_z \cdot x_{c,x} \cdot c(v)) \right], \\ \frac{dy_2}{dv} &= \frac{R_{pr}}{a^2} \left[-a \cdot s(\mathbf{g}_k) \cdot c(u) \cdot s(v) \cdot (R_h^2 + p \cdot h_z + R_{pr} \cdot R_h \cdot c(u)) + R_{pr} \cdot c(\mathbf{g}_k) \cdot c(u) \cdot s(u) \cdot (a^2 - p^2) + \right. \\ &\quad \left. + a^2 \cdot s(u) \cdot (R_h \cdot c(\mathbf{g}_k) + h_z \cdot s(\mathbf{g}_k) \cdot c(v)) + R_{pr} \cdot R_h \cdot p \cdot s(\mathbf{g}_k) \cdot c(u) \cdot s(u) \cdot c(v) \right], \\ \frac{dy_3}{dq} &= h_x \cdot s(v) \cdot (-x_{c,y} \cdot s(\mathbf{g}_k) - x_{c,z} \cdot c(\mathbf{g}_k)) + R_{pr} \cdot c(u) \cdot s(v) \cdot (-x_{c,y} \cdot s(\mathbf{g}_k) - x_{c,z} \cdot c(\mathbf{g}_k)) + \\ &\quad + \frac{p}{a} \cdot R_{pr} \cdot s(u) \cdot c(v) \cdot (x_{c,z} \cdot c(\mathbf{g}_k) + x_{c,y} \cdot s(\mathbf{g}_k)) + h_z \cdot (-s(\mathbf{g}_k)) \cdot x_{c,x} - \\ &\quad - c(\mathbf{g}_k) \cdot x_{c,x} \cdot c(v) \cdot (h_y + R_{pr} \cdot c(u)) - \frac{p}{a} \cdot c(\mathbf{g}_k) \cdot x_{c,x} \cdot R_{pr} \cdot s(u) \cdot s(v), \\ \frac{dy_4}{dt} &= \frac{R_{pr}}{a} \left[p \cdot c(u) \cdot s(v) \cdot (-x_{c,y} \cdot s(\mathbf{g}_k) - x_{c,z} \cdot c(\mathbf{g}_k)) - p \cdot c(u) \cdot c(v) \cdot x_{c,x} \cdot c(\mathbf{g}_k) + \right. \\ &\quad \left. + a \cdot s(u) \cdot c(v) \cdot (x_{c,z} \cdot c(\mathbf{g}_k) + x_{c,y} \cdot s(\mathbf{g}_k)) + R_h \cdot c(u) \cdot x_{c,x} \cdot s(\mathbf{g}_k) - a \cdot s(u) \cdot s(v) \cdot x_{c,x} \cdot c(\mathbf{g}_k) \right], \quad (4.21) \\ R_h &= \frac{D_2}{2} - e, \quad p = -\frac{p_h}{2 \cdot p}, \quad a = \sqrt{R_h^2 + p^2}, \\ h_x &= \frac{D_2}{2} - e, \quad h_y = \frac{D_2}{2} - e, \quad h_z = -\frac{p_h}{2 \cdot p} \end{aligned}$$

szerint alakul, ahol "s"="sin" és "c"="cos" függvények rövidítése. A fenti *KÉF* probléma megoldása a gótikus körívprofilú golyósanya belső menetfelületének és a szerszámkorong egyik szimmetriásíkja metszetének közelítő meghatározására alkalmas. A származtatási eljárás egy általánosított folyamatábráját mutatja a 4.1. ábra.

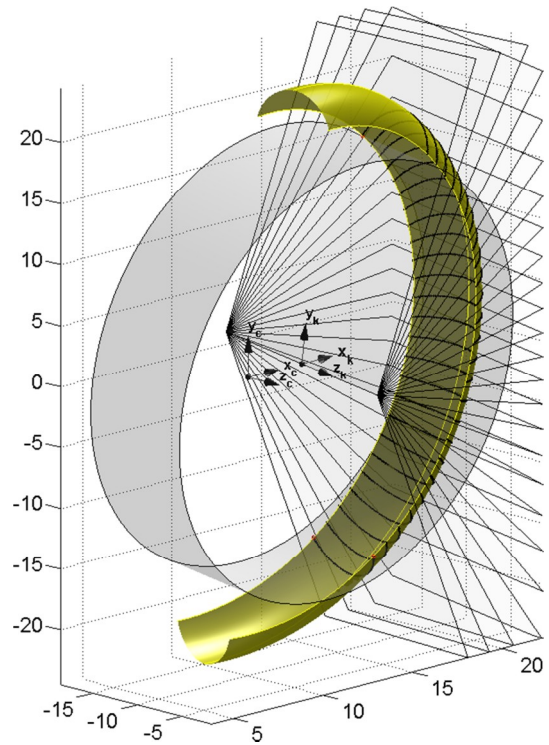


4.1. ábra. A numerikus származtatási eljárás általánosított folyamatábrája

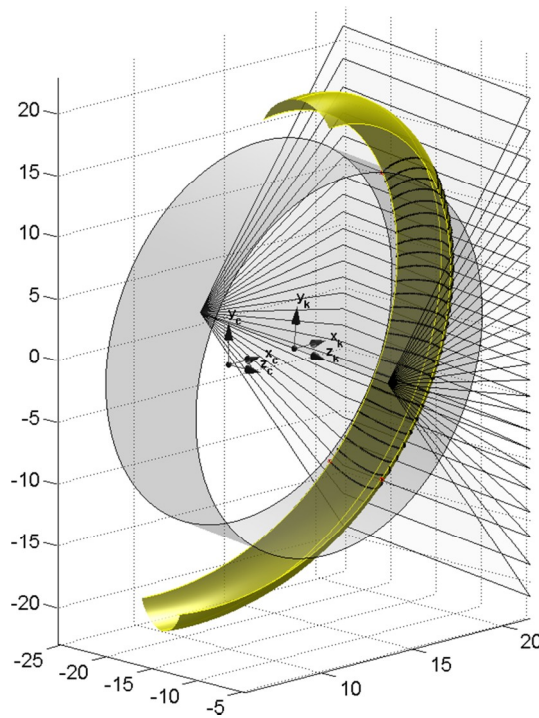
A numerikus származtatási eljárást a 3.1. táblázatban jellemzett geometriai méretű golyósanyákra elvégezve a grafikus eredmények az alábbi 4.2 – 4.5. ábrákon láthatók.



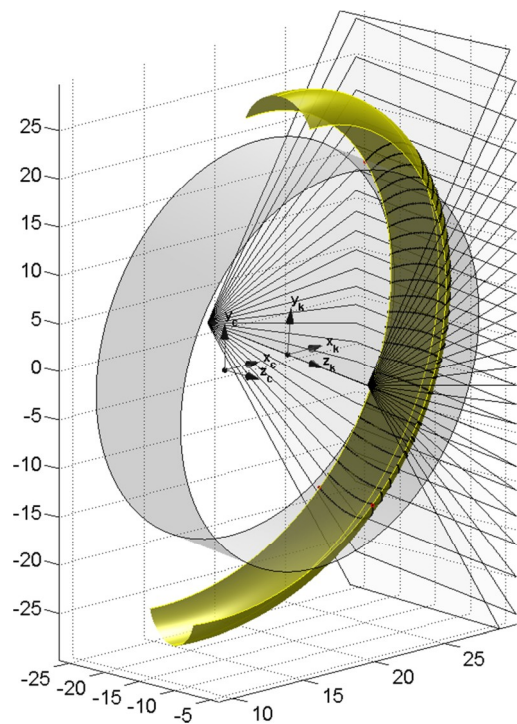
4.2. ábra. Felületek metszései eredményei
32x25 méretű golyósanyánál



4.3. ábra. Felületek metszései eredményei
40x20 méretű golyósanyánál



4.4. ábra. Felületek metszései eredményei
40x30 méretű golyósanyánál



4.5. ábra. Felületek metszései eredményei
50x30 méretű golyósanyánál

A kapott metszéspontok általános helyzetű síkgörbéket írnak le. A profil meghatározásakor a megjelenítés miatt a pontokat a munkadarab koordináta-rendszerének xy síkjába transzformáljuk, majd a további vizsgálatokat a transzformált pontokon végezzük el. A transzformációt két lépésben hajtjuk végre, első lépésben elforgatjuk a síkmetszetet a szerszám tengelye körül, majd az elforgatott metszetet az x tengely körül. A transzformációt egy térbeli pont általános helyzetű tengely körüli forgatására érvényes összefüggés alapján írhatjuk fel. Legyen a forgatás tengelye annak két pontjával meghatározva (célszerűen a szerszám-tengelyen választott két pont), ekkor a forgatás tengelyének irányvektora \mathbf{v}_k . Határozzuk meg a z tengely és a forgatás tengelye által bezárt szöveget a

$$g_r = \frac{P}{2} - \arccos(\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{e}_y) \quad (4.22)$$

összefüggés szerint. A y tengellyel bezárt szöveget a

$$b_r = \operatorname{sgn}(v_{k,y}) \cdot \arccos\left(\frac{\begin{bmatrix} v_{k,x} & v_{k,y} & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}_x}{\begin{bmatrix} v_{k,x} & v_{k,y} & 0 \end{bmatrix}}\right) \quad (4.23)$$

egyenlet alapján számíthatjuk. A homogén rotációs mátrixok a megfelelő tengelyek körül rendre

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{x_c} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a_r) & -\sin(a_r) & 0 \\ 0 & \sin(a_r) & \cos(a_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{y_c} &= \begin{bmatrix} \cos(b_r) & 0 & \sin(g_r) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(g_r) & 0 & \cos(g_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{z_c} &= \begin{bmatrix} \cos(g_r) & -\sin(g_r) & 0 & 0 \\ \sin(g_r) & \cos(g_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.24)$$

alakban írhatók fel. A translációs vektor meghatározása a globális és lokális koordináta-rendszer között

$$\mathbf{v}_T = (\mathbf{R}_{y_c} \cdot \mathbf{R}_{z_c})^{-1} \cdot \mathbf{P}_1 \quad (4.25)$$

képlet alapján lehetséges, ahol \mathbf{P}_1 a forgatási tengely pontja. Ekkor a \mathbf{T} homogén translációs mátrix a

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & v_{T,x} \\ 0 & 1 & 0 & v_{T,y} \\ 0 & 0 & 1 & v_{T,z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

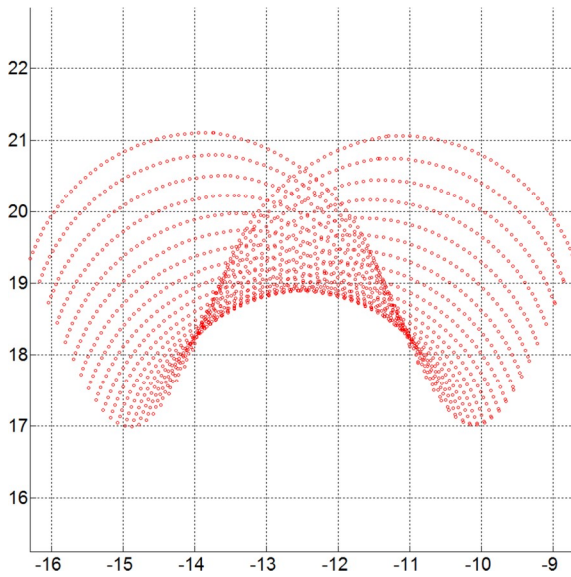
alapján számítható. A fenti homogén transzformációs mátrixok ismeretében a pontok elforgatásához szükséges transzformációs összefüggés a

$$\mathbf{P}_{rot} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}_{y_c} \cdot \mathbf{R}_{z_c} \cdot \mathbf{R}_{x_c} \cdot (\mathbf{R}_{z_c})^{-1} \cdot (\mathbf{R}_{y_c})^{-1} \cdot (\mathbf{T})^{-1} \cdot \mathbf{P} \quad (4.27)$$

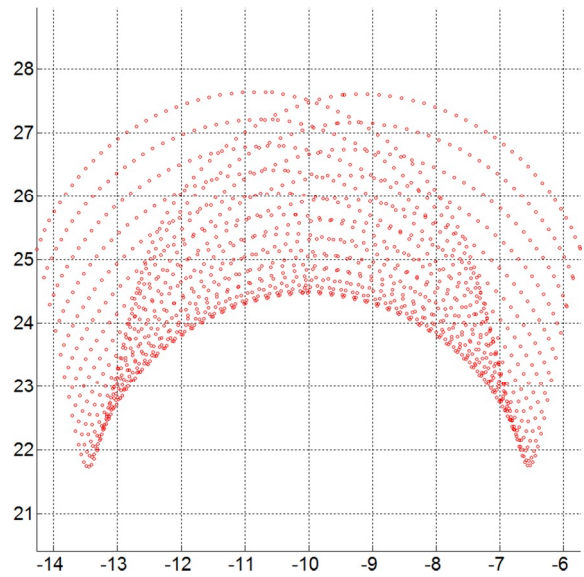
alakban írható fel, ahol $\mathbf{P}^{4 \times 1}$ méretű homogén alakban felírt pontvektor. A (4.27) transzformációt kétszer egymás után elvégezve kapjuk a síkba transzformált pontok koordinátáit. Az \mathbf{R}_{x_c} rotációs mátrixban szereplő α_r szög az első transzformációnál b_i , amely az i . metszősík és a csavarvonalhoz kötött koordináta-rendszer x tengelye által bezárt szög, és a

$$b_i = -\arccos \left(\frac{\mathbf{M}_{g_{2,i}} - (\mathbf{O}_k + t_k \cdot \mathbf{v}_k)}{\|\mathbf{M}_{g_{2,i}} - (\mathbf{O}_k + t_k \cdot \mathbf{v}_k)\|} \cdot \mathbf{e}_{x,c} \right) \quad (4.28)$$

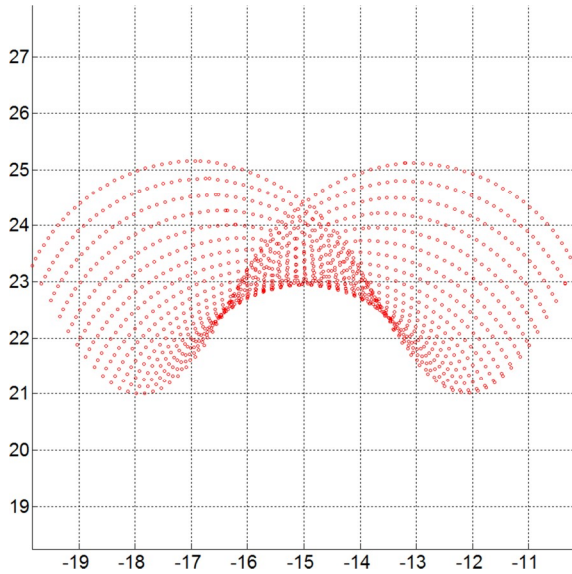
képlettel számítható, a második transzformációnál megegyezik a g_k korongdöntési szöggel. A (4.28) képletben $\mathbf{M}_{g_{2,i}}$ az i . metszősík és a g_2 görbe metszéspontja, t_k a szerszám-tengelyt leíró egyenes paramétere az $\mathbf{M}_{g_{2,i}}$ pont merőleges vetületének és $\mathbf{e}_{x,c}$ a csavarvonalhoz kötött koordináta-rendszer x tengelyének egység-irányvektora. A fenti összefüggéseket felhasználva a 4.2 – 4.5. ábra metszéspontjainak síkba transzformálását elvégezve a kapott eredmények a 4.6 – 4.9. ábra szerint alakulnak.



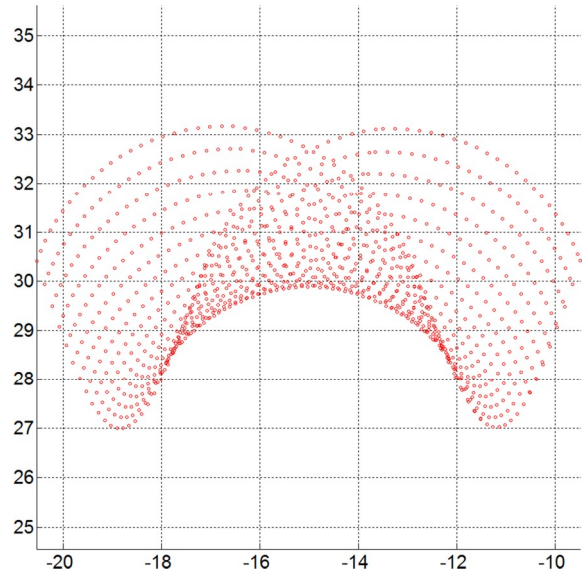
4.6. ábra. Transzformált metszéspontok 32x25 méretű golyósanyánál



4.7. ábra. Transzformált metszéspontok 40x20 méretű golyósanyánál



4.8. ábra. Transzformált metszéspontok 40x30 méretű golyósanyánál



4.9. ábra. Transzformált metszéspontok 50x30 méretű golyósanyánál

A szerszámprofil előállításához szükséges a ponthalmaz profilhoz szükséges pontjainak meghatározása. Ez a következő eljárás alapján valósítható meg:

1. az egyes síkmetszetek pontjaira keressünk egy jól illeszkedő ellipszist (előzetes vizsgálatok alapján a síkmetszet pontjai ellipszisívvel jól közelíthető),
2. határozzuk meg a szomszédos ellipszisek metszéspontjait,
3. a közelítő szerszámprofil pontjait az ellipszisek kezdőpontjai (végpontjai), a szomszédos ellipszisek metszéspontjai és az ellipszisívek pontjai határozzák meg.

A közelítő szerszámprofil meghatározásának egyes lépéseit a következő fejezetben mutatjuk be.

4.4 A szerszámprofil pontjainak meghatározása

A közelítő szerszámprofil pontjainak meghatározását több lépésben hajtjuk végre. A rendelkezésre álló ponthalmaz – amit a *KÉF* feladat megoldásával állítottunk elő – alsó burkológörbéje megegyezik a szerszámprofillal. A feladat megoldását az érintkezési tartományban diszkrét lépésekben kerestük, ezért a rendelkezésre álló pontok közül – melyek a profil pontjait tartalmazzák – ki kell válogatni a görbe közelítéséhez szükséges pontokat. A közelítő ellipszisek kezdő- és végpontjai megegyeznek a *Runge-Kutta* módszerrel meghatározott differenciálegyenlet-rendszer megoldási tartománya két szélső értékének, ezeknek a pontoknak a meghatározása az előző fejezetekben leírt módszerek alapján történik. A szomszédos ellipszisívek metszéspontjai további pontokat szolgáltatnak a profilgörbe meghatározásához. A közelítő ellipszisívek meghatározásának egy lehetséges módszerét mutatja be a következő alfejezet.

4.4.1 A közelítő ellipszis egyenletének meghatározása a metszéspontok előállításához

Számos gyakorlati területen a görbék illesztése adott pontokra gyakran előforduló probléma, ezek közül külön kiemelnénk az ismert pontokra illeszkedő kör és ellipszis egyenleteinek meghatározását [37], [44], [88]. A kúpszelet általános másodfokú polinommal leírható implicit egyenlete

$$F(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0, \quad (4.29)$$

ahol a, b, c, d, e, f az egyenlet együtthatói x és y a kúpszelet pontjainak koordinátái. Ellipszisnél érvényes, hogy

$$b^2 - 4ac < 0. \quad (4.30)$$

Vektor alakban felírva a (4.29) egyenletet

$$F(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \cdot \mathbf{a}, \quad (4.31)$$

ahol

$$\mathbf{x} = [x^2 \quad xy \quad y^2 \quad x \quad y \quad 1] \text{ és } \mathbf{a} = [a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f]^T. \quad (4.32)$$

Az ismert (x_i, y_i) , $i = 1 \dots n$ pontokra illeszkedő ellipszis egyenlete a pontok algebrai távolságának négyzetösszege minimalizálásával az együtthatóvektor alapján

$$\min \sum_{i=1}^n F(x_i, y_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (F(\mathbf{x}_i))^2 = \min \sum_{i=1}^n (F(\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{a}))^2 \quad (4.33)$$

módon áll elő. A (4.30) egyenlőtlenség miatt az előálló egyenletrendszer megoldása általános esetben nehézkes. Az \mathbf{a} együtthatóvektor skálázásával az egyenlőtlenség átírható

$$b^2 - 4ac = 1 \quad (4.34)$$

egyenletté, ebben az esetben az ellipszisre érvényes approximációs feladat

$$\min \|\mathbf{X} \cdot \mathbf{a}\|^2 \text{ és } \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a} = 1 \quad (4.35)$$

alakban fogalmazható meg. Az $\mathbf{X}^{n \times 6}$ adatmátrix és a $\mathbf{C}^{6 \times 6}$ kényszermátrix:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & & & \\ 0 & -1 & 0 & \mathbf{0}^{3 \times 3} & & \\ 2 & 0 & 0 & & & \\ & \mathbf{0}^{3 \times 3} & & \mathbf{0}^{3 \times 3} & & \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

formában írható fel ((4.34)-ből kifejezve). A *Lagrange* multiplikátor alkalmazásával az \mathbf{a} optimális megoldásra a fenti feltételekkel

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a} \text{ és } \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a} = 1, \quad (4.37)$$

ahol az $\mathbf{S}^{6 \times 6}$ eloszlási mátrix

$$\mathbf{S} = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} = \begin{bmatrix} S_{x^4} & S_{x^3y} & S_{x^2y^2} & S_{x^3} & S_{x^2y} & S_{x^2} \\ S_{x^3y} & S_{x^2y^2} & S_{xy^3} & S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{xy} \\ S_{x^2y^2} & S_{xy^3} & S_{y^4} & S_{xy^2} & S_{y^3} & S_{y^2} \\ S_{x^3} & S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{x^2} & S_{xy} & S_x \\ S_{x^2y} & S_{xy^2} & S_{y^3} & S_{xy} & S_{y^2} & S_y \\ S_{x^2} & S_{xy} & S_{y^2} & S_x & S_y & S_1 \end{bmatrix}, S_{x^a y^b} = \sum_{i=1}^n x_i^a y_i^b. \quad (4.38)$$

A (4.37) sajátértékfeladatot megoldva a legjobb közelítést a legkisebb sajátértékhez tartozó sajátvektor szolgáltatja az együtthatóvektorra nézve. A fentebb bemutatott megoldás egyik hátránya, hogy a \mathbf{C} kényszermátrix szinguláris, az \mathbf{S} eloszlási mátrix közel szinguláris (abban az esetben, ha a pontok egy valódi ellipszis pontjai, szinguláris), emiatt a numerikus eljárás instabil és nem valós megoldást eredményez. Ennek a hátrálynak a kiküszöbölésére célszerű partícionálni az egyes mátrixokat [44]. Az \mathbf{X} adatmátrixot kvadrátikus és lineáris részre bontva

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2], \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

mátrixokat kapjuk. Hasonlóan az eloszlási mátrixra

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{bmatrix}, \begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= \mathbf{X}_1^T \cdot \mathbf{X}_1, \\ \mathbf{S}_2 &= \mathbf{X}_1^T \cdot \mathbf{X}_2, \\ \mathbf{S}_3 &= \mathbf{X}_2^T \cdot \mathbf{X}_2, \end{aligned} \quad (4.40)$$

érvényes a partícionálás után. A (4.36) \mathbf{C} kényszermátrixnál legyen

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

a részmátrix, valamint az együtthatóvektort

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

módon partícionáljuk. Ekkor a sajátértékprobléma az

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} = I \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

alakban állítható elő. Felhasználva a partícionált mátrixokat, a sajátértékfeladat megoldását előállító egyenletrendszer

$$\begin{aligned}\mathbf{M} \cdot \mathbf{a}_1 &= I \cdot \mathbf{a}_1, \\ \mathbf{a}_1^T \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{a}_1 &= 1, \\ \mathbf{a}_2 &= -\mathbf{S}_3^{-1} \cdot \mathbf{S}_2^T \cdot \mathbf{a}_1\end{aligned}\tag{4.44}$$

alakban írható fel, ahol $\mathbf{M}^{3 \times 3} = \mathbf{C}_1^{-1} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3^{-1} \cdot \mathbf{S}_2^T)$ csökkentett eloszlási mátrix. A numerikusan stabil megoldást a (4.44) egyenletrendszer \mathbf{M} mátrixának \mathbf{a}_1 sajátvektorához tartozó I sajátérték szolgáltatja. Az ellipszisívek egyenleteinek ismeretében lehetőség nyílik a metszéspontok meghatározására.

4.4.2 Az ellipszisívek metszéspontjainak meghatározása

Az előző fejezetben bemutatott eljárással a metszéspontokra illeszkedő szomszédos ellipszisívek metszéspontjainak meghatározását az alábbi módon kereshetjük. Felhasználva a kúpszeletekre felírható (4.29) egyenletet a két ellipszis esetére a metszéspont meghatározása egy negyedrendű nemlineáris egyenlet megoldására vezethető vissza. Az ellipszisek egyenletét parametrikus alakban felírva a keresett metszéspontok egyszerűbb programozási módon is előállíthatók. Legyen az általános helyzetű ellipszis két koordinátája az xy síkon

$$\begin{aligned}x(t) &= x_c + a \cdot \cos(t) \cdot \cos(q) - b \cdot \sin(t) \cdot \sin(q), \\ y(t) &= y_c + a \cdot \sin(t) \cdot \sin(q) + b \cdot \sin(t) \cdot \cos(q)\end{aligned}\tag{4.45}$$

parametrikus formában felírva, ahol x_c, y_c az ellipszis középpontja, a és b a kis- és nagytengely hossza, q az ellipszis orientációs szöge, valamint $t = 0 \mathbf{K} 2\pi$ a paraméter (*excentrikus anomália*). Keressük két szomszédos ellipszis metszéspontját az

$$f(t) = |\mathbf{P} - \mathbf{F}_1| + |\mathbf{P} - \mathbf{F}_2| - 2a_2\tag{4.46}$$

nemlineáris egyenlet megoldásával, ahol $\mathbf{P}(x(t), y(t))$ az egyik ellipszis pontja, $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ a másik ellipszis fókuszpontjai és a_2 a nagytengely hossza. A nemlineáris egyenlet közelítő megoldását *Newton-Raphson* módszerrel állítjuk elő, célszerűen választott kezdeti értékkel. A (4.29) egyenlet együtthatóinak ismeretében a programozás egyszerűsítése miatt ajánlott áttérni a paraméteres módon megadott egyenletre. Az orientációs szög a

$$q = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b}{a-c}\right)\tag{4.47}$$

képlet alapján, a skálázott nagy- és kistengely a

$$\begin{aligned}a_s &= a \cdot \cos(q)^2 + b \cdot \cos(q) \cdot \sin(q) + c \cdot \sin(q)^2, \\ b_s &= a \cdot \sin(q)^2 - b \cdot \cos(q) \cdot \sin(q) + c \cdot \cos(q)^2\end{aligned}\tag{4.48}$$

összefüggés szerint határozható meg. A középpont koordinátáit az

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = -\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{t} \quad (4.49)$$

egyenlet szerint számíthatjuk, ahol

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{bmatrix}, \mathbf{t} = \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

az együtthatók ismeretében számítható. A skálázási faktor ismeretében a nagy- és kistengely a

$$a_e = \frac{1}{\sqrt{s \cdot a_s}}, b_e = \frac{1}{\sqrt{s \cdot b_s}} \quad (4.51)$$

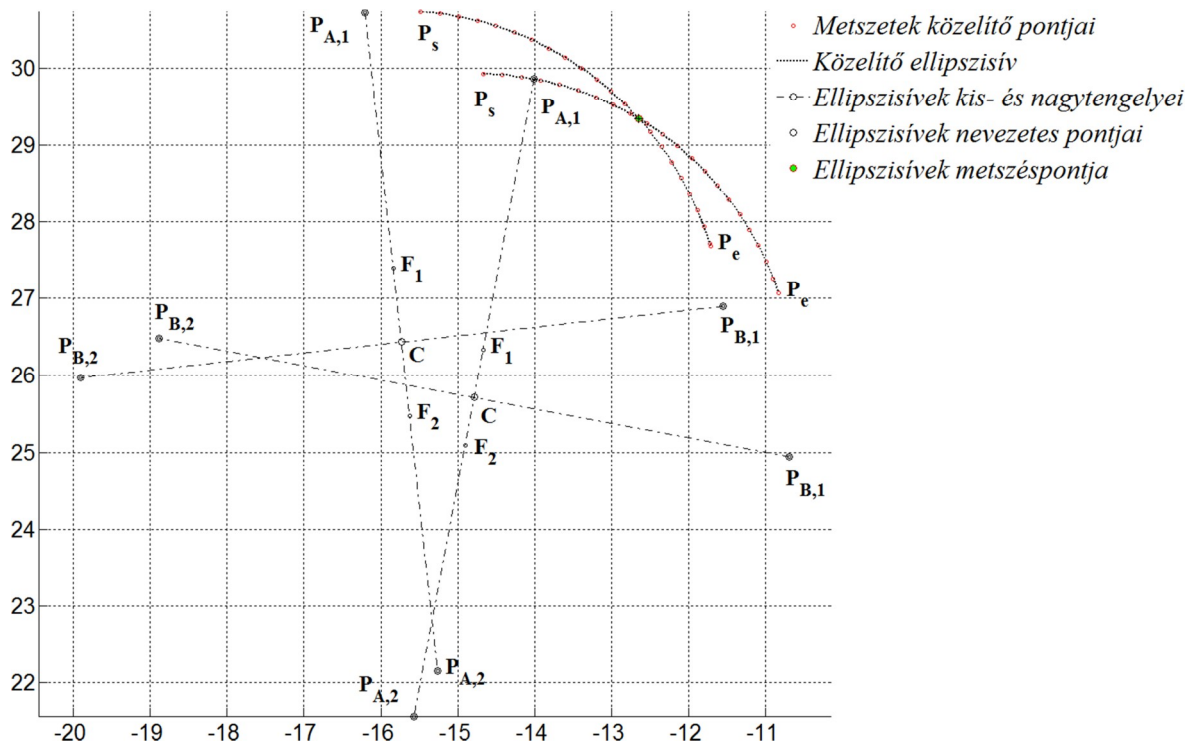
szerint határozható meg, ahol

$$s = \frac{1}{\mathbf{t}^T \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{t} - f} \quad (4.52)$$

a skálázási tényező értéke. A két fókuszpont az

$$\mathbf{F}_{1,2} = \mathbf{C} \pm \sqrt{a_e^2 - b_e^2} \cdot \frac{\mathbf{P}_A - \mathbf{C}}{|\mathbf{P}_A - \mathbf{C}|} \quad (4.53)$$

képlet alapján számítható.



4.10. ábra. Szomszédos ellipszisek metszéspontjának meghatározása

A 4.10. ábra ábrázolja az ellipszisívek metszéspontjának meghatározását. A származtatási eljárás során előállított metszetek számától függ a keresendő metszéspontok száma az ellipsziseknél, melynek nagysága $n-1$, ahol n a metszetek száma. Az ellipszisívek t paramétereinek megválasztását oly módon végezzük, hogy csak azokat a metszéspontokat keressük, amelyek a közelítő szerszámprofilhoz szükségesek. Ennek megfelelően a tartomány két paramétere

$$t_s = \arccos\left(\frac{\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{P}_s}{|\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{P}_s|}\right), t_e = \arccos\left(\frac{\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{P}_e}{|\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{P}_e|}\right) \quad (4.54)$$

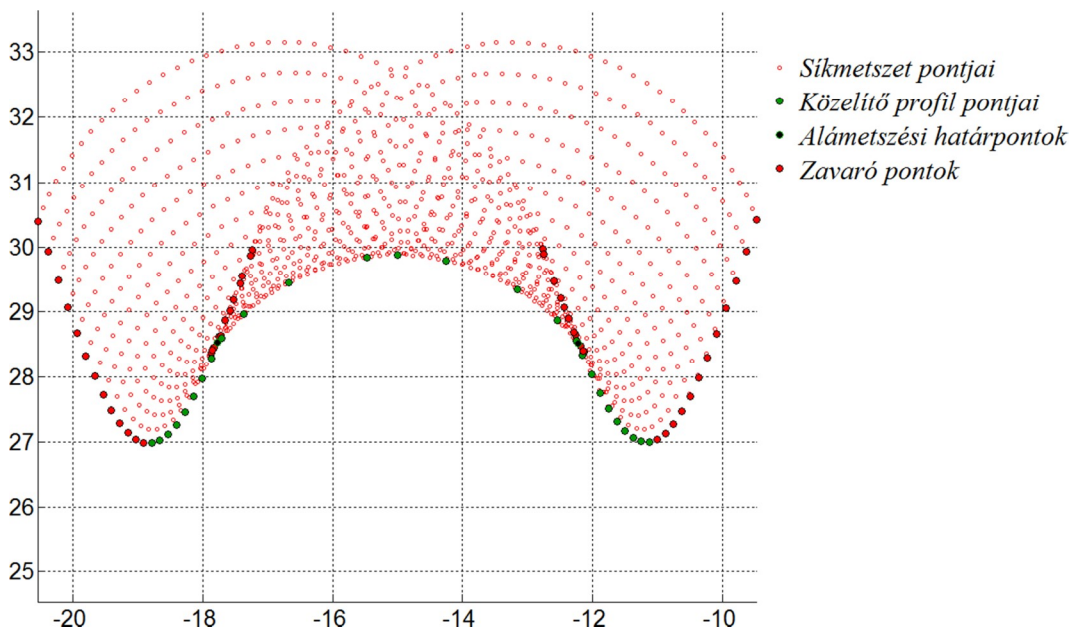
módon számítható, ahol t_s a \mathbf{P}_s kezdőponthoz, t_e a \mathbf{P}_e végponthoz tartozó paraméter. A t paraméter az elliptikus körmozgásoknál az *excentrikus anomália* értéke, a

$$t_v = \operatorname{atan}\left(\frac{b}{a} \tan(t)\right) \quad (4.55)$$

összefüggés alapján határozható meg a kapcsolat a *valódi* és az *excentrikus anomália* között (ismert pontok között felírt ellipszisíveknél nagy jelentősége van).

4.4.3 A zavaró pontok kiszűrése

A KÉF feladat megoldása során előállított pontok, valamint az ellipszisívek metszéspontjainak ismeretében a közelítő szerszámprofil még nem határozható meg egyértelműen. Ennek oka, a számítások során meghatározott pontok között zavaró pontok jelennek meg, melyeket ki kell szűrni (4.11. ábra). Zavaró pontok a ponthalmaz kitüntetett pontjai (ellipszisívek végpontjai, metszéspontjai), melyek a munkadarab megmunkálásakor a kapcsolódó felületpárnak nem közös pontjai, a forgácsolásban nem vesznek részt.



4.11. ábra. A származtatási eljárás eredményének ponthalmaza a nevezetes pontokkal

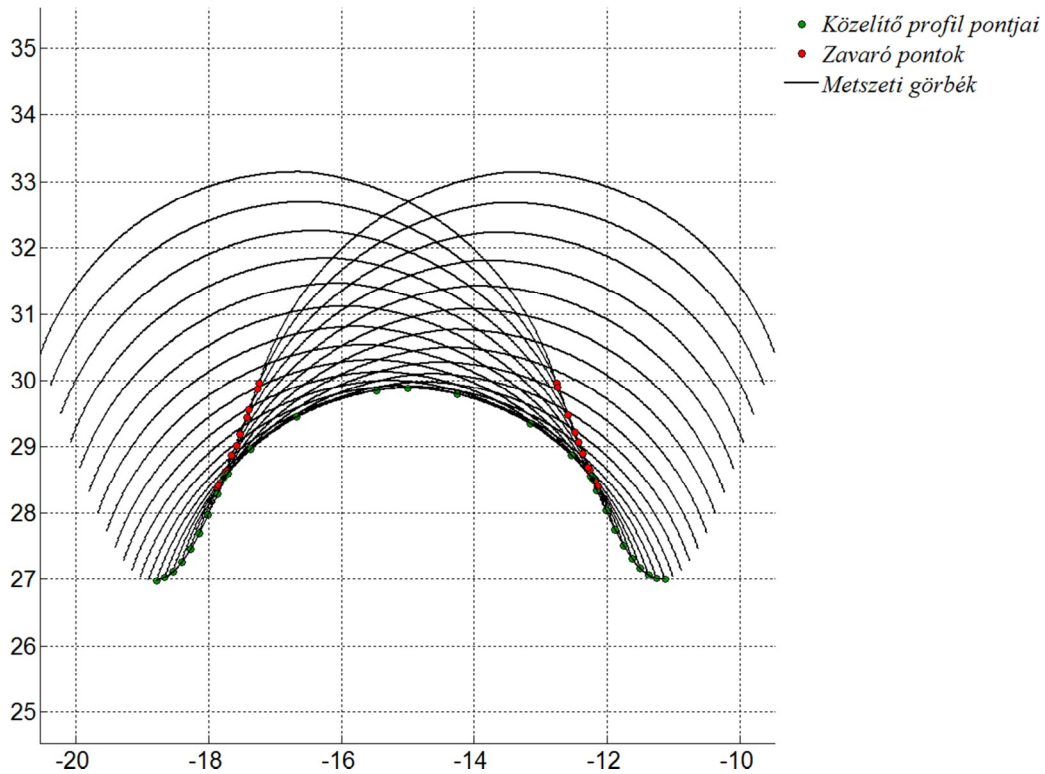
A származtatási eljárást két csavarfelületre végeztük el (4.15), így a szűrési feltétel az ellipszisívek kezdőpontjaira ($\mathbf{F}_{c,1}$) és végpontjaira ($\mathbf{F}_{c,2}$) írható fel. Az első szűrést az ellipszisívek metszéspontjaira végezzük el az

$$|P_{E,1}| = \{ \mathbf{P}_{\Sigma E,1_i}, i = n\mathbf{K} \min(P_{\Sigma E,1}(x)) \} \quad (4.56)$$

feltétel szerint. A $\mathbf{P}_{\Sigma E,1}$ vektor tartalmazza az $\mathbf{F}_{c,1}$ felület metszéspontjaira illesztett szomszédos ellipszisívek metszéspontjait. A $\min(P_{\Sigma E,1}(x))$ a $\mathbf{P}_{\Sigma E,1}$ pontvektorokat tartalmazó vektor x koordinátáinak minimumát kijelölő index, n az ellipszisívek metszéspontjainak száma (4.12. ábra). Hasonlóan a

$$|P_{E,2}| = \{ \mathbf{P}_{\Sigma E,2_i}, i = 1\mathbf{K} \min(P_{\Sigma E,2}(x)) \} \quad (4.57)$$

feltétel szerint meghatározhatók azok a pontok, melyek a profil meghatározásához szükségesek. Az alámetszési határpontok meghatározása után a $|P_{E,1}|$ és $|P_{E,2}|$ halmaz elemein egy további szűrést kell végrehajtani. A metszéspontok szűrése után az ellipszisívek kezdő- és végpontjainak szűrését célszerű elvégezni.



4.12. ábra. Ellipszisívek metszéspontjai

Az kezdőpontokra érvényes halmaz a

$$|P_s| = \{ \mathbf{P}_{\Sigma s,i}, i = 1\mathbf{K} \min(\mathbf{P}_{\Sigma s,i}) \} \quad (4.58)$$

feltétel szerint határozható meg, ahol \mathbf{P}_{Σ_s} a kezdőpontok koordinátáit tartalmazó vektor. Hasonlóan felírva a végpontokra kapjuk a

$$|P_e| = \left\{ \mathbf{P}_{\Sigma_e, i}, i = n\mathbf{K} \min(\mathbf{P}_{\Sigma_e, i}) \right\} \quad (4.59)$$

feltételt, ahol \mathbf{P}_{Σ_e} a végpontok koordinátáit tartalmazó vektor, n a vektor elemeinek száma. A $|P_s|$ és $|P_e|$ szűrt pontok halmazán tovább szűrést kell végrehajtani, mely során a halmaz elemei közül eltávolítjuk azokat a pontokat, melyek a várt közelítő görbe felett helyezkednek el. A feltételnek megfelelő pontok keresését végezzük oly módon, hogy az ellipszisívek metszéspontjaira keressünk egy-egy jól illeszkedő ellipszisívet ($\mathbf{F}_{c,1}$ és $\mathbf{F}_{c,2}$ felületekenél). Az ellipszisívek egyenleteinek ismeretében a szűrési feltétel a szűrt kezdőpontok halmazán az

$$|P_s| = \left\{ \begin{array}{l} |P_{s,i} - \mathbf{F}_{1,s}| + |P_{s,i} - \mathbf{F}_{2,s}| > 2a_s \\ i = 1\mathbf{K}n \end{array} \right. \quad (4.60)$$

alakban fogalmazható meg, ahol $\mathbf{F}_{1,s}$ és $\mathbf{F}_{2,s}$ azon ellipszisív fókuszpontjainak helyvektora, amit a (4.56) feltétel alapján meghatározott $|P_{E,1}|$ halmaz pontjaira illesztettünk. Az algoritmust csak addig hajtjuk végre, amíg meg nem találjuk a halmaz azon elemét, amelyre a (4.60) feltétel már nem teljesül. A kilépési feltétel $i-1$ indexű pontját a $|P_s|$ halmaz elemei közül el kell tárolni az alámetszési határpont meghatározásához. Hasonlóan felírhatjuk az $\mathbf{F}_{c,2}$ felület ellipszisíveinek végpontjaira az

$$|P_e| = \left\{ \begin{array}{l} |P_{e,i} - \mathbf{F}_{1,e}| + |P_{e,i} - \mathbf{F}_{2,e}| > 2a_e \\ i = n\mathbf{K}1 \end{array} \right. \quad (4.61)$$

szűrési feltételt, ahol $\mathbf{F}_{1,e}$ és $\mathbf{F}_{2,e}$ azon ellipszisív fókuszpontjainak helyvektora, amit a (4.57) feltétel alapján meghatározott $|P_{E,2}|$ halmaz pontjaira illesztettünk. Az algoritmust addig végezzük el, amíg (4.61) egyenlőtlenség teljesül. Az alámetszési határpont meghatározásához, ebben az esetben az $i+1$ indexű pont helyvektorát kell eltárolni a $|P_e|$ halmaz elemei közül.

Az alámetszési határpontok közelítő meghatározásához keressük a $|P_{E,1}|$ és $|P_{E,2}|$ halmazok pontjaira illesztett ellipszisívek, valamint a $|P_s|$ és $|P_e|$ halmazok pontjaira – célszerűen – illesztett görbe metszéspontjait. A keresett görbékkel szemben támasztott követelmény, hogy a $|P_s|$ és $|P_e|$ halmaz pontjaiban interpoláljon, valamint alacsony fokszámú legyen, ezért interpolációs görbék közül célszerű választani. Egy ilyen lehetséges görbe lehet a *Bezier* görbe, melynek parametrikus előállítását a

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) \cdot \mathbf{P}_i, \quad t \in [0,1] \quad (4.62)$$

képlet alapján definiálhatjuk, ahol \mathbf{P}_i a görbe vezérlőpontja. Az n -ed fokú $b_{i,n}(t)$ Bernstein polinom az

$$b_{i,n}(t) = \mathbf{C}_{i,n} \cdot t^i (1-t)^{n-i}, \quad i = 1 \dots n, \quad (4.63)$$

$$\mathbf{C}_{i,n} = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

összefüggés szerint számítható, ahol $\mathbf{C}_{i,n}$ a binomiális együttható. A görbe fokszámát a vezérlőpontok száma határozza meg ($n-1$). A rendelkezésre álló interpolációs pontok száma nagy, ezért a (4.63) egyenlet értelmében az előálló Bezier görbe fokszáma is nagy lesz, ami az elsődlegesen támasztott követelményeknek ellentmond. Számítógépi grafikában, CAD rendszerekben gyakran használt módszer a szakaszonként interpoláló alacsony fokszámú (pl.: harmadfokú) görbék alkalmazása. Illesszünk a rendelkezésre álló pontokra szakaszonként interpoláló harmadfokú Bezier görbéket az alábbiak szerint. Legyen

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^3 \mathbf{P}_0 + 3(1-t)^2 t \mathbf{P}_1 + 3(1-t)t^2 \mathbf{P}_2 + t^3 \mathbf{P}_3 \quad (4.64)$$

az explicit formában megadott harmadfokú Bezier görbe egyenlete. Az $n+1$ pont ismeretében n szakaszra keressük az interpoláló polinomokat a megfelelő csatlakozási feltételekkel. Az i . szakaszra felírt Bezier görbe egyenlete a

$$\mathbf{B}_i(t) = (1-t)^3 \mathbf{P}_{i-1} + 3(1-t)^2 t \mathbf{P}_{1,i} + 3(1-t)t^2 \mathbf{P}_{2,i} + t^3 \mathbf{P}_i \quad (4.65)$$

alakban fejezhető ki, ahol $\mathbf{P}_{1,i}$ és $\mathbf{P}_{2,i}$ a hiányzó kontrollpontok, melyeket a folytonossági feltételek ismeretében számíthatunk. Az elsőrendű folytonossági feltételhez szükséges a görbe első deriváltja, mely

$$\mathbf{B}'_i(t) = -3(1-t)^2 \mathbf{P}_{i-1} + 3(3t^2 - 4t + 1) \mathbf{P}_{1,i} + 3t(2-3t) \mathbf{P}_{2,i} + 3t^2 \mathbf{P}_i \quad (4.66)$$

szerint írható fel és $i=1 \dots n$. Az elsőrendű folytonossági feltételből $\mathbf{B}'_{i-1}(t=1) = \mathbf{B}'_i(t=0)$ kapjuk, hogy

$$\mathbf{P}_{1,i} + 2\mathbf{P}_{2,i-1} = 2\mathbf{P}_{i-1}, \quad (4.67)$$

ahol $i=2 \dots n$. Az i . intervallumra érvényes másodrendű derivált a

$$\mathbf{B}''_i(t) = 6(1-t) \mathbf{P}_{i-1} + 6(3t-2) \mathbf{P}_{1,i} + 6(1-3t) \mathbf{P}_{2,i} + 6t \mathbf{P}_i \quad (4.68)$$

képlet alapján határozható meg. Így a másodrendű csatlakozási feltételből $\mathbf{B}''_{i-1}(t=1) = \mathbf{B}''_i(t=0)$ adódik, hogy

$$\mathbf{P}_{1,i-1} + 2\mathbf{P}_{1,i} = \mathbf{P}_{2,i} + 2\mathbf{P}_{2,i-1} \quad (4.69)$$

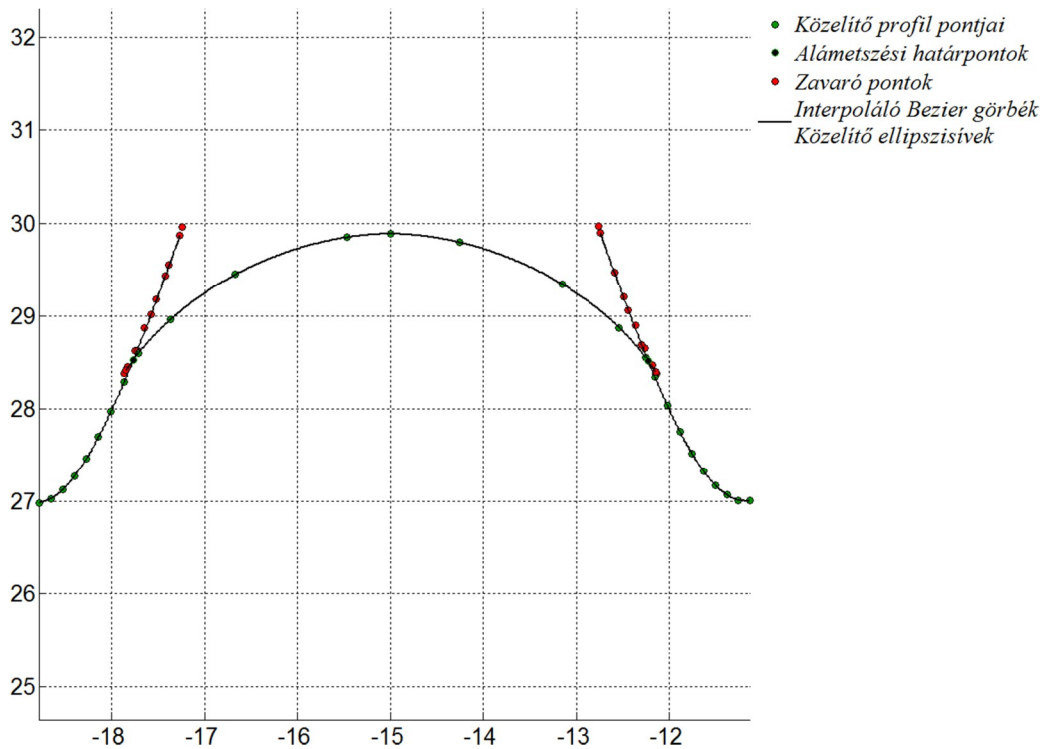
ahol $i=2\dots n$. Írjunk elő további két feltételt a teljes tartományra a $\mathbf{B}_1''(t=0)=0$, $\mathbf{B}_n''(t=1)=0$ alakban, amely a szplájnoknál ismert természetes szplájn feltétele, ekkor

$$\begin{aligned} 2\mathbf{P}_{1,1} - \mathbf{P}_{2,1} &= \mathbf{P}_0, \\ 2\mathbf{P}_{2,n} - \mathbf{P}_{1,n} &= \mathbf{P}_n \end{aligned} \tag{4.70}$$

a két csatlakozási feltétel. A $\mathbf{P}_{1,i}$ és $\mathbf{P}_{2,i}$ ismeretlen vezérlőpontokat a rendelkezésre álló $2n$ számú lineáris egyenletből határozhatjuk meg. A $\mathbf{P}_{2,i}$ pont behelyettesítésével felírható lineáris egyenletrendszer mátrix alakja a

$$\begin{aligned} 2\mathbf{P}_{1,1} + \mathbf{P}_{1,2} &= \mathbf{P}_0 + 2\mathbf{P}_1, \\ \mathbf{P}_{1,1} + 4\mathbf{P}_{1,2} + \mathbf{P}_{1,3} &= 4\mathbf{P}_1 + 2\mathbf{P}_2, \\ \mathbf{P}_{1,i-1} + 4\mathbf{P}_{1,i} + \mathbf{P}_{1,i+1} &= 4\mathbf{P}_{i-1} + 2\mathbf{P}_i, \\ \mathbf{P}_{1,n-2} + 4\mathbf{P}_{1,n-1} + \mathbf{P}_{1,n} &= 4\mathbf{P}_{n-2} + 2\mathbf{P}_{n-1}, \\ 2\mathbf{P}_{1,n-1} + 7\mathbf{P}_{1,n} &= 8\mathbf{P}_{n-1} + \mathbf{P}_n \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \mathbf{O} & & & \mathbf{M} \\ 0 & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & 1 & 4 & 1 & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 \\ \mathbf{M} & & & \mathbf{O} & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

formában adható meg. Látható, hogy az egyenletrendszer együtthatója egy sávos tridiagonális mátrix, amely diagonálisan domináns, így főelemkiválasztás nélkül és numerikusan stabilan megoldható.



4.13. ábra. Interpoláló Bezier görbe és közelítő ellipszisív az alámetszési határpont meghatározásához

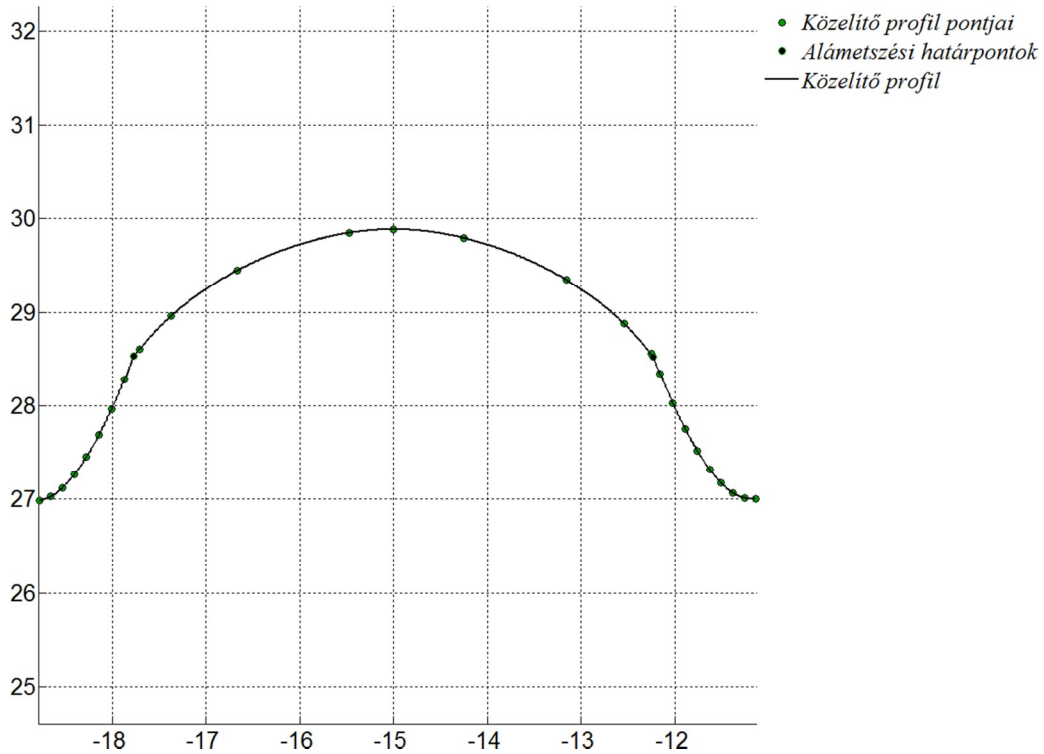
A szakaszonként interpoláló *Bezier* görbék és a közelítő ellipszisívek előállítás után – az alámetszési határpontok meghatározásához – keressük a görbék metszéspontjait. Ehhez a $|P_s|$ szűrt halmaz pontjaira illesztett *Bezier* görbénél a kilépési feltételkor meghatározott $[i-1, i]$ szakaszon interpoláló görbe és a $|P_{E,1}|$ halmaz pontjait közelítő ellipsziszív metszéspontját kell meghatároznunk. A keresett pont az

$$|\mathbf{B}_{i-1,i} - \mathbf{F}_{1,1}| + |\mathbf{B}_{i-1,i} - \mathbf{F}_{1,2}| - 2a_1 = 0 \quad (4.72)$$

nemlineáris egyenlet megoldásával állítható elő, ahol $\mathbf{B}_{i-1,i}$ az adott szakaszon érvényes *Bezier* görbét leíró egyenlet, $\mathbf{F}_{1,1}$ és $\mathbf{F}_{1,2}$ a közelítő ellipsziszív két fókuszpontja, a_1 pedig félnagytegyelgy hossza. A megoldást *Newton-Raphson* módszerrel keressük a $t_1=[0, 1]$ intervallumon. A t_1 paramétert visszahelyettesítve a *Bezier* görbe (4.64) egyenletébe megkapjuk az alámetszési határpont értékét a $|P_{E,1}|$ halmaz pontjait közelítő ellipsziszívre. Hasonlóan a másik alámetszési határpontra a megoldandó nemlineáris egyenlet az

$$|\mathbf{B}_{i,i+1} - \mathbf{F}_{2,1}| + |\mathbf{B}_{i,i+1} - \mathbf{F}_{2,2}| - 2a_2 = 0 \quad (4.73)$$

alakban írható fel, ahol $\mathbf{B}_{i,i+1}$ a $|P_e|$ szűrt halmaz pontjaira illesztett *Bezier* görbénél a kilépési feltételekor meghatározott $[i, i+1]$ szakaszt leíró egyenlete, $\mathbf{F}_{2,1}$ és $\mathbf{F}_{2,2}$ a $|P_{E,2}|$ halmaz pontjait közelítő ellipsziszív két fókuszpontja, a_2 pedig félnagytegyelgy hossza. Az alámetszési határpontok és a szűrt halmazok pontjainak ismeretében a közelítő szerszámprofil az (4.45) és (4.65) egyenletekkel írható le az intervallumok és paraméterek behelyettesítésével. A 4.14. ábra az eljárás alapján előállított közelítő szerszámprofil ábrázolja.



4.14. ábra. Az előállított közelítő szerszámprofil

4.4.4 Az eljárás egyszerűsítése, gyorsítása

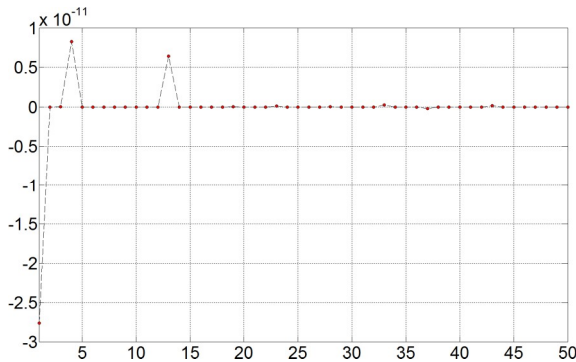
A normálmetszetben megadott szerszámprofil szimmetriája miatt feltételezhető, hogy a közelítő profil is szimmetrikus. A 4.14. ábra alapján ez a feltételezés nem igazolható, ennek magyarázata, hogy a származtatást – az átfogási szöggel jellemzett – teljes érintkezési tartományon végeztük mindkét felületre. A szimmetria igazolására a származtatást az $\mathbf{F}_{c,1}$ felületre a $[t_2, t_{2,f}]$, az $\mathbf{F}_{c,2}$ felületre a $[t_{2,f}, t_2]$ intervallumon (3.10. ábra) – azonos számú felosztással – végezzük el. A kapott eredményt tükrözzük a szerszám szimmetriatengelyére, a két eredményvektor különbsége, abban az esetben, ha egy $|\mathbf{F}'_{c,1} - \mathbf{F}'_{c,2}| \leq e$ előre definiált hibánál teljesül, akkor szimmetrikus ($\mathbf{F}'_{c,1}, \mathbf{F}'_{c,2}$ a tükrözött eredményvektor). Tetszőleges pont tükrözéséhez szükséges transzformációs egyenlet a

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - 2 \cdot \mathbf{O}_k \cdot \mathbf{n} \quad (4.74)$$

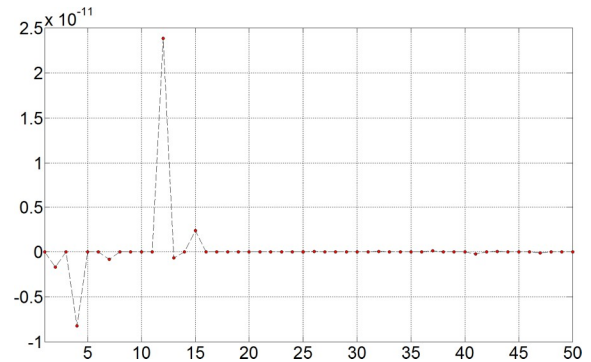
alakban írható fel, a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben (\mathbf{n} a tükrözési sík normálvektora). A fenti vektoregyenletből képezhető homogén transzformációs egyenlet mátrix alakban a

$$\begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2n_x^2 & -2n_y n_x & -2n_z n_x & -2n_x k \\ -2n_x n_y & 1 - 2n_y^2 & -2n_z n_y & -2n_y k \\ -2n_x n_z & -2n_y n_z & 1 - 2n_z^2 & -2n_z k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

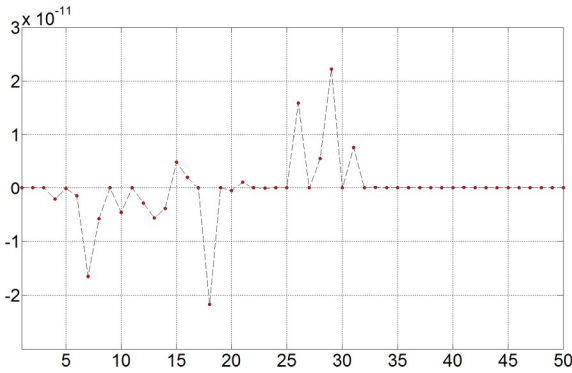
formában írható fel, ahol $k = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} = p_x n_x + p_y n_y + p_z n_z$. A származtatás során – az egyes golyósanyáknál – 25 metszetet felvéve és a metszéspontokra illesztett ellipsziszívek kezdő és végpontjait tükrözve a különbségvektorok normáit az alábbi 4.15 – 4.18. ábrák mutatják.



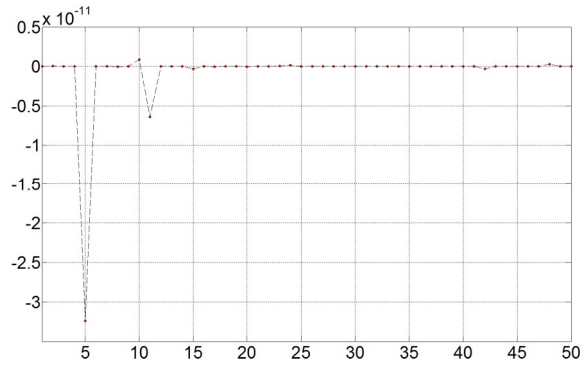
4.15. ábra. Hibanormák 32x25 méretű golyósanya tükrözésekor



4.16. ábra. Hibanormák 40x20 méretű golyósanya tükrözésekor



4.17. ábra. Hibanormák 40x30 méretű golyósanya tükrözésekor



4.18. ábra. Hibanormák 50x30 méretű golyósanya tükrözésekor

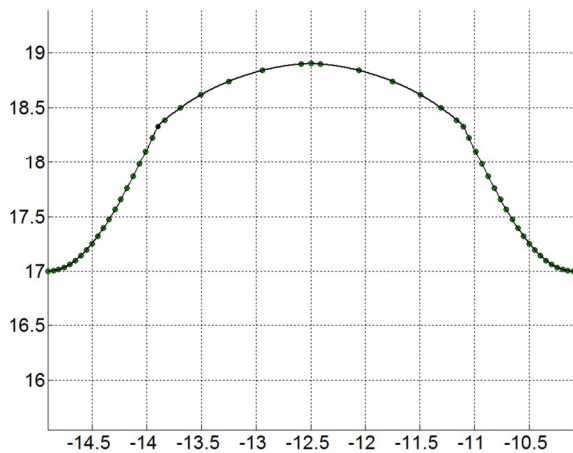
A fenti eredmények alapján látható hogy az egyes vektorok különbségének normája, az ε hibanorma legnagyobb értéke 10^{-11} nagyságrendű (gyakorlatilag zérus), ezzel igazoltuk, hogy a származtatott szerszámprofil szimmetrikus. A profil meghatározását a továbbiakban célszerű a féltartományon elvégezni és a szimmetriát kihasználva tükrözéssel meghatározni a hiányzó görbeszakaszokat.

4.5 A végleges közelítő szerszámprofil előállítása

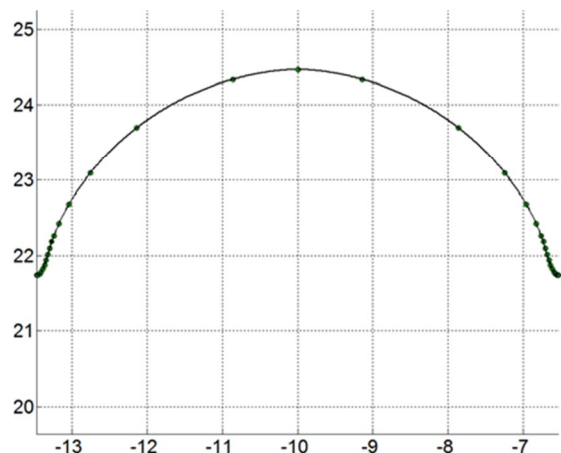
Az előző fejezetben ismertetett eljárást alkalmazzuk a 3.1. táblázatban megadott méretű golyósanyákra az érintkezési féltartományon. A tartomány $t_{2,f}$ paraméteréhez tartozó pont ismert, ezért – a közelítő meghatározás helyett – célszerű annak előállítása a

$$\mathbf{P} = \left(\frac{D_k}{2} + x_e \right) \mathbf{e}_x \quad (4.76)$$

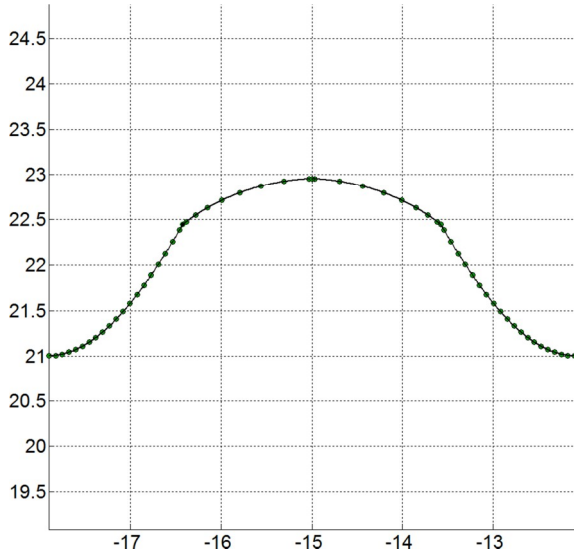
képlet szerint. A közelítő szerszámprofilokat a 4.19 – 4.22. ábrák mutatják különböző méretű golyósanyáknál.



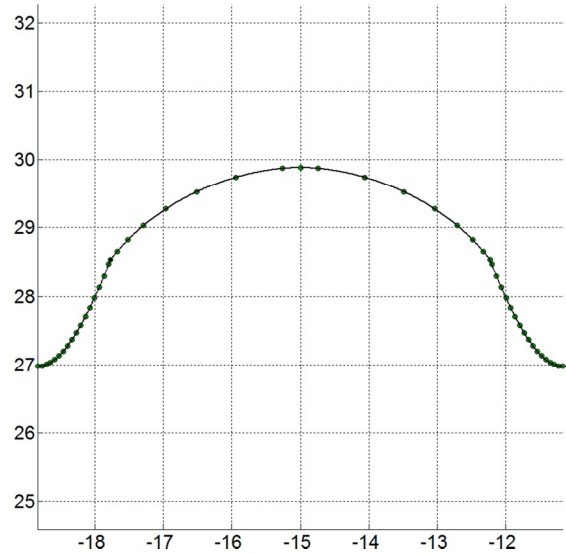
4.19. ábra. Közelítő profil 32x25 méretű golyósanya és n=25 metszetnél



4.20. ábra. Közelítő profil 40x20 méretű golyósanya és n=25 metszetnél



4.21. ábra. Közelítő profil 40x30 méretű golyós-
anya és n=25 metszetenél



4.22. ábra. Közelítő profil 50x30 méretű golyós-
anya és n=25 metszetenél

A származtatás során felvett metszetek számának növelése hatással van a közelítő profilra. Az így előállított szerszámprofil és annak hibavizsgálata a következő fejezetben kerül bemutatásra.

4.6 A közelítő profil hibája

A közelítő profil hibáját a származtatás során előállított metszéspontokhoz határozzuk meg. Célszerű több metszetet felvenni az ellipsziszívek meghatározásához, majd ekkor is vizsgálni az eltéréseket. Az ellipsziszívek meghatározása a 4.4.1 alfejezetben bemutatott eljárás szerint történik, azonban a bemenő adatokat módosítani kell. Ennek oka, hogy bizonyos esetekben a sajátértékek meghatározásakor komplex eredmények is előállnak. Ha a bemenő adatokat a *Matlab mean()* függvényével – az adatok középértékét adja vissza – adjuk meg az előbb említett probléma kiküszöbölhető. Az eltérések meghatározásához keressük a metszéspontok és a közelítő ellipsziszív közötti távolságokat. Ehhez célszerű az általános helyzetű ellipsziszívet és a metszéspontokat az origóba transzformálni oly módon, hogy az ellipsziszív kis és nagytengelye a koordinátatengelyekkel egybeessen. Az ellipszis paramétereinek ismeretében a metszéspontokra érvényes transzformáció a

$$\mathbf{P}'_E = \mathbf{R}_z^{-1} \cdot \mathbf{P}_E - \mathbf{C}_E = \begin{bmatrix} \cos(q) & \sin(q) & 0 \\ -\sin(q) & \cos(q) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_E} \\ y_{P_E} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{C_E} \\ y_{C_E} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

összefüggés szerint végezhető el, ahol \mathbf{P}_E a szomszédos ellipsziszívek metszéspontja, \mathbf{C}_E a profilt közelítő ellipsziszív középpontja, \mathbf{R}_z az orientációnak megfelelő forgatási mátrix.

Legyen a profil pontja $\mathbf{E}(t) = [a \cos(t) \quad b \sin(t) \quad 1]^T$, a \mathbf{P}'_E pont és az ellipszisív \mathbf{E} pontja közötti legkisebb távolság feltétele, hogy

$$(\mathbf{P}'_E - \mathbf{E}(t)) \cdot \frac{d\mathbf{E}(t)}{dt} = \mathbf{0} \quad (4.78)$$

teljesül. Ekkor a nemlineáris egyenlet a *Newton-Raphson* módszerrel oldható meg az

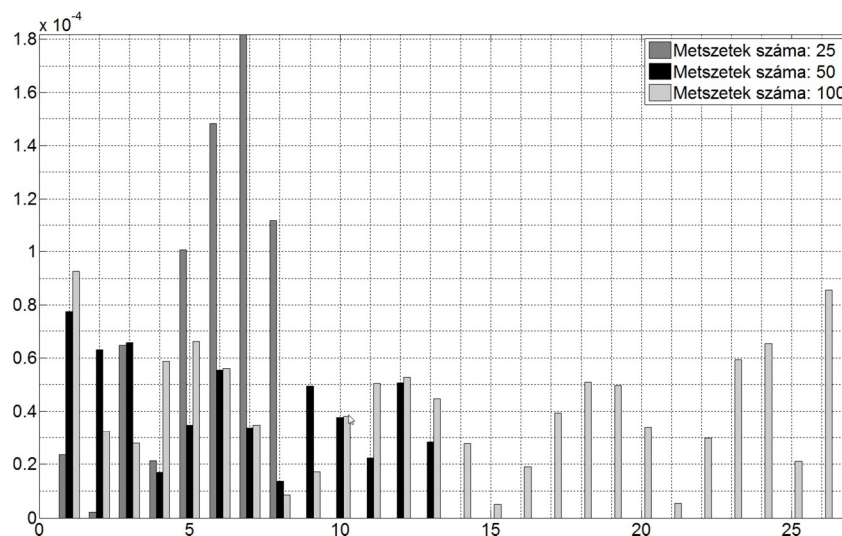
$$\begin{aligned} (a^2 - b^2) \cos(t) \sin(t) - ax_{P'_E} \sin(t) + by_{P'_E} \cos(t) &= 0, \\ (a^2 - b^2)(\cos^2(t) - \sin^2(t)) - ax_{P'_E} \cos(t) - by_{P'_E} \sin(t) &= 0 \end{aligned} \quad (4.79)$$

egyenletek felhasználásával. A t paraméter ismeretében a \mathbf{P}'_E pont és az ellipszisív \mathbf{E} pontja közötti távolság a $|d| = |\mathbf{P}'_E - \mathbf{E}|$ képlet szerint számítható.

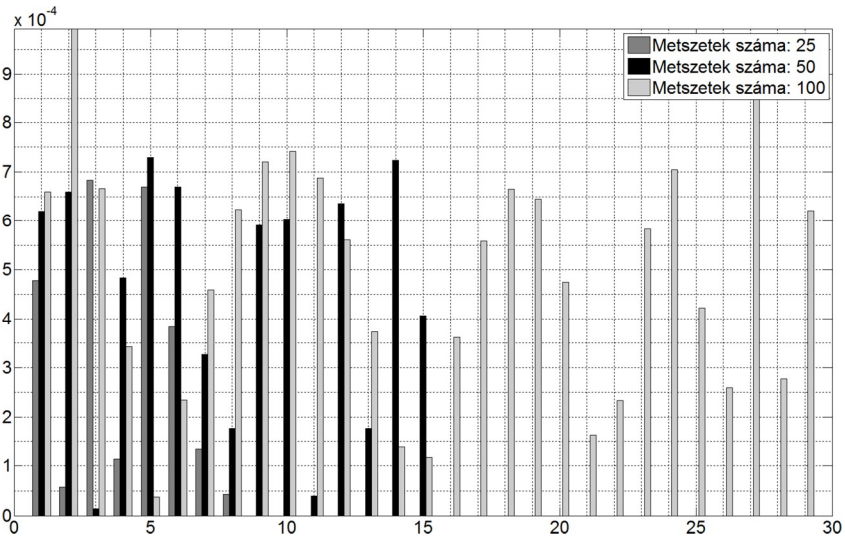
4.3. táblázat. A közelítő profil eltérései különböző metszeteknél

	<i>A közelítő profil eltérései különböző metszeteknél</i>					
	$n=25$		$n=50$		$n=100$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
<i>32x25</i>	$2,230230 \cdot 10^{-6}$	$1,817885 \cdot 10^{-4}$	$1,359268 \cdot 10^{-5}$	$7,762758 \cdot 10^{-5}$	$4,994293 \cdot 10^{-6}$	$9,265926 \cdot 10^{-5}$
<i>40x20</i>	$4,324672 \cdot 10^{-5}$	$6,833688 \cdot 10^{-4}$	$1,355788 \cdot 10^{-5}$	$7,285665 \cdot 10^{-4}$	$3,703373 \cdot 10^{-5}$	$9,907884 \cdot 10^{-4}$
<i>40x30</i>	$3,557504 \cdot 10^{-5}$	$1,733867 \cdot 10^{-4}$	$3,842807 \cdot 10^{-6}$	$2,155698 \cdot 10^{-4}$	$4,276828 \cdot 10^{-6}$	$2,871314 \cdot 10^{-4}$
<i>50x30</i>	$9,030191 \cdot 10^{-5}$	$6,117721 \cdot 10^{-4}$	$3,106783 \cdot 10^{-5}$	$9,103460 \cdot 10^{-4}$	$3,289378 \cdot 10^{-6}$	$1,162996 \cdot 10^{-3}$

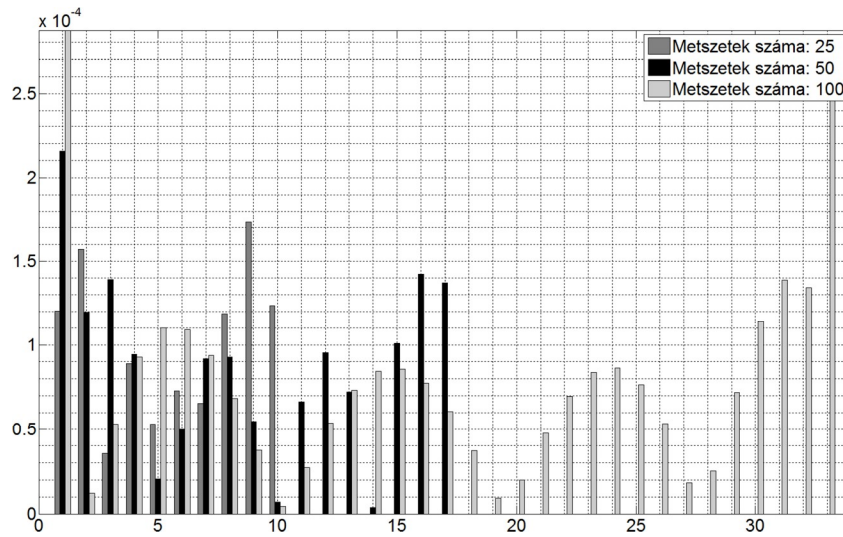
Az eltérések értékeit a közelítő ellipszisívekre – különböző számú metszeteknél – a 4.3. táblázat tartalmazza. A 4.23 – 4.26. ábrák az eltérések abszolút értékeit mutatja az egyes metszéspontokban.



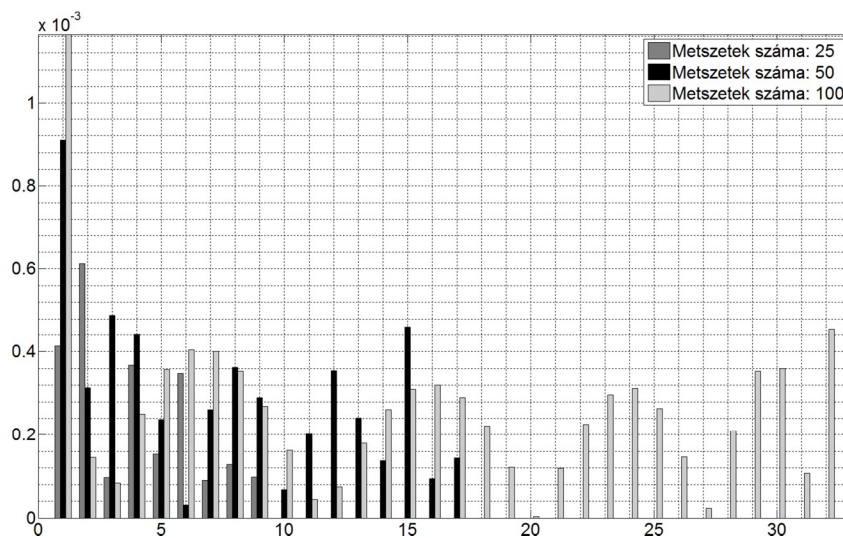
4.23. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyágnál



4.24. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyánál



4.25. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál



4.26. ábra. A közelítő ellipszis és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál

Az eltérő metszetek száma miatt a kapott eredményvektorokat a nagyobb metszetek száma szerint „összefésültük”, így a közelítő ellipszisívek hibái összehasonlíthatók egymással. A kapott ellipszisívek jellemző geometriai adatai a 4.4. táblázatban találhatóak.

4.4. táblázat. A közelítő ellipszisívek paraméterei különböző számú metszéspontokra

Méret	A közelítő profil adatai			
	Geometriai jellemzők	$n = 25$	$n = 50$	$n = 100$
32x25	$a[mm]$	1,671172	1,824596	1,856296
	$b[mm]$	1,205186	1,427481	1,474327
	$\mathbf{C}[mm]$	$17,6549146\mathbf{e}_x$ $-12,7033005\mathbf{e}_z$	$17,456462\mathbf{e}_x$ $-12,580395\mathbf{e}_z$	$17,413591\mathbf{e}_x$ $-12,556017\mathbf{e}_z$
	$q[rad]$	-1,281230	-1,351591	-1,368464
40x20	$a[mm]$	3,304209	3,310181	3,301814
	$b[mm]$	2,915288	2,924012	2,907691
	$\mathbf{C}[mm]$	$21,472564\mathbf{e}_x$ $-10,228190\mathbf{e}_z$	$21,465218\mathbf{e}_x$ $-10,221492\mathbf{e}_z$	$21,478198\mathbf{e}_x$ $-10,231367\mathbf{e}_z$
	$q[rad]$	-1,094483	-1,097588	-1,093827
40x30	$a[mm]$	1,705737	1,810754	1,834745
	$b[mm]$	1,106990	1,237925	1,270046
	$\mathbf{C}[mm]$	$21,534999\mathbf{e}_x$ $-15,208264\mathbf{e}_z$	$21,694083\mathbf{e}_x$ $-15,131634\mathbf{e}_z$	$21,663954\mathbf{e}_x$ $-15,116786\mathbf{e}_z$
	$q[rad]$	-1,354961	-1,390713	-1,397537
50x30	$a[mm]$	2,891259	2,998585	3,025025
	$b[mm]$	2,167507	2,326581	2,369560
	$\mathbf{C}[mm]$	$27,632535\mathbf{e}_x$ $-15,418911\mathbf{e}_z$	$27,495053\mathbf{e}_x$ $-15,323847\mathbf{e}_z$	$27,455921\mathbf{e}_x$ $-15,304065\mathbf{e}_z$
	$q[rad]$	-1,239185	-1,270050	-1,275383

A fenti táblázatban a és b a közelítő ellipszisív nagy- és kistengelye, \mathbf{C} annak középpontja, valamint θ az ellipszisív orientációs szöge.

4.7 Közelítő szerszámprofil konvencionális szerszámgépekre

Konvencionális szerszámgépeknél – ahol nincs számjegyevezérlésű profilszabályozás – csak körívprofil szabályozásra van lehetőség, ezért célszerű ezt az esetet is vizsgálni. A vizsgálatok két esetet foglalnak magukba, az egyik, amikor a közelítő ellipszisív helyett egy körívprofil keresünk, a másik, amikor a 3.6 fejezetben meghatározott három pontra illesztünk egy körívet.

4.7.1 Approximációs körívprofil meghatározása adott pontokra

A kör másodfokú polinommal leírható implicit egyenlete

$$F(x, y) = a(x^2 + y^2) + bx + cy + d = 0 \quad (4.80)$$

alakban állítható elő, ahol $a \neq 0$ és az a, b, c, d paraméterekre teljesül a $b^2 + c^2 - 4ad > 0$ egyenlőtlenség. A (4.80) egyenlet az ellipszis egyenletének egy speciális esete, abban az esetben, ha a megoldást olyan módon keressük, mint a 4.4.1 fejezetben bemutatott eljárás, az algoritmus numerikusan instabil lesz a mátrix szingularitása miatt. A gyakorlatban a legkisebb négyzetek módszerével keresett kör illesztését adott pontokra iterációs eljárásokkal szokták meghatározni [16], [17], [18], [37], [38]. A távolságok négyzetösszege

$$d_i^2 = (|\mathbf{C} - \mathbf{P}_i| - R)^2, \quad (4.81)$$

ahol \mathbf{C} a kör középpontja, R a kör sugara, \mathbf{P}_i a mért pont. Legyen $\mathbf{x} = [c_x, c_y, R]^T$, meghatározandó egy olyan \mathbf{x} vektor, melyre

$$\sum_{i=1}^n d_i(\mathbf{x})^2 = \min \quad (4.82)$$

teljesül. A nemlineáris legkisebb négyzetek megoldását *Gauss-Newton* módszerrel keressük. Legyen az \mathbf{x} vektor $\mathbf{x} + \mathbf{h}$ alakban közelítve, az $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x})]$ függvényt \mathbf{x} körül *Taylor*-sorba fejtvé $\mathbf{F}(\mathbf{x} + \mathbf{h}) \cong \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h} \approx \mathbf{0}$ adódik. A \mathbf{h} vektorra megoldva az egyenletet kapjuk, hogy

$$\mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h} \approx -\mathbf{F}(\mathbf{x}). \quad (4.83)$$

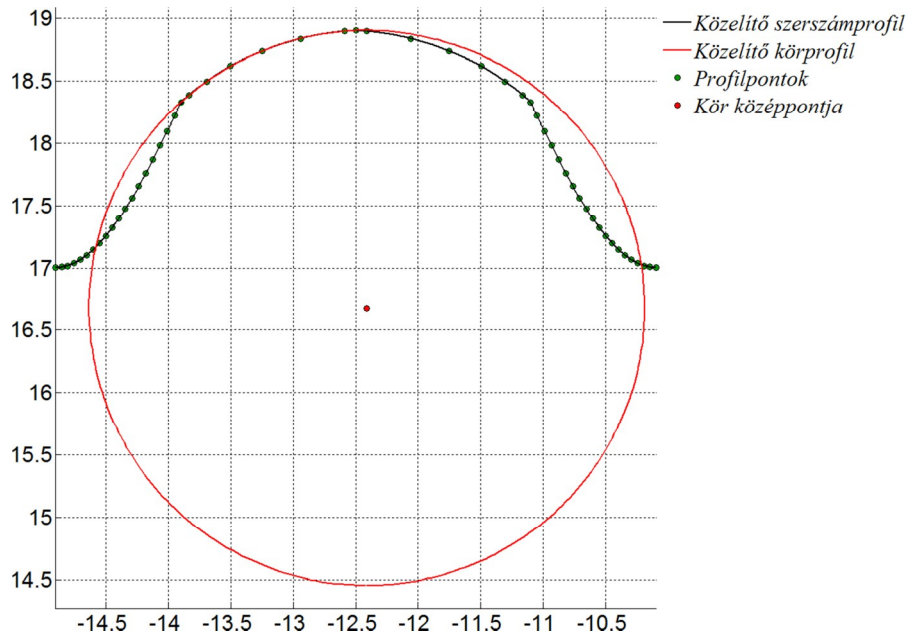
A parciális deriváltak *Jacobi* mátrixa

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{\partial d_i(\mathbf{x})}{\partial u_j} = \begin{bmatrix} \frac{c_x - P_{x,1}}{\sqrt{(c_x - P_{x,1})^2 + (c_y - P_{y,1})^2}} & \frac{c_y - P_{y,1}}{\sqrt{(c_x - P_{x,1})^2 + (c_y - P_{y,1})^2}} & -1 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \frac{c_x - P_{x,n}}{\sqrt{(c_x - P_{x,n})^2 + (c_y - P_{y,n})^2}} & \frac{c_y - P_{y,n}}{\sqrt{(c_x - P_{x,n})^2 + (c_y - P_{y,n})^2}} & -1 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

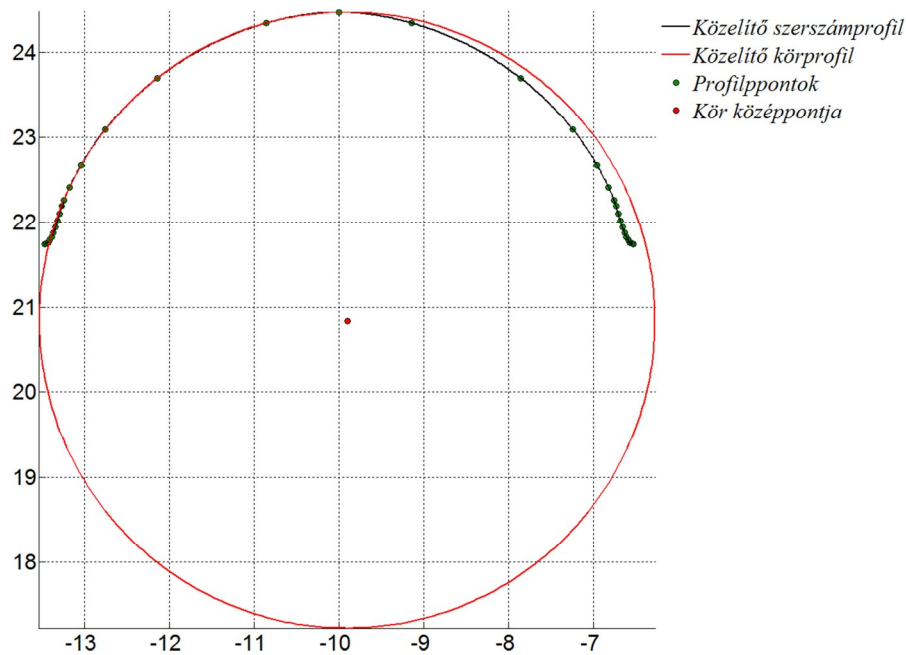
alakban írható fel. A *Gauss-Newton* iterációs eljárás két lépése:

1. oldjuk meg a (4.83) egyenletet a \mathbf{h} vektorra,
2. számítsuk ki a következő iterációs lépést $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{h}$ vektorral.

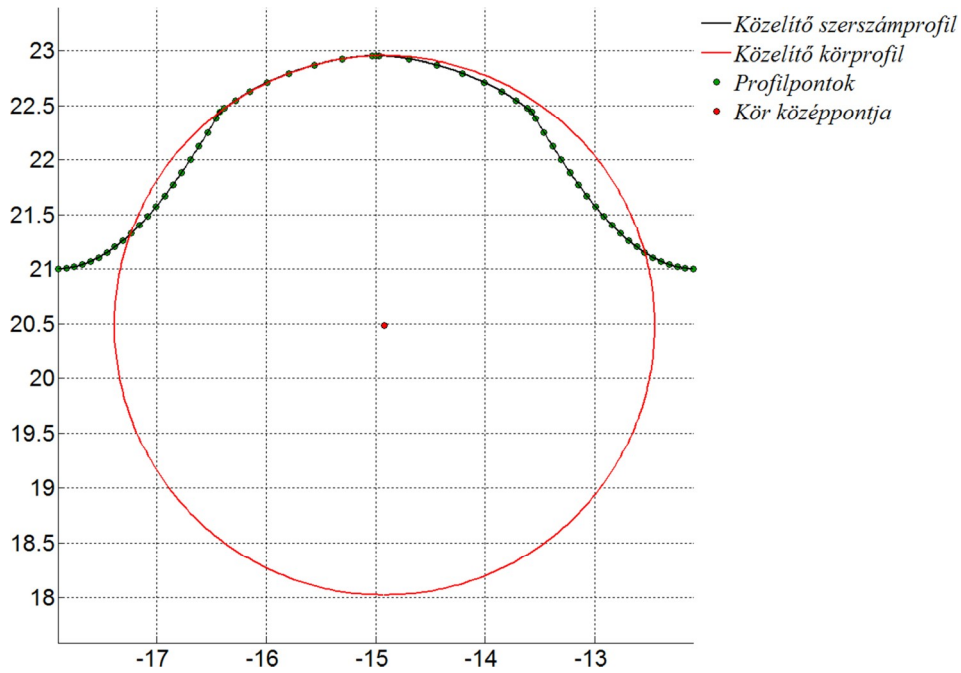
Az iterációs eljárás kezdeti értékeinek a közelítő ellipszisív meghatározásakor előállított eredményeket adjuk meg, oly módon, hogy a kör \mathbf{C} középpontja megegyezik az ellipszisív középpontjával, a kör kezdeti R sugara, pedig az ellipszisív b fél kistengelyének hosszával. Az approximációs körök paramétereit a 4.4. táblázatban feltüntetett ellipszisívek pontjaira határozzuk meg, a számítások grafikus eredményei a 4.27 – 4.30. ábrákon láthatók.



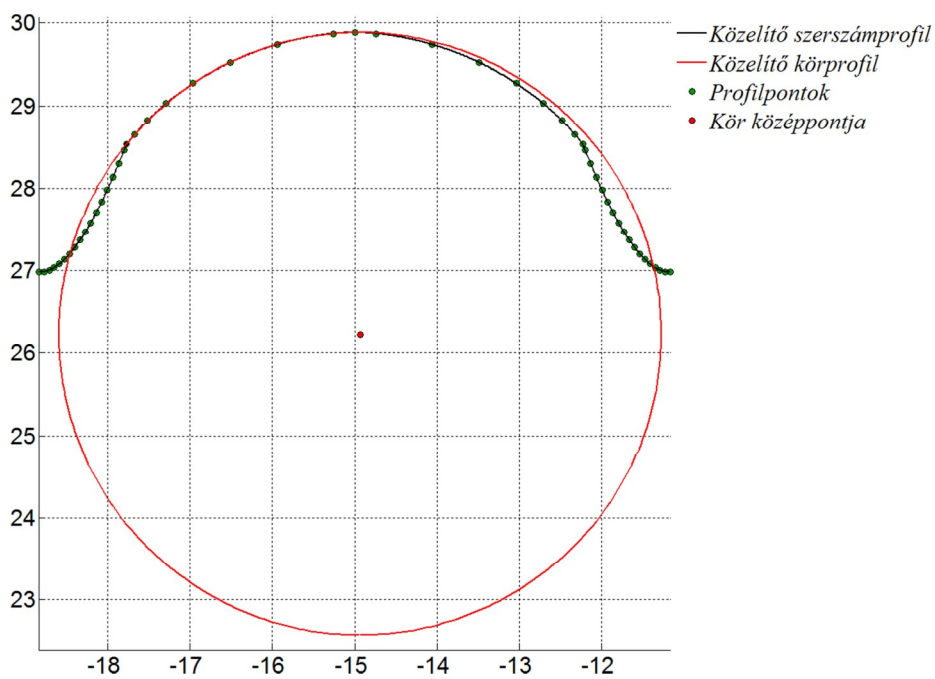
4.27. ábra. Az approximációs körprofil a 32x25 méret ű golyósanyánál



4.28. ábra. Az approximációs körprofil a 40x20 méret ű golyósanyánál



4.29. ábra. Az approximációs körprofil a 40x30 méretű golyósanyánál



4.30. ábra. Az approximációs körprofil az 50x30 méretű golyósanyánál

A különböző méretű golyósanyákra meghatározott approximációs körprofilok paramétereit a 4.5 táblázat tartalmazza, ahol R a kör sugara és C a kör középpontjának koordinátái.

4.5. táblázat. Az approximációs körprofilok középpontjainak koordinátái és sugarai

Méret	A közelítő körprofil adatai			
	Geometriai jellemzők	$n = 25$	$n = 50$	$n = 100$
32x25	$R[mm]$	2,225378	2,230396	2,232199
	$\mathbf{C}[mm]$	$16,678616\mathbf{e}_x$ $-12,734999\mathbf{e}_z$	$16,672793\mathbf{e}_x$ $-12,410216\mathbf{e}_z$	$16,670854\mathbf{e}_x$ $-12,409741\mathbf{e}_z$
40x20	$R[mm]$	3,622949	3,624819	3,622514
	$\mathbf{C}[mm]$	$20,848696\mathbf{e}_x$ $-9,904252\mathbf{e}_z$	$20,845960\mathbf{e}_x$ $-9,903181\mathbf{e}_z$	$20,847153\mathbf{e}_x$ $-9,905109\mathbf{e}_z$
40x30	$R[mm]$	2,463443	2,466900	2,463944
	$\mathbf{C}[mm]$	$20,489238\mathbf{e}_x$ $-14,919731\mathbf{e}_z$	$20,484653\mathbf{e}_x$ $-14,920457\mathbf{e}_z$	$20,487023\mathbf{e}_x$ $-14,922256\mathbf{e}_z$
50x30	$R[mm]$	3,656421	3,665521	3,655314
	$\mathbf{C}[mm]$	$26,229110\mathbf{e}_x$ $-14,933486\mathbf{e}_z$	$26,219200\mathbf{e}_x$ $-14,930268\mathbf{e}_z$	$26,227243\mathbf{e}_x$ $-14,936777\mathbf{e}_z$

4.7.2 Közelítő körívprofil meghatározása három pontra

Legyen adott három pont $\mathbf{P}_1 = (P_{1,x}, P_{1,z})$, $\mathbf{P}_2 = (P_{2,x}, P_{2,z})$, $\mathbf{P}_3 = (P_{3,x}, P_{3,z})$ vektorokkal. A pontok koordinátáit úgy határozzuk meg, hogy a 3.6 fejezetben számított kapcsolószög és a tűrésmező tartományának két szélsőértéke által kijelölt pontvektorokat a szerszám xz síkjába transzformáljuk. A kör középpontjának koordinátáit és sugarát a

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{S}(S_x, S_z)}{a}, \quad R = \sqrt{\frac{b}{a} + \frac{|\mathbf{S}|^2}{a^2}} \quad (4.85)$$

képletekkel számíthatjuk ki, ahol $\mathbf{S}(S_x, S_z)$ a három pont által meghatározott háromszög súlypontjának koordinátái és

$$S_x = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} |\mathbf{P}_1|^2 & P_{1,z} & 1 \\ |\mathbf{P}_2|^2 & P_{2,z} & 1 \\ |\mathbf{P}_3|^2 & P_{3,z} & 1 \end{bmatrix}, \quad S_z = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & |\mathbf{P}_1|^2 & 1 \\ P_{2,x} & |\mathbf{P}_2|^2 & 1 \\ P_{3,x} & |\mathbf{P}_3|^2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.86)$$

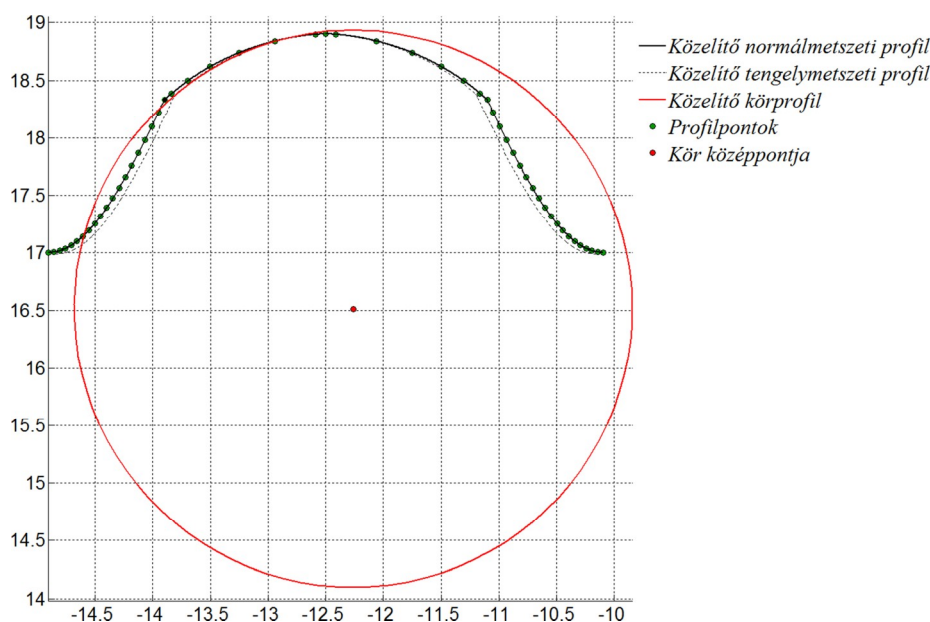
$$a = \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & P_{1,z} & 1 \\ P_{2,x} & P_{2,z} & 1 \\ P_{3,x} & P_{3,z} & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \det \begin{bmatrix} P_{1,x} & P_{1,z} & |P_1|^2 \\ P_{2,x} & P_{2,z} & |P_2|^2 \\ P_{3,x} & P_{3,z} & |P_3|^2 \end{bmatrix}. \quad (4.87)$$

A három pontra illesztett körprofil meghatározását különböző méretű golyósanyákra végeztük el, a kontaktpontok számított koordinátáit a 4.6. táblázat tartalmazza.

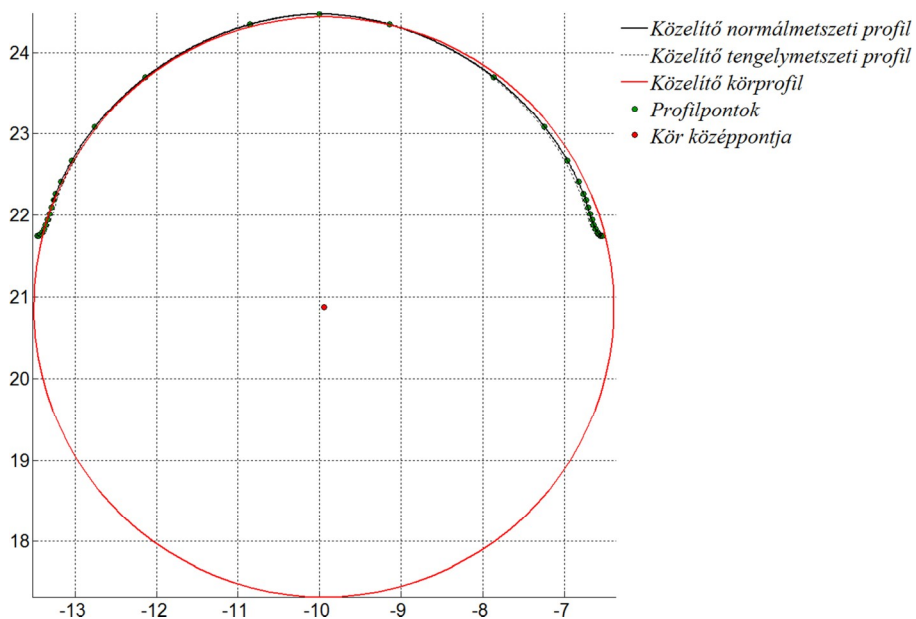
4.6. táblázat. A kontaktpontok koordinátái a körprofilok meghatározásához

Méret	Kontaktpontok koordinátái		
	P_1	P_2	P_3
32x25	$17,771921e_x$ $-14,329506e_z$	$18,119144e_x$ $-14,073417e_z$	$18,204880e_x$ $-13,993712e_z$
40x20	$22,965005e_x$ $-12,827509e_z$	$23,100359e_x$ $-12,724322e_z$	$23,416015e_x$ $-12,438897e_z$
40x30	$21,562971e_x$ $-17,190371e_z$	$21,663847e_x$ $-17,127893e_z$	$21,950166e_x$ $-16,919174e_z$
50x30	$28,181364e_x$ $-18,032447e_z$	$28,393992e_x$ $-17,879162e_z$	$28,635909e_x$ $-17,676316e_z$

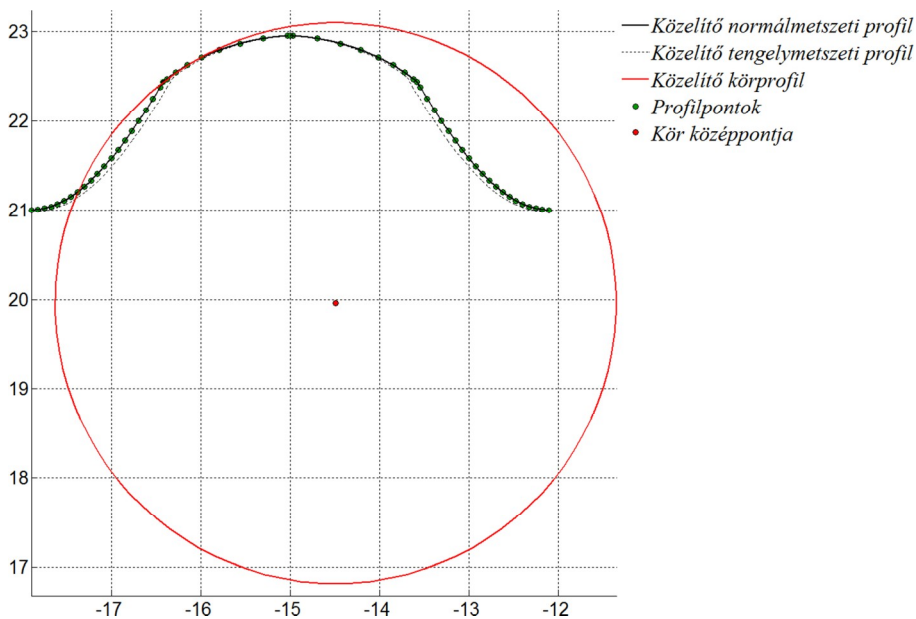
A 4.31 – 4.34. ábrák a három pontra illesztett körprofilokat szemléltetik.



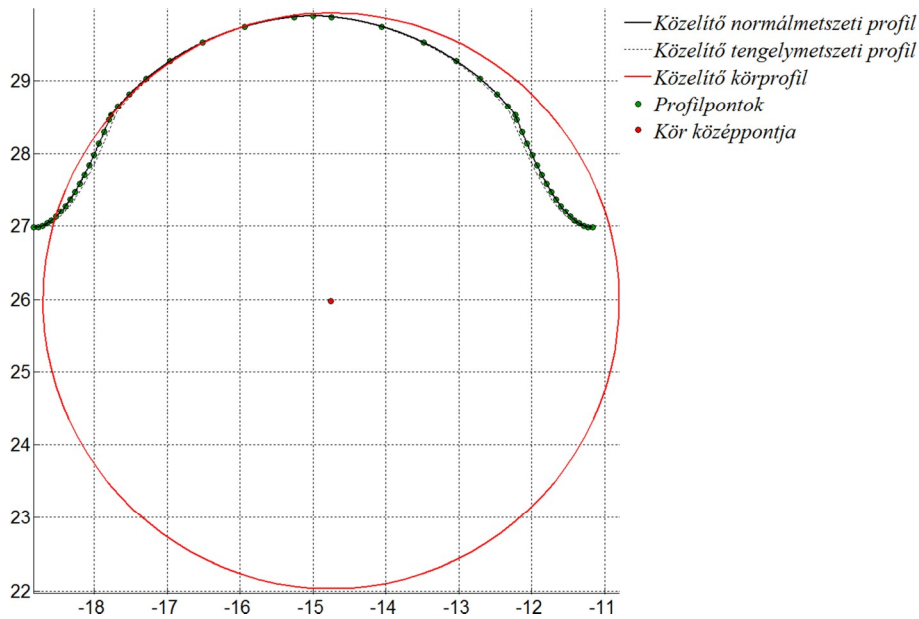
4.31. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 32x25 méretű golyósanyánál



4.32. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 40x20 méretű golyósanyánál



4.33. ábra. A közelítő körprofil három pontra a 40x30 méretű golyósanyánál



4.34. ábra. A közelítő körprofil három pontra az 50x30 méretű golyósanyánál

A különböző méretű golyósanyákra meghatározott három pontra illesztett körprofilok paramétereit a 4.7. táblázat tartalmazza, ahol R a kör sugara és C a kör középpontjának koordinátái.

4.7. táblázat. A három pontra illesztett körprofilok középpontjainak koordinátái és sugarai

Méret	A közelítő körprofil adatai	
	$R[mm]$	$C[mm]$
32x25	2,419269	$16,515269\mathbf{e}_x$ $-12,262217\mathbf{e}_z$
40x20	3,556876	$20,876878\mathbf{e}_x$ $-9,948084\mathbf{e}_z$
40x30	3,138757	$19,961007\mathbf{e}_x$ $-14,491203\mathbf{e}_z$
50x30	3,950143	$25,978951\mathbf{e}_x$ $-14,753269\mathbf{e}_z$

Összehasonlítva a két eljárást megállapítható, hogy az approximációval előállított körprofil a szerszámprofil teljes tartományán jól közelíti a származtatással előállított görbét, ezzel szemben a három pontra illesztett kör csak a pontok által meghatározott tartományban. További hátránya a hárompontos módszernek, hogy az alámetszési határpont nagymértékben befolyásolja a közelítés jóságát, ezért ennek a módszernek az alkalmazáshoz további vizsgálatok, próbaköszörülések szükségesek.

4.7.3 A közelítő körívprofilok hibája

Az eltérések meghatározásához keressük a metszéspontok és a közelítő körívprofil közötti távolságokat hasonlóan, mint a 4.6 fejezetben. A 4.5 – 4.7. táblázatok tartalmazzák az approximációs eljárással, valamint a három pont alapján meghatározott körívek C középpontjának koordinátáit és R sugarát, melyek ismeretében a körívek és a metszéspontok közötti távolság a

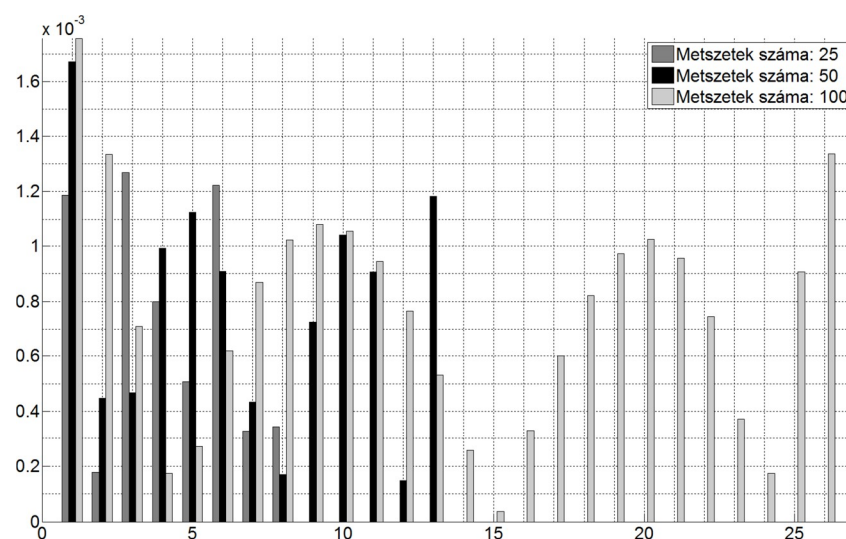
$$|d| = \left[R^2 - |\mathbf{P}_E - \mathbf{C}|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.88)$$

képlettel számítható. A (4.88)-ban \mathbf{P}_E a származtatással előállított szomszédos ellipszisívek metszéspontja.

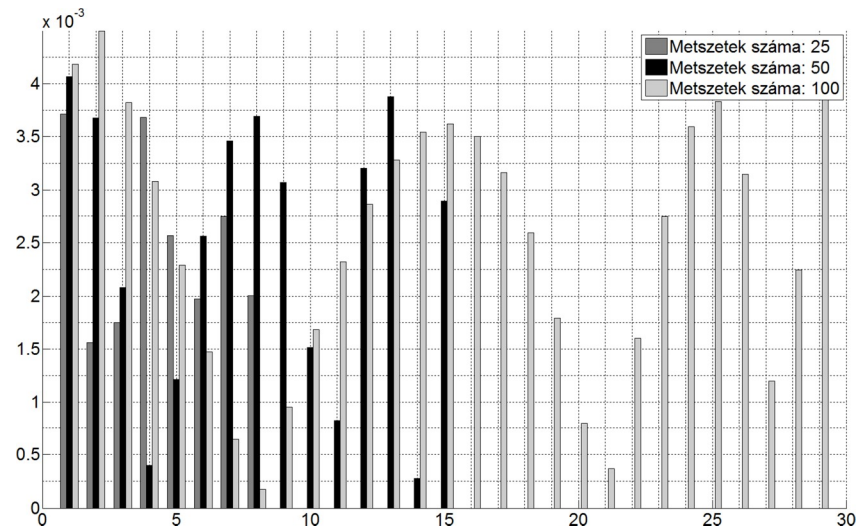
4.8. táblázat. Az approximációs körívek eltérései különböző metszeteknél

	<i>A közelítő profil eltérései különböző metszeteknél</i>					
	$n=25$		$n=50$		$n=100$	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
<i>32x25</i>	$1,782793 \cdot 10^{-4}$	$1,268012 \cdot 10^{-3}$	$1,486397 \cdot 10^{-4}$	$1,672136 \cdot 10^{-3}$	$3,673211 \cdot 10^{-5}$	$1,756054 \cdot 10^{-3}$
<i>40x20</i>	$1,560888 \cdot 10^{-3}$	$3,704963 \cdot 10^{-3}$	$2,784190 \cdot 10^{-4}$	$4,067563 \cdot 10^{-3}$	$1,730109 \cdot 10^{-4}$	$4,497288 \cdot 10^{-3}$
<i>40x30</i>	$3,503046 \cdot 10^{-4}$	$1,954455 \cdot 10^{-3}$	$5,657652 \cdot 10^{-7}$	$2,484122 \cdot 10^{-3}$	$1,308891 \cdot 10^{-5}$	$2,552664 \cdot 10^{-3}$
<i>50x30</i>	$1,000149 \cdot 10^{-4}$	$4,998241 \cdot 10^{-3}$	$5,099343 \cdot 10^{-4}$	$5,821599 \cdot 10^{-3}$	$6,215829 \cdot 10^{-5}$	$5,837542 \cdot 10^{-3}$

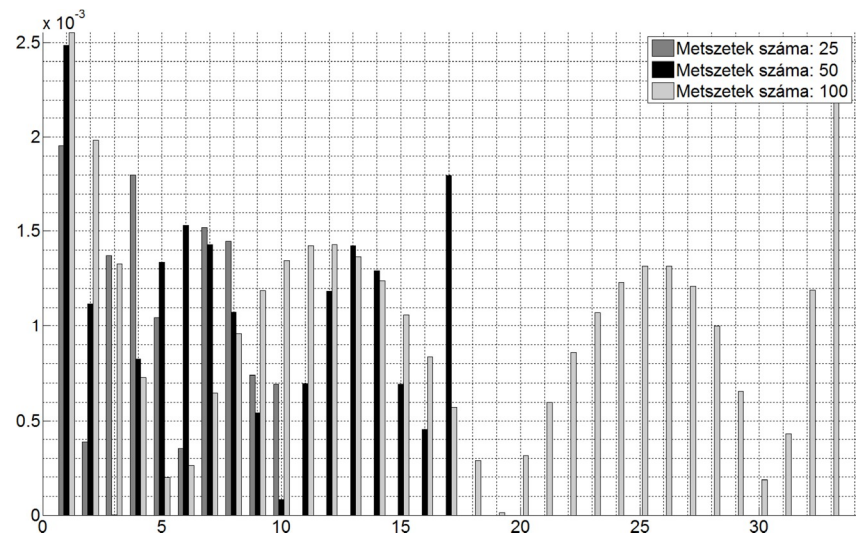
Az eltérések értékeit az approximációs körívekre – különböző számú metszeteknél – a 4.8. táblázat tartalmazza. A 4.35 – 4.38. ábrák az eltérések abszolút értékeit mutatja az egyes metszéspontokban.



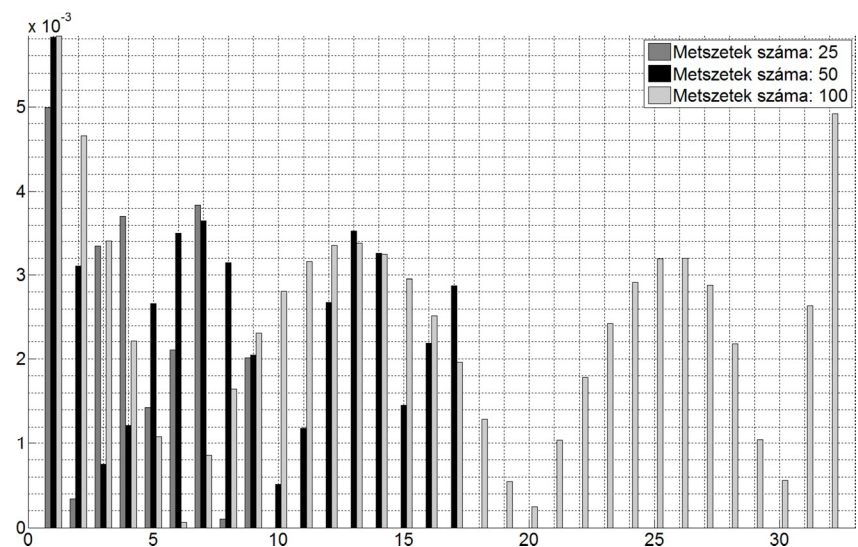
4.35. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyágnál



4.36. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyánál



4.37. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál

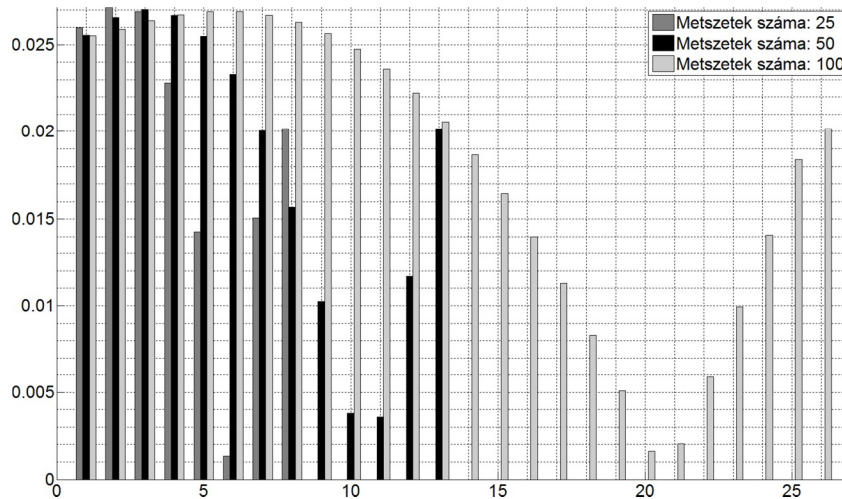


4.38. ábra. Az approximációs körív és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál

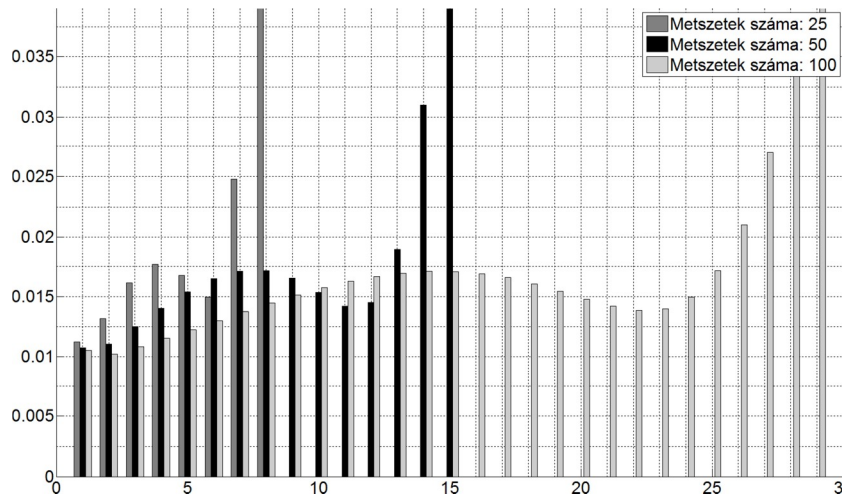
4.9. táblázat. A közelítő körívek eltérései különböző metszeteknél

	A közelítő profil eltérései különböző metszeteknél					
	n=25		n=50		n=100	
	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}	d_{min}	d_{max}
32x25	$1,339386 \cdot 10^{-3}$	$2,715446 \cdot 10^{-2}$	$3,582438 \cdot 10^{-3}$	$2,700826 \cdot 10^{-2}$	$1,626675 \cdot 10^{-3}$	$2,688904 \cdot 10^{-2}$
40x20	$1,121947 \cdot 10^{-2}$	$3,900603 \cdot 10^{-2}$	$1,072944 \cdot 10^{-2}$	$3,900603 \cdot 10^{-2}$	$1,022957 \cdot 10^{-2}$	$3,900603 \cdot 10^{-2}$
40x30	$4,875746 \cdot 10^{-5}$	$1,047303 \cdot 10^{-1}$	$3,046753 \cdot 10^{-4}$	$1,047303 \cdot 10^{-1}$	$5,494100 \cdot 10^{-4}$	$1,047303 \cdot 10^{-1}$
50x30	$3,381087 \cdot 10^{-4}$	$3,437867 \cdot 10^{-2}$	$8,268438 \cdot 10^{-4}$	$3,437867 \cdot 10^{-2}$	$3,593091 \cdot 10^{-4}$	$3,437867 \cdot 10^{-2}$

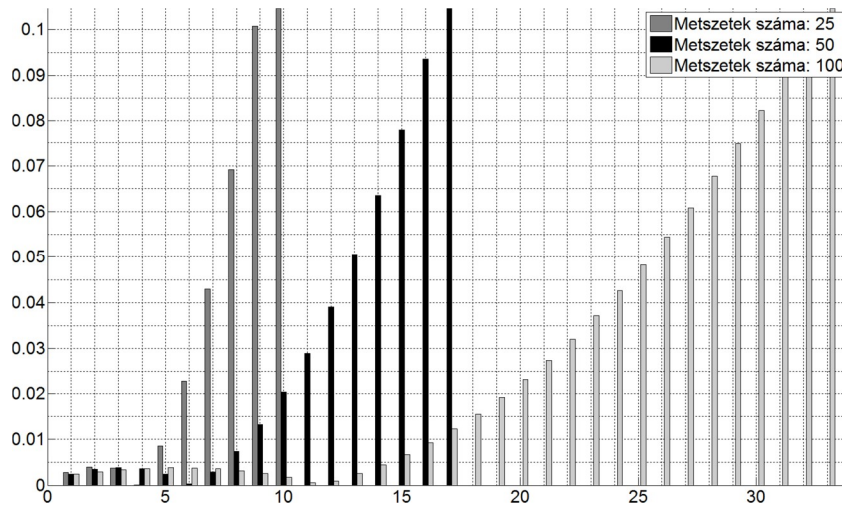
Az eltérések értékeit a közelítő körívekre – különböző számú metszeteknél – a 4.9. táblázat tartalmazza. A 4.39 – 4.42. ábrák az eltérések abszolút értékeit mutatja az egyes metszéspontokban.



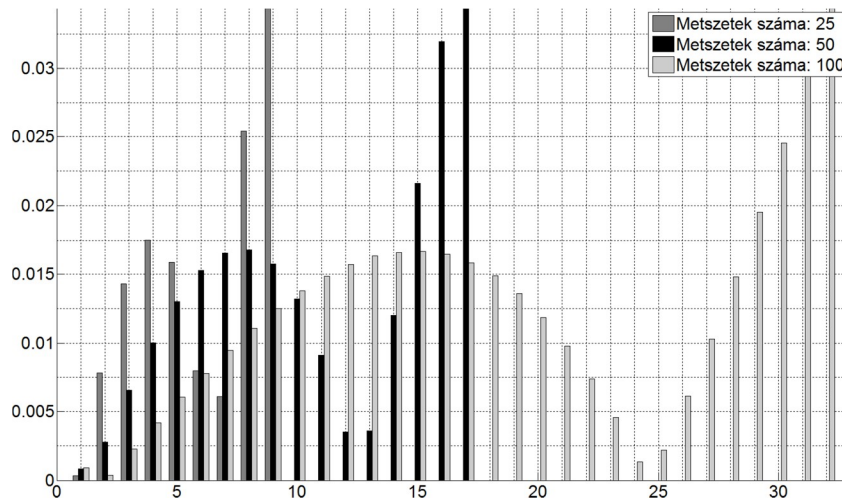
4.39. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 32x25 méretű golyósanyágnál



4.40. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x20 méretű golyósanyágnál



4.41. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 40x30 méretű golyósanyánál



4.42. ábra. A közelítő körív és a metszéspontok közötti eltérés a 50x30 méretű golyósanyánál

A 4.35 – 4.38. ábrák alapján megállítható, hogy az approximációs eljárással meghatározott körprofilok a származtatással előállított profilpontokat legfeljebb 10^{-3} nagyságrendű hibával közelítik a teljes profil mentén. A gyártási tűrésmezők figyelembevételével meghatározott kontaktpontokra illesztett körprofilok és a profilpontok közötti eltéréseket a 4.39 – 4.42. ábrák ábrázolják, melyek alapján látható, hogy az így meghatározott szerszámprofilok a normálmetszetben érvényes munkadarabprofil előállítására nem minden esetben alkalmasak. Az eredményeket nagymértékben befolyásolja az ideális korongdöntési szögtől való eltérés, mely az alámetszési határpontot is befolyásolja.

A fenti következtetésekből megállapítható, hogy hagyományos furatköszörűgépekre, ahol a szerszámprofil előállító készülék csak pozitív profileltolású körívprofil szabályozására alkalmas, a körívprofil paramétereinek meghatározását approximációs eljárással célszerű meghatározni.

5. MÉRNÖKI MÓDSZERREL ELŐÁLLÍTOTT SZERSZÁMPROFIL

Az előző fejezetben láthattuk, hogy a szerszámprofil meghatározására többféle módszer is létezik. Ezek előnye a numerikus számítási pontosság relatív hibáinak a felhasználó által beállítható nagysága, és az eredmények nagy pontossággal történő gyors meghatározása. Hátrányuk, hogy a numerikus számítási eljárások, és a matematikai szoftverek ismerete is szükséges.

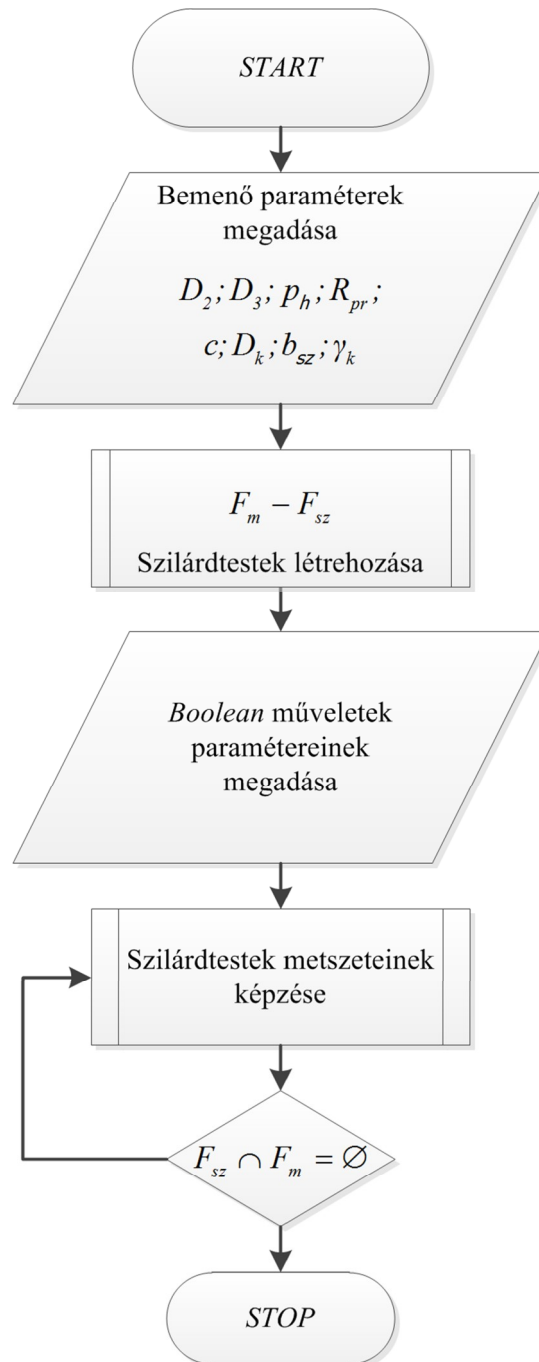
A mérnöki gyakorlatban széles körben alkalmazzák a különböző CAxx szoftvereket. A tervezésinformatikai eszközök hardvereinek és szoftvereinek fejlődésével lehetőség nyílt a bonyolult felületek analízisére is. A származtatási folyamat a programok segítségével modellezhető és különböző makrók segítségével automatizálható, az ilyen módon meghatározott profilt mérnöki módszerrel előállított megoldásnak hívjuk. Az így előállított szerszámprofil közvetlenül a CAxx alkalmazásban ellenőrizhető, adott esetben a szükséges módosítások végrehajthatók még a tervezési fázisban. További előny, hogy a profil meghatározásához szükséges numerikus számításokat a szoftver geometriai modellező kernele végzi, így a felhasználónak nincs szüksége azok pontos ismeretére. Hátrány, hogy szükséges az adott CAxx alkalmazás felhasználói szintű, valamint az automatizálhatóság miatt a makróprogramozás ismerete. A mérnöki módszerrel előállított megoldás kétféleképpen lehetséges, az egyik a szilárdtestekkel végzett *boolean* műveletek, a másik a határfelületek metszeteként előállított szerszámprofil. A következő alfejezetekben az ilyen módon előállított profil meghatározását mutatjuk be.

5.1 *Boolean műveletek alkalmazása a felület származtatására*

Tervezésinformatikai eszközöket régóta alkalmaznak nemcsak szerszám- és géptervezésre, hanem tudományos kutatási célokra is [27], [29], [32], [53], [55], [56], [57], [84], [93]. Egyik nagy előnyük, hogy a számítási eredmények grafikusán ellenőrizhetők, így az esetleges számítási hibák, nem megfelelően megválasztott paraméterek utólag módosíthatók. Az elmúlt évtizedben a parametrikus tervezőrendszerek még nagyobb rugalmasságot nyújtottak a felhasználóknak, ezek a fejlesztési irányzatok napjainkban is tartanak, komplex megoldásokat biztosítva a kutatás-fejlesztés és a tervezés területein. A legtöbb integrált parametrikus tervezőrendszer támogatja a saját programok, makrók létrehozását és futtatását, így lehetőség nyílik a feladatok automatikus végrehajtására. A jól parametrizált model-

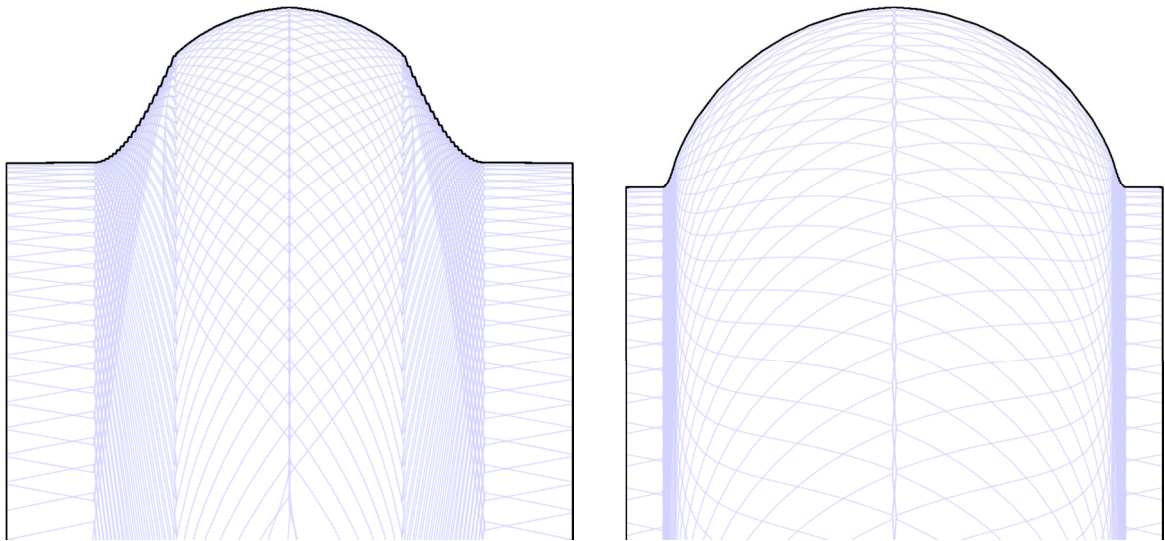
len a paraméterek utólagos módosításával – az asszociativitásnak köszönhetően – a változások azonnal nyomon követhetők, így bonyolultabb számításoknál a tervezési folyamat időigénye nagymértékben csökkenthető.

Az itt bemutatásra kerülő mérnöki módszerrel előállított megoldásokat a *Dassault Systemes* cég által fejlesztett *CATIA V5R20* integrált tervezőrendszerrel valósítottuk meg. A szoftver előnye, hogy makróprogramozáson keresztül könnyen automatizálható, valamint fejlett szilárd- és felületmodellező kernellel rendelkezik. További előnye a *boolean* szilárdtestműveletek parametrizálhatósága és automatizálhatósága.



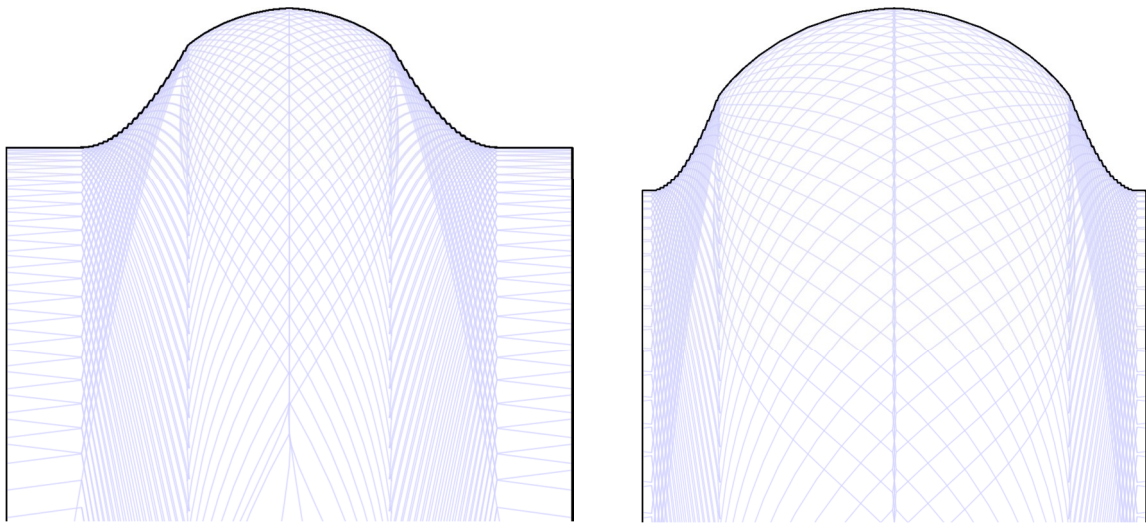
5.1. ábra. A szilárdtestekkel végrehajtott származtatás folyamatábrája

Az 5.1. ábra mutatja a szerszámprofil származtatásának folyamatát szilárdtest műveleteknél (a folyamatára csak a főbb lépéseket ábrázolja), a *for* ciklus a megadott paraméterekkel végzi a kivonási műveleteket.



5.2. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 32x25 méretű anyánál

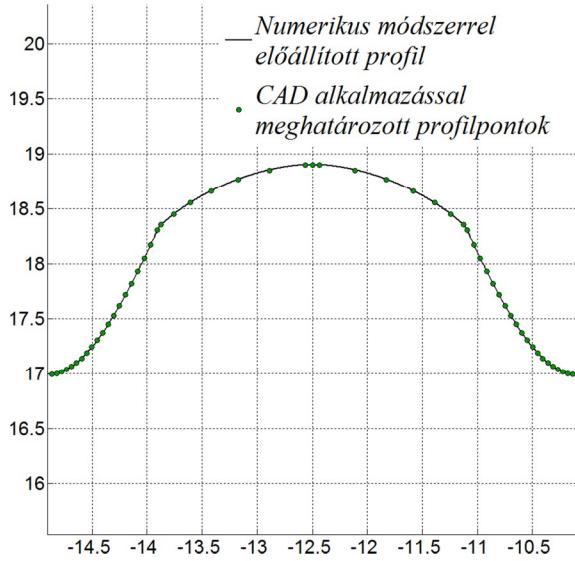
5.3. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 40x20 méretű anyánál



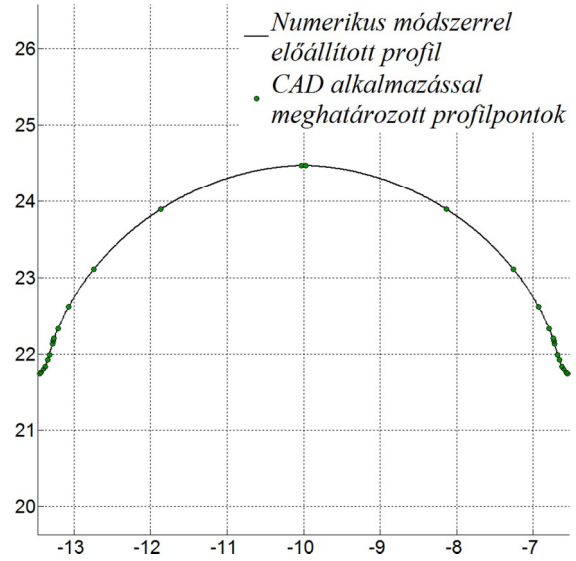
5.4. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 40x30 méretű anyánál

5.5. ábra. Boolean műveletekkel előállított szerszámtest 50x30 méretű anyánál

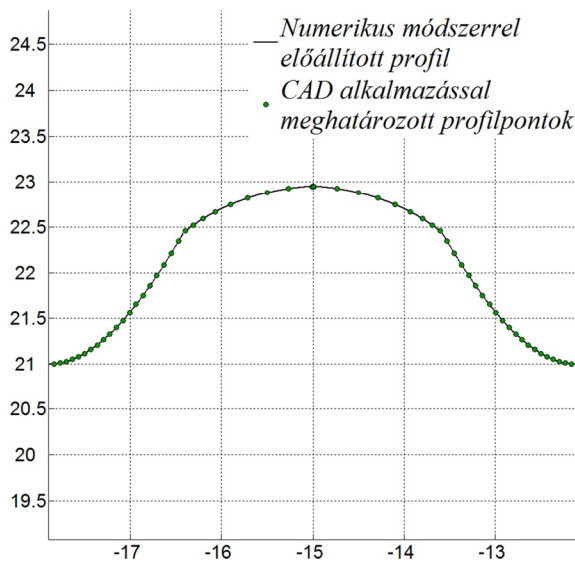
Az 5.2 – 5.5. ábrák a *boolean* eljárással előállított szerszámtest modelleket ábrázolják különböző méretű golyósanyáknál. Az egyes modelleket a szerszám *xz* síkjával elmet szve a közelítő szerszámprofil láthatóvá válik (vastag kontúr). A *boolean* műveletekkel és a numerikus számítással meghatározott profilpontok közötti eltérés számítható. A *CAD* alkalmazással előállított szerszámprofil pontjait egy alkalmas *makró* segítségével *ASCII* szöveges fájlba exportálva azt a *MATLAB* programba importálhatjuk lehetőséget biztosítva a két megoldás közötti eltérés vizsgálatára. Az 5.6 – 5.9. ábrák a numerikus módszerrel meghatározott profilt és a *CAD* eljárással előállított profilpontokat szemléltetik.



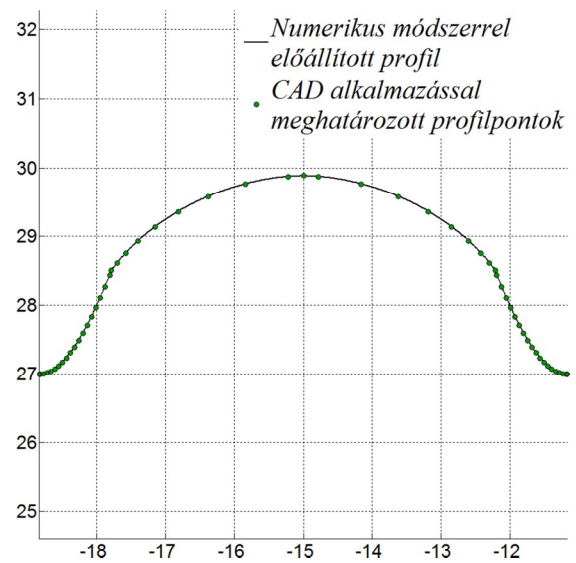
5.6. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 32x25 méretű anyánál



5.7. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x20 méretű anyánál



5.8. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x30 méretű anyánál



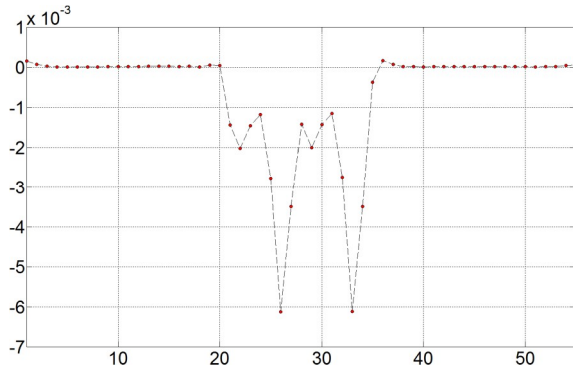
5.9. ábra. Boolean műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 50x30 méretű anyánál

A fenti ábrákon jól látható, hogy a két módszerrel meghatározott szerszámprofil közel azonos eredményt szolgáltat. A CAD alkalmazással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel meghatározott Bezier-görbék közötti minimális távolságokat a

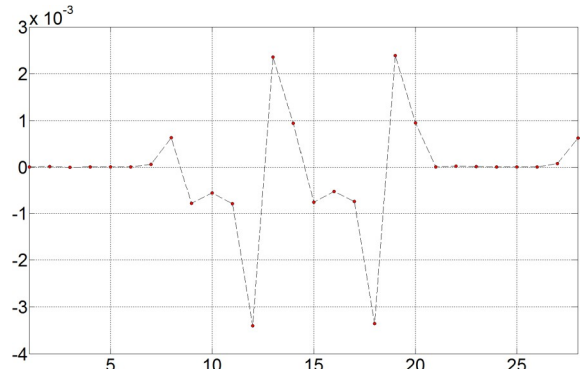
$$d_{i,B} = |\mathbf{P}_i - \mathbf{B}_j(t)| \quad (4.89)$$

képlettel számíthatjuk. Ahol \mathbf{P}_i a CAD alkalmazással meghatározott pont, $\mathbf{B}_j(t)$ a (4.60) halmaz pontjaira szakaszonként illesztett (4.62) egyenlet szerint előállított Bezier görbe.

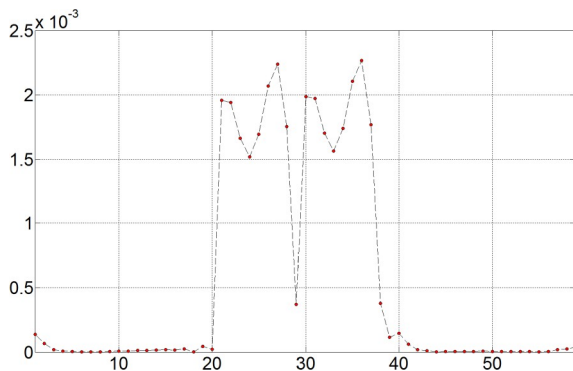
A $d_{i,B}$ távolságok meghatározásánál az $i \in [0, n]$, $j \in [0, m]$ és $t \in [0, 1]$, feltételeknek egyidejűleg teljesülnie kell (n a CAD alkalmazással meghatározott pontok száma, m a (4.60) halmaz elemeire illesztett *Bezier* görbék száma).



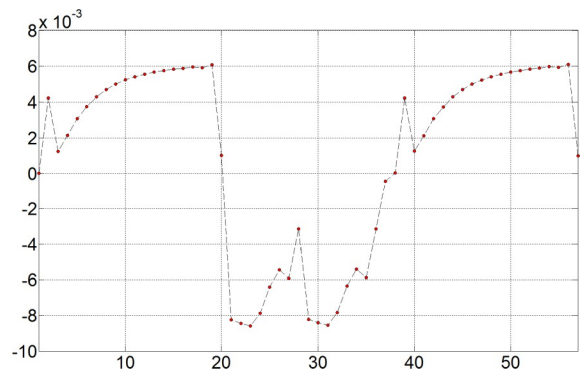
5.10. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 32x25 méretű anyánál



5.11. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x20 méretű anyánál



5.12. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x30 méretű anyánál



5.13. ábra. A boolean eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 50x30 méretű anyánál

Az 5.10 – 5.13. ábrák mutatják a boolean eljárással meghatározott profilpontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltéréseket különböző méretű golyósanyáknál.

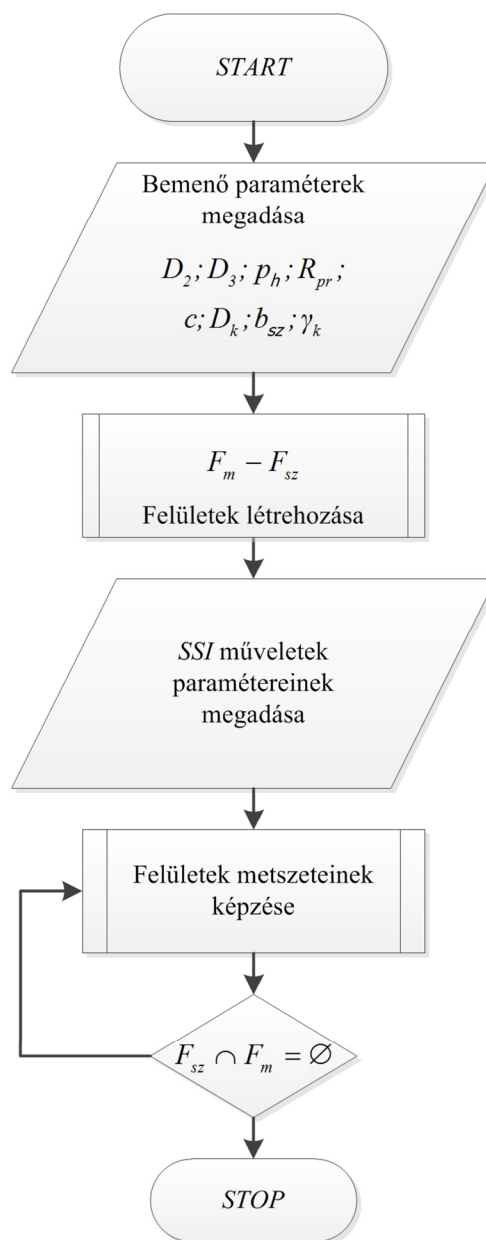
5.1. táblázat. A jellemző eltérések értékei boolean eljárásnál különböző méretű golyósanyáknál

Méret	e_{\min}	e_{\max}	$ e_{\min} $	$ e_{\max} $
32x25	$-6,129389 \cdot 10^{-3}$	$0,164284 \cdot 10^{-3}$	$0,999408 \cdot 10^{-6}$	$6,129389 \cdot 10^{-3}$
40x20	$-3,403669 \cdot 10^{-3}$	$2,389587 \cdot 10^{-3}$	$6,497319 \cdot 10^{-6}$	$3,403669 \cdot 10^{-3}$
40x30	$0,719710 \cdot 10^{-6}$	$2,266834 \cdot 10^{-3}$	$0,719710 \cdot 10^{-6}$	$2,266834 \cdot 10^{-3}$
50x30	$-8,586761 \cdot 10^{-3}$	$6,088589 \cdot 10^{-3}$	$2,981903 \cdot 10^{-5}$	$8,586761 \cdot 10^{-3}$

Az 5.1. táblázat adataiból látható, hogy az $|e_{\max}|$ eltérés 10^{-3} nagyságrendű, ami a mérnöki gyakorlatban elfogadható érték.

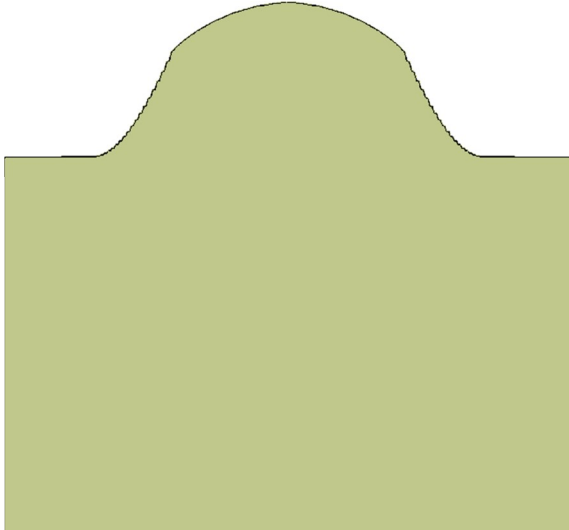
5.2 Határfelületek metszése a felület származtatására

A CAxx szoftverek felület- és térfogatmodellező kernelei a különböző metszetek meghatározását közelítő számításokkal állítják elő egy előre definiált közelítési pontossággal. Az így meghatározott számítások a mérnöki gyakorlatban elfogadható eredményeket szolgáltatnak mindezek mellett a számítások költsége és időigénye is kedvező. A szilárdtestmodellekkel végzett származtatási eljárás kis szögelfordulásoknál azonban problémához vezet. Ennek magyarázata a modellező kernel *boolean* műveleteknél alkalmazott számítási algoritmusában keresendő, ahol a kis szögelforduláshoz tartozó szilárdtestek közötti interferencia kisebb, mint a számítási eljárásnál meghatározott közelítési pontosság. A származtatási eljárás finomítására a határfelületek metszését alkalmazhatjuk, melynek folyamatábráját az 5.14. ábra szemlélteti.

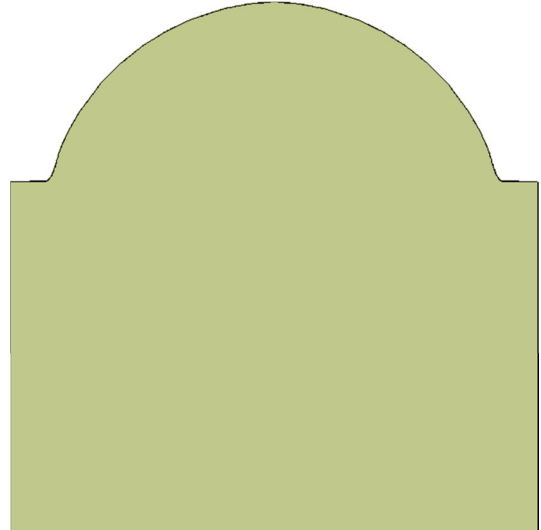


5.14. ábra. A felületekkel végrehajtott származtatás folyamatábrája

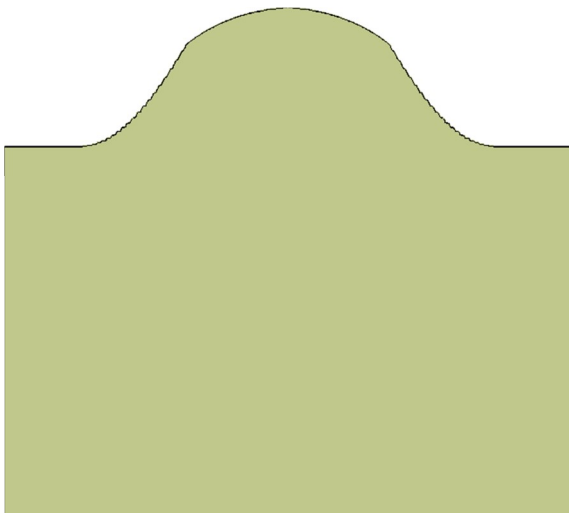
Az eljárás hasonló az előző fejezetben ismertetett módszerhez, azonban ennél a modellnél a golyósanya felületének és a szerszámsíknak képezzük a metszeteit. A modell tulajdonságainak következtében a metszetek képzése kis szögelfordulásoknál is végrehajtható, további előny a határfelületek metszésével a számítási műveletigények valamint az eljárás időigényének csökkenése. Az 5.15 – 5.18. ábrák szemléltetik a határfelületek (*SSI műveletek*) metszésével származtatott közelítő szerszámprofilokat különböző méretű golyósanyáknál.



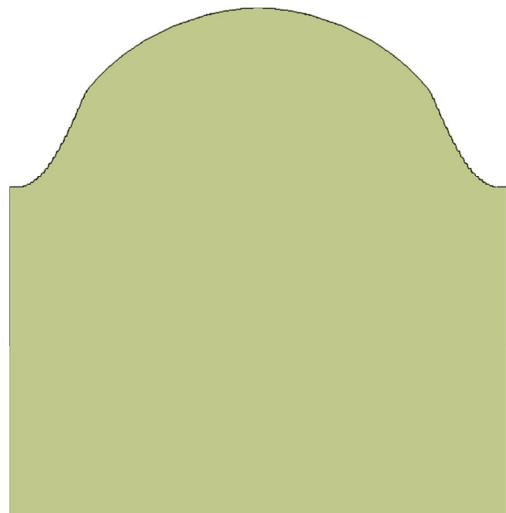
5.15. ábra. *SSI* műveletekkel előállított szerszámtest 32x25 méretű anyánál



5.16. ábra. *SSI* műveletekkel előállított szerszámtest 40x20 méretű anyánál



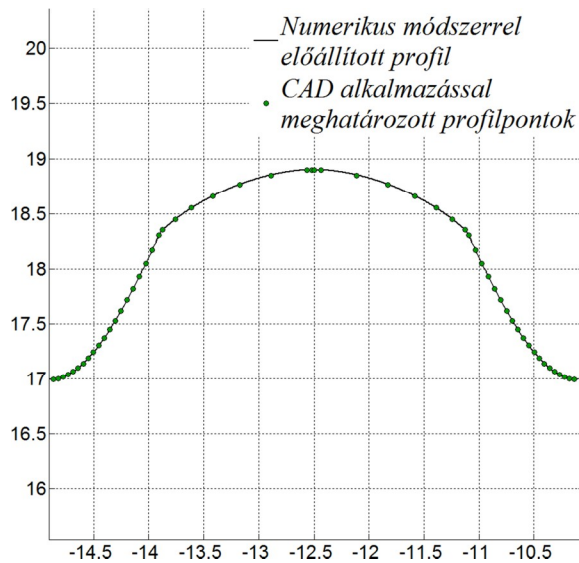
5.17. ábra. *SSI* műveletekkel előállított szerszámtest 40x30 méretű anyánál



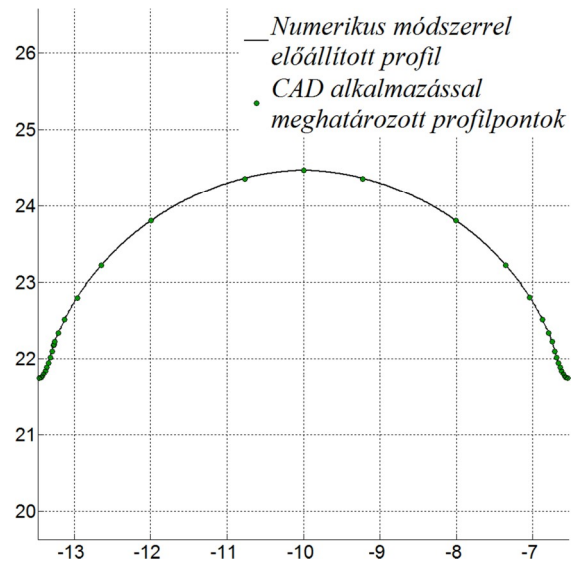
5.18. ábra. *SSI* műveletekkel előállított szerszámtest 50x30 méretű anyánál

Az *SSI* műveletekkel és a numerikus számítással meghatározott profilpontok közötti eltérés hasonlóan számítható, mint a *boolean* műveleteknél. A profil előállításához szükséges pontokat a *MATLAB* programba importálva a két megoldás közötti eltérést vizsgálhatjuk. Az

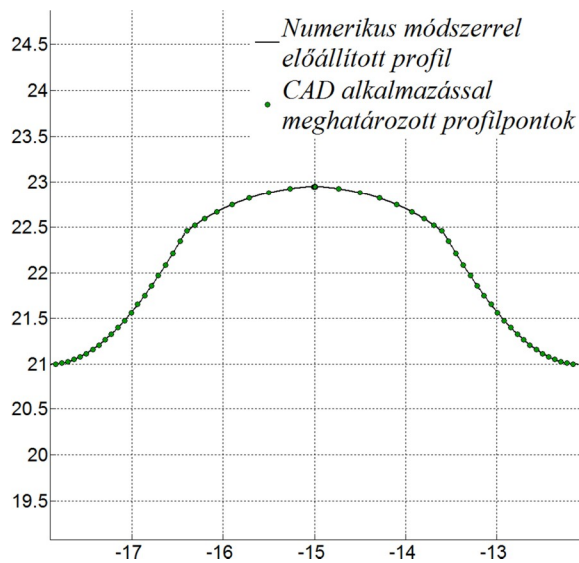
5.19 – 5.22. ábrák a numerikus módszerrel meghatározott profilt és az SSI műveletekkel előállított profilpontokat szemléltetik különböző méretű golyósanyáknál.



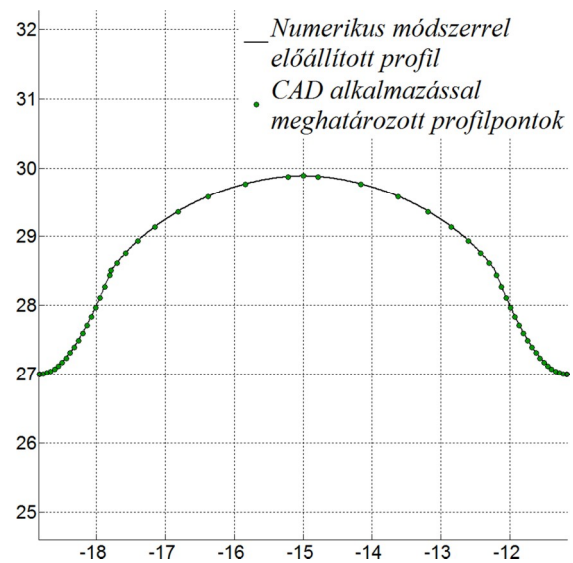
5.19. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 32x25 méretű anyánál



5.20. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x20 méretű anyánál



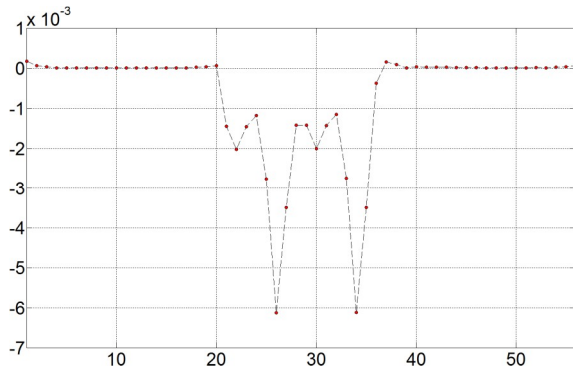
5.21. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 40x30 méretű anyánál



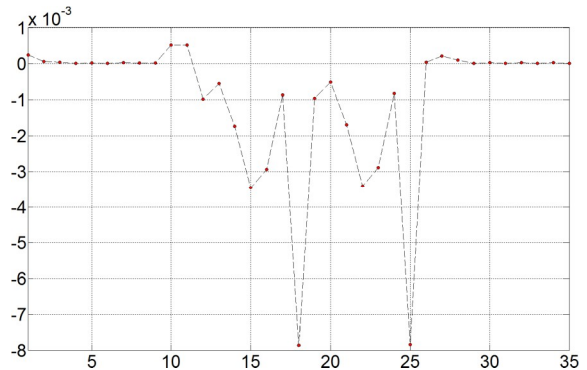
5.22. ábra. SSI műveletekkel előállított profilpontok és numerikus módszerrel meghatározott profil 50x30 méretű anyánál

A fenti ábrákon látható, hogy az SSI műveletekkel (CAD alkalmazás) meghatározott profilpontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés nagysága kismértékű. Alkalmazzuk az előző fejezetben bemutatott eljárást az eltérések nagyságának meghatározására a (4.89) képletet felhasználva. A CAD alkalmazással meghatározott pontok és a nu-

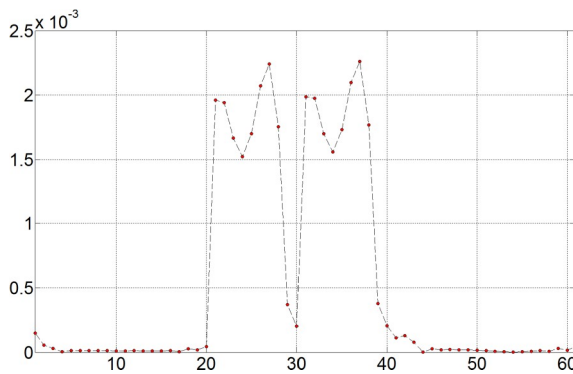
merikus eljárással előállított profil közötti távolságok nagyságát az 5.23 – 5.26. ábrák szemléltetik különböző méretű golyósanyáknál.



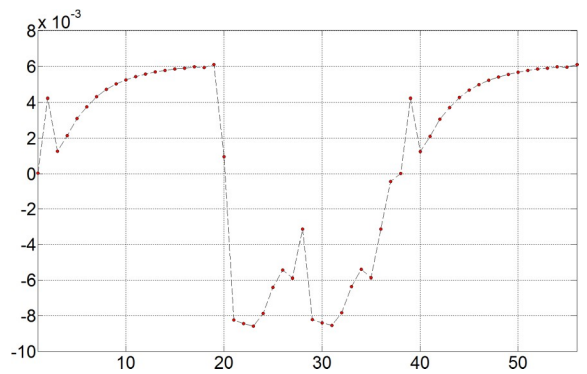
5.23. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 32x25 méretű anyánál



5.24. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x20 méretű anyánál



5.25. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 40x30 méretű anyánál



5.26. ábra. Az SSI eljárással meghatározott pontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti eltérés 50x30 méretű anyánál

A fenti ábrákon bemutatott golyósanyákra jellemző ε eltérések értékeit az 5.2. táblázat tartalmazza.

5.2. táblázat. A jellemző eltérések értékei SSI eljárásnál különböző méretű golyósanyáknál

Méret	e_{\min}	e_{\max}	$ e_{\min} $	$ e_{\max} $
32x25	$-6,122789 \cdot 10^{-3}$	$1,668466 \cdot 10^{-4}$	$5,415435 \cdot 10^{-8}$	$6,122789 \cdot 10^{-3}$
40x20	$-7,865650 \cdot 10^{-3}$	$5,193256 \cdot 10^{-4}$	$2,777486 \cdot 10^{-6}$	$7,865650 \cdot 10^{-3}$
40x30	$2,002663 \cdot 10^{-7}$	$2,260265 \cdot 10^{-3}$	$2,002663 \cdot 10^{-7}$	$2,260265 \cdot 10^{-3}$
50x30	$-8,595389 \cdot 10^{-3}$	$6,106784 \cdot 10^{-3}$	$1,199857 \cdot 10^{-4}$	$8,595389 \cdot 10^{-3}$

Az táblázat adataiból látható, hogy az SSI műveletekkel meghatározott profilpontok és a numerikus módszerrel előállított profil közötti $|e_{\max}|$ eltérés 10^{-3} nagyságrendű, ami a mérnöki gyakorlatban elfogadható érték.

6. EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA, ÚJ FEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK

Értekezésemben a származtatáselmélet alkalmazását és numerikus megoldásának előállítását vizsgáltam golyós-menetes mozgásátalakító mechanizmusok golyósanyáinál. A disszertáció célkitűzéseiben megfogalmazott eredmények elérése érdekében megalkottam a *Tajnafői-féle* származtatási elmélet golyósanyára érvényes modelljét.

A megmunkálási paraméterek közül a profiltorzulásra leginkább érzékeny korongdöntési szög meghatározásához a *Broyden* és a *Newton-Raphson* numerikus eljárásokat alkalmaztam, az eljáráshoz szükséges kezdeti értékek meghatározásának egyenleteit előállítottam hengeres és kúpos szerszámszarakra. A két eljárás összehasonlítása során megállapítottam, hogy a számítási költségeket figyelembe véve a *Newton-Raphson* eljárás kedvezőbb.

Felírtam az átfogási szög számításához szükséges egyenleteket, melynek segítségével meghatároztam az átfogási szög értékeit különböző méretű golyósanyákra a köszörűkorong kezdeti átmérőjét és a szerszámtüske jellemző méreteit figyelembe véve.

A szerszámprofil numerikus meghatározását – a származtatási elméletet figyelembe véve – egy felület-felület többszörös metszésével állítottam elő, ehhez megalkottam egy számítási modellt. A felület metszeteit egy kezdetiérték feladat megoldásaként határoztam meg, a kapott metszeteket ellipszisívvel közelítettem. A szerszámprofil végleges közelítő megoldásához meghatároztam az alámetszési határpontokat. Az alámetszési határpont alatti pontokra szakaszonként illesztett interpoláló *Bezier* görbékkel, az a fölötti pontokra közelítő ellipszisívvel előállítottam a szerszámprofilot. A normálmetszetben szimmetrikus anyaprofil miatt az eljárást tovább egyszerűsítettem, meghatároztam a közelítő profil eltérését. Körívprofilú korongszabályozó készüléket feltételezve megvizsgáltam a közelítő körívprofil előállításának lehetséges módjait figyelembe véve a golyósorsó kapcsolószögeit a gyártási tűréseknek megfelelően.

Tervezésinformatikai eszközöket felhasználva előállítottam a származtatott szerszámprofil felület- és szilárdtestmodellek alkalmazásával, a kapott eredményeket összehasonlítottam a numerikus módszerrel meghatározott megoldással, megvizsgáltam a két eljárással előállított szerszámprofilok közötti eltéréseket.

További fejlesztési lehetőség lehet az alámetszési határpont pontosabb meghatározásának vizsgálata. Az alámetszési határpont fölötti pontokra illesztett ellipszisív helyett szakaszonként meghatározott csatlakozó ellipszisívek előállítása. Próbaköszörülések, mérések ismeretében az előállított szerszámprofil jóságának vizsgálata, adott esetben más típusú görbe illesztése a származtatással meghatározott profilpontokra (pl. különböző típusú *szplájn*, *NURBS* görbék).

7. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

Az értekezésem új tudományos eredményeit az alábbi tézisekben foglalom össze.

T.1. A *Tajnafői-féle* származtatáselméletből kiindulva megalkottam egy a golyósanyák köszörülésének leírására alkalmas matematikai modellt. A tengelyszimmetrikus származtatott felület profilpontjait a származtató felület és a szerszám szimmetriasíkjának diszkrét szögelfordulásakor előállított felület-felület metszeteiből állítottam elő, ahol a profilpontokat az egyes metszeti görbék metszéspontjai és a metszeti görbék kitüntetett pontjai definiálják. Megállapítottam, hogy az előállított modell jól használható olyan megmunkálási feladatokra, ahol a kapcsolódó felületpárok egyike a megmunkálás során folyamatos forgó főmozgást végez [K-5], [K-7], [K-8], [P-6].

T.2. Meghatároztam a golyósanyák menetfelülete és a köszörűszerszám érintkezésekor kialakuló térbeli geometriai paramétereket hengeres és kúpos szerszámszárakra. Ezek alapján kollíziós számításokat végeztem a szerszámszár-munkadarab ütközésének meghatározására. A számítással kapott eredményeket elemezve meghatároztam egy előre definiált hiba mellett a numerikus eljárások iterációinak számát. Előállítottam az iterációs eljárások kezdeti értékeinek számításához szükséges egyenleteket [P-3].

T.3. A matematikai modellnek megfelelően felírtam a golyósanya belső menetes felületének és a szerszám szimmetriasíkjának paraméteres egyenleteit. Az egyenleteket felhasználva a numerikus kontinuitási módszerből kiindulva előállítottam a származtató felület és a szerszámsík metszeteit. A metszeti görbék ismeretében definiáltam a szerszámprofil szükséges pontjait. Meghatároztam az alámetszési határpontot, a végleges közelítő szerszámprofil az alámetszési határpont alatt szakaszonként illesztett *Bezier* görbékkel, az alámetszési határpont fölött ellipszisívvel írtam le [K-5], [K-7], [K-8], [P-7].

T.4. Körprofilú szerszámszabályozó készülékeknél a profil előállítás változatait elemezve a *legkisebb négyzetek módszerét* alkalmazva meghatároztam az alámetszési határpont fölötti profilpontokat közelítő körívek paramétereit. A tőrésmező és a kapcsolószög ismeretében felírtam a három pontra illesztett körívek jellemző geometriai tulajdonságait. Megállapítottam, hogy a legkisebb négyzetek módszerével előállított approximációs körívprofilok kedvezőbb megoldást adnak a három pontra illesztett köríveknél [P-6].

T.5. A numerikus származtatást felhasználva megalkottam egy automatizált számítógépes eljárást – továbbiakban *CAD eljárás* – a szerszámprofil meghatározásához. A szerszámprofilokat szilárdtest- és felületmodellező technikákkal is meghatároztam. Összehasonlítottam a numerikus és a *CAD* eljárással előállított különböző méretű golyósanyákra érvényes szerszámprofilokat. Megvizsgáltam a két módszerrel előállított eredmények közötti eltéréseket. Megállapítottam, hogy mindkét módszer alkalmas a szerszámprofil meghatározására, továbbá a numerikus eljárás kedvezőbb az eredmény pontosságát és annak számítási időigényét tekintve [K-4], [P-5].

SUMMARY

The dissertation analyses the application of derivation theory and the generation of its numerical solution on the ball nut of ball screw transmission mechanism. The model of *Tajnaľi* derivation theory was developed and applied to ball nut for the sake of the cause formulated achievements in the aim of dissertation.

To determine the tilt angle of grinding wheel, which the profile distortion is most sensitive about the *Broyden* and *Newton-Raphson* numerical algorithm was applied. Equations for the determination of required initial values for the process were developed on cylindrical and conical quill. In the course of comparing both procedures it was established that the *Newton-Raphson* algorithm takes into account the computation cost in a better way.

Required equations were described for the computation of wrap angle; the values of the wrap angle were determined on different ballnut sizes by the aim of equations according to initial diameter of grinding wheel and proper dimensions of quill.

Numerical determination of the tool profile was generated by multiple surface-surface intersections according to *Tajnaľi* derivation theory. In order to achieve it a computational model was developed. The surface intersections were determined by the solution of an initial value problem and curve was approximated by the set of ellipse arcs. Undercutting term was defined for the final approximating solution of tool profile. The final approximating tool profile was defined by piecewise interpolating *Bezier* curves under, and approximating ellipse arc beyond the undercutting limit point. The algorithm was simplified further due to symmetry of the profile normal section difference of the approximating profile was determined. Possible methods of generation of approximating arc profile were analysed assuming arc profile form dressing equipment according to the ballscrew contact angle and the manufacturing tolerance.

The tool profile was generated by solid- and surface modelling applying design informatics tools. The computed results were compared with the solutions of numerical algorithm, differences between the results generated by the two methods were also analysed.

Further developing would be the analysis for investigating a more accurate undercutting term. Generating of piecewise conjugate ellipse arc instead of approximating ellipse arc beyond the undercutting limit point. Analysing of reliability of generated tool profile in the experiences of testing and measurements, otherwise fitting of different type of curve to the generated profile points (for example different type of *splines*, *NURBS* curves).

NEW SCIENTIFIC RESULTS

T.1. A mathematical model has been developed which is adapted for the description of ballnut grinding based on the *Tajnafoi* derivation theory. The profile points of rotational symmetry derived surface were generated from the surface-surface intersections of the generating surface and the median plane of the tool in discrete angle positions, where the profile points were defined by intersection points of the adjacent intersection curves and by marked points of the intersection curves. It has been pointed out that the developed model is capable of modelling such a manufacturing process where one of the conjugated surface pairs performs continuous rotational motion during manufacturing [K-5], [K-7], [K-8], [P-6].

T.2. In the followings the evolving spatial geometrical parameters for cylindrical and conical quill on contact of thread surface of ballnuts and grinding tool have been determined. Furthermore calculations for the determination of toolholder-workpiece collision on the basis of these parameters have been performed. On the basis of the calculated results the iteration number of numerical algorithm by a predefined error has been established and the required equations for the calculations of initial values of iterative algorithms have been set up [P-3].

T.3. According to the mathematical model, the implicit equations of the inner thread surface of ballnut and the tool median plane have been established. Applying the implicit equations, the intersections of generated surface and the tool median plane on the basis of the numerical continuity method have been determined. In knowledge of the intersection curves, the essential profile points of the tool have been determined. Then the undercutting term was investigated; the final approximating tool profile was defined by piecewise interpolating *Bezier* curves under, and ellipse arc beyond the undercutting limit point [K-5], [K-7], [K-8], [P-7].

T.4. The approximating arcs' were investigated. By analysing the methods of profile dressing on arc profile form dressing and applying the *linear least squares method*, the approximating arcs' parameters of the profile points beyond the undercutting limit point have been determined. The proper geometrical parameters of profile arcs fitted through three points have been described in knowledge of the tolerance and contact angle. It has

been pointed out that the generated approximating profile arcs give better results by linear least squares method than arcs fitted through three points [P-6].

T.5. An automated computer algorithm has been developed– henceforth *CAD algorithm* – for determination of the tool profile based on the numerical derivation. Tool profiles were generated by solid- and surface modelling techniques. Tool profiles generated by numerical and *CAD* algorithm have been compared on different ballnut sizes. Differences between the results generated by the two methods have been analysed. It has been pointed out that both methods are capable for determination of the tool profiles and the numerical algorithm is better according to accuracy of the result and its computation time [K-4], [P-5].

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Eugene L. Allgower, Kurt Georg: *Introduction to Numerical Continuation Methods*, SIAM, 1987
- [2] N. Sz. BahValov: *A gépi matematika numerikus módszerei – Analízis, algebra, optimalizálás, közönséges differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977
- [3] Bányai K.: *Új típusú spiroid hajtások gyártásgeometriája, elemzése*, PhD értekezés, Miskolci Egyetem, 2007
- [4] Bercsey, T.: *Csigahajtópárok kapcsolódási viszonyainak számítógépes szimulációja és optimalizálása*, MicroCAD '90, Miskolc, 1990
- [5] Bercsey, T.: *Globoid csiga és sík fogfelületű hengeres kerék kapcsolódási viszonyainak vizsgálata*, Egyetemi doktori értekezés, Budapest, 1971
- [6] Bercsey, T.: *Toroidhajtások elmélete*, Kandidátusi értekezés, Budapest, 1977
- [7] Bercsey, T.; Horák, P.: *A new tribological model of worm gear teeth contact*, ASME 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 147–152
- [8] Bercsey, T.; Horák, P.: *Error analysis of worm gear pairs*, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission 16–18. 03. 1999. CNIT–PARIS
- [9] Bercsey, T.; Groma I.: *Csavarfelületek geometriai hibáinak modellezése*, Géptervezők és Termékfejlesztők Országos Szemináriumának kiadványa, Miskolc, 2006/8–9 1. kötet LVII évfolyam 57–60
- [10] Biermann, D.; Joliet, R.; Michelitsch, T.: *Fast Distance Computation between Cylinders for the Design of Mold Temperature Control Systems*, Reihe CI–259/08, SFB 531, Universität Dortmund, 2008

-
- [11] C. Braccesi, L. Landi: *A general elastic–plastic approach to impact analysis for stress state limit evaluation in ball screw bearings return system*, International Journal of Impact Engineering 34 (2007), 1272–1285
- [12] J. Canny, D. Manocha: *A new approach for surface intersection*, Proceeding SMA '91 Proceedings of the first ACM symposium on Solid modeling foundations and CAD/CAM applications, 209–219
- [13] C.L. Chen, M.J. Jang, K. C. Lin: *Modelling and high–precision control of a ball–screw–driven stage*, Precision Engineering 28 (2004), 483–495
- [14] J. S. Chen, I. C. Dwang: *A ballscrew drive mechanism with piezo–electric nut for preload and motion control*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 40 (2000), 513–526
- [15] T. Y. Chen, P.H. Hou, J. Y. Chiu: *Measurement of the ballscrew contact angle by using the photoelastic effect and image processing*, Optics and Lasers in Engineering, 38 (2002), 87–95
- [16] N. Chernov: *Circular and linear regression: Fitting circles and lines by least squares*, Monographs on Statistics and Applied Probability, Volume 117
- [17] N. Chernov, C. Lesort: *Least squares fitting of circles*, Journal of Mathematical Imaging and Vision, 23 (2005), 239–251.
- [18] N. Chernov, A. Al-Sharadqah: *Error analysis for circle fitting algorithms*, Electronic Journal of Statistics, 3 (2009), 886–911.
- [19] Dabringhaus G. H.: *Internal ball recirculating mechanism for recirculating ball screw and nut assembly*, US, 19.05.1970
- [20] A. Dequidt, J.–M. Castelain, E. Valdés: *Mechanical pre–design of high performance motion servomechanisms*, Mechanism and Machine Theory, 35 (2000), 1047–1063
- [21] S. G. Dhande, S. P. Karunakaran, B. K. Misra: *Geometric modelling of manufacturing processes using symbolic and computational conjugate geometry*, Transactions of the ASME 117 (1995), 288–296
- [22] S. G. Dhande, K. P. Karunakaran: *Symbolic and computational conjugate geometry of a generic cutter and machine tool assembly*, Journal of Design and Manufacturing 4 (1994), 167–186
- [23] Drobni, J.: *Az ívelt profilú hengeres csigahajtások számítása*, NME Gépelemek Tan-székének Közleményei, 194. szám 1968

- [24] Drobni, J.: *Köszörülhető globoid csigahajtások*, Kandidátusi értekezés, Budapest, 1968
- [25] Drobni, J.; Szarka, Z.: *A korlátozott fogérintkezési mező kialakítása különféle csigahajtásoknál*, II. Fogaskerék Konferencia, Budapest, 1969. Formation of restricted tooth contact region in case of different worm drives, 2nd Conference on Gears, Budapest, 1969
- [26] Dudás, I.: *Ívelt profilú csigahajtások szerszámozásának és gyártásának fejlesztése*, Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1980
- [27] Dudás, I.; Dudás, L.: *CAD/CAM system for geometrically exact manufacturing of helicoid surfaces*, ICED 90 Dubrovnik, Proceedings of ICED'90 Vol.4. 28–31. 08. 1990, 1839–1846
- [28] Dudás, I.: *Csavarfelületek gyártásának elmélete*, Akadémiai doktori disszertáció, Miskolc, 1991
- [29] Dudás, I.: *Manufacturing of Helicoid Surfaces in CAD/CAM Systems*, International Conference On Motion and Power Transmission, MPT '91, Hiroshima, November 23–26, 339–344
- [30] Dudás, I.: *The Theory and Practice of Worm Gear Drives*, Kogan Page US., USA, 2004
- [31] Dudás, L.: *Kapcsolódó felületpárok gyártásgeometriai feladatainak megoldása az elérés modell alapján*, Kandidátusi értekezés, Budapest, TMB, 1991, 144p.
- [32] Dudás, L.: *New possibilities in Computer Aided Design of Gear Mesh*, Publ. Univ. of Miskolc, Series C, Mechanical Engineering. Vol. 49. (1999) pp. 39–47
- [33] Dudás, L.: *New way for the innovation of gear types*, *Engineering the Future*, Chapt. 6. Sciyo, Croatia, 2010, ISBN 978–953–307–210–4 pp.111–140
- [34] Eschenbacher R., Steinbrenner H., Warner Electric Brake & Clutch: *Ball screw mechanism with improved ball guide*, 30925372, US, 11.06.1974
- [35] K. F. Ehmann: *Grinding wheel profile definition for the manufacture of drill flutes*, Annals of the CIRP 39 (1) (1990), 153–156
- [36] Galántai A., Jeney A.: *Numerikus módszerek*, Miskolci Egyetemi Kiadó, 2002
- [37] W. Gander, G. H. Golub, R. Strebler: *Least-squares fitting of circles and ellipses*, BIT Numerical Mathematics, 1994, Volume 34, Number 4, 558–578

- [38] W. Gander, G. H. Golub, R. Strelbel: *Fitting of Circles and Ellipses Least Squares Solution*, Department Informatik, ETH Zürich, 1994
- [39] A. Gálvez, J. Puig-Pey and A. Iglesias: *A Differential Method for Parametric Surface Intersection*, Lecture Notes in Computer Science, 2004, Volume 3044/2004, 651–660
- [40] Goad A.–Rotax Ltd.: *Ball screw and nut mechanism*, US, 25.05.1971
- [41] H. I. Gohman: *Theory of Gearing Generalized and Developed Analytically*, Odessza, 1886
- [42] D. S. Guevarra, A. Kyusojin, H. Isobe, Y. Kaneko: *Development of a new lapping method for high precision ball screw (1st report)–feasibility study of a prototyped lapping tool for automatic lapping process*, Precision Engineering Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 25 (2001), 63–69
- [43] D. S. Guevarra, A. Kyusojin, H. Isobe, Y. Kaneko: *Development of a new lapping method for high precision ball screw (2nd report) Design and experimental study of an automatic lapping machine with in-process torque monitoring system*, Precision Engineering Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 26 (2002), 389–395
- [44] R. Hal, J. Flusser: *Numerically stable direct least squares fitting of ellipses*, The Sixth International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization (1998), Volume 21, Issue 5, 125–132
- [45] K. Hauser, H., Steinenbronn: *Eljárás golyóterelő szerkezet előállítására golyósorsó anyájához, továbbá golyósorsóhoz*, HU, 1990.04.26, Lajstromszám: 207384B
- [46] Harada H., Kagiwada T.: *Method for ball screw generation without form-dressing*, Mechanical systems machine elements and manufacturing, JSME Int J Ser C (1996), 39(4), 871–877
- [47] Harada H, Kagiwada T, Uraike T.: *Method for ball–nut generation without form dressing*, Trans JSME Ser C (1999), 65 (639), 4521–4526
- [48] Harada H, Kagiwada T, Imada R, Iida S.: *Computer-aided female screw grinding without form dressing*, Trans JSME Ser C (1999), 65 (635), 2933–2939
- [49] Harada H., Kagiwada T.: *Grinding of high-lead and gothic-arc profile ball-nuts with free quill-inclination*, Precision Engineering 28 (2004), 143–151

- [50] J.-F. Hsieh, P.D. Lin: *Production of multified drills on six-axis CNC tool-grinding machine*, International Journal of Machine Tools and Manufacture 43 (11), (2003) 1117–1127
- [51] S. C. Huang: *Analysis of a model to forecast thermal deformation of ball screw feed drive systems*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 35 (8) (1995), 1099–1104
- [52] J. P. Hung, J. S. S. Wu, J. Y. Chiu: *Impact failure analysis of re-circulating mechanism in ball screw*, Engineering Failure Analysis, 11 (4) (2004), 561–573
- [53] V. Ivanov, G. Nankov, V. Kirov: *CAD orientated mathematical model for determination of profile helical surfaces*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 38 (8) (1998), 1001–1015
- [54] V. Ivanov, G. Nankov: *Profiling of rotation tools for forming of helical surfaces*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 38 (9) (1998), 1125–1148
- [55] S. Kaldor, A. M. Rafael, D. Messenger: *On the CAD of profiles for cutters and helical flutes—geometrical aspects*, Annals of the CIRP 37 (1) (1988) 53–56
- [56] S. K. Kang, K. F. Ehmann, C. Lin: *A CAD approach to helical groove machining—I. mathematical model and model solution*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 36 (1) (1996), 141–153
- [57] S. K. Kang, K. F. Ehmann, C. Lin: *A CAD approach to helical groove machining. Part 2: Numerical evaluation and sensitivity analysis*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 37 (1) (1997), 101–117
- [58] Ketchel, J. and Larochelle, P.: *Collision Detection of Cylindrical Rigid Bodies Using Line Geometry*, Proceedings of the 2005 ASME International Design Engineering Technical Conferences, 2005, DETC2005–84699.
- [59] S. K. Kim, D. W. Cho: *Real-time estimation of temperature distribution in a ball-screw system*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 37 (4) (1997), 451–464
- [60] Kosinski J. W, Scully Jones And Company: *Ball screw mechanism*, 37544664, US, 31.01.1967
- [61] S. Krishnan, D. Manocha: *An efficient surface intersection algorithm based on the lower dimensional formulation*, ACM Transactions on Graphics, Vol. 16, No. 1, January (1997), 76–106

- [62] J. N. Lee: *Tool path generation method for multi-axis machining of helical milling cutter with specific cross-section profile*, Journal of Mechanical Science and Technology 21 (2007) 1644–1650
- [63] K.–Y. Lee, D.–Y. Cho, T.–W. Kim: *A tracing algorithm for surface-surface intersections on surface boundaries*, Journal of Computer Science and Technology Volume 17, Number 6, 843–850
- [64] Lévai, I.: *Kitérő tengelyek közt változó mozgásátvitelt megvalósító – egyenesélű szer számmal lefejtető-fogazott kerekek*, Kandidátusi értekezés, Budapest, 1966
- [65] Lévai I.: *Hipoidhajtások tervezésének alapjai*, Egyetemi Kiadvány, 1994
- [66] Litvin, F. L., De Donno, M.: *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Gear Research Laboratory, Department of Mechanical Engineering, University of Illinois at Chicago, IL 60607–7022, USA, 1997
- [67] Litvin, F. L.: *Development of Gear Technology and Theory of Gearing*, NASA Reference Publication 1406, Chicago, 1998.
- [68] Litvin, F. L.: *A fogaskerékkapcsolás elmélete*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972
- [69] Litvin, F. L.: *Gear geometry and applied theory*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, NJ., 1994
- [70] Litvin, F. L.: *Theory of Gearing*, NASA Reference Publication 1212, 1989
- [71] Litvin, F. L. – Kim, D. H.: *Computerized Design, Generation and Simulation of Meshing of Modified Involute Spur Gear With Localized Bearing Contact and Reduced Level of Transmission Errors*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 119 (1997), 96–100
- [72] Litvin, F. L. – Kin, V.: *Computerized Simulation of Meshing and Bearing Contact for Single-Enveloping Worm-Gear Drives*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. 114 (1992), 313–316
- [73] Litvin, F. L. – Seol, I. H.: *Computerized Determination of GearTooth Surface as Envelope to Two Parameter Family of Surfaces*, Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 138 (1996), 213–225
- [74] Litvin, F.L., Wang, A., Handschuh, R.F.: *Computerized Design and Analysis of Face-Milled, Uniform Tooth Height Spiral Bevel Gear Drives*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 118 (1996), 573–579

- [75] Litvin, F. L.: *Application of Finite Element Analysis for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 118 (1996), 561–567
- [76] Livin, F. L., Chen, J. S., Seol, I. H., Kim, D., Lu, J., Zhao, X., Egelja, A., Wang, A. G., Handschuh, R. F.: *Computerized Design and Generation of Gear Drives with a Localized Bearing Contact and Low Level of Transmission Errors*, International Conference on Gears, 22–24 April 1996, Dresden, 63–82
- [77] J. Y. Liu, S. L. Chang: *Design of hob cutters for generating helical cutting tools with multi-cutting angles*, International Journal of Machine tools and Manufacture 43 (2003) 1185–1195
- [78] G. J. Maeda, K. Sato: *Practical control method for ultra-precision positioning using a ballscrew mechanism*, Precision Engineering 32 (2008) 309–318
- [79] Magyar J.: *Csavarfelületű elemek kapcsolódása*, Budapest, 1958, Kandidátusi értekezés
- [80] V. M. Makarov, K. A. Chernyshov: *Shaping a Toothed Surface by Means of an Abrasive Wheel*, Russian Engineering Research 28 (10), (2008), 994–997
- [81] V. M. Makarov, A. S. Kosterin: *Simulation of the Working Surface of a Grinding Wheel in Complex Gear Cutting*, Russian Engineering Research 28 (10), (2008), 1125–1128
- [82] J. H. Mathews, K. D. Fink: *Numerical Methods Using MATLAB (Third Edition)*, Prentice Hall, 1999
- [83] X. Mei, M. Tsutsumi, T. Tao, N. Sun: *Study on the load distribution of ball screws with errors*, Mechanism and Machine Theory, 38 (11) (2003), 1257–1269
- [84] L. V. Mohan, M. S. Shunmugam: *CAD approach for simulation of generation machining and identification of contact lines*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44 (7–8) (2004), 717–723
- [85] T. Olivier: *Théorie géométrique des engrenages*, Párizs, 1842
- [86] Óváriné Balajti Zs.: *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése*, PhD értekezés, Miskolci Egyetem, 2007

- [87] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery: *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Second Edition*, Cambridge University Press, 1992
- [88] M. Pílu, A. Fitzgibbon, R. Fisher: *Ellipse-specific Direct least-square Fitting*, IEEE International Conference on Image Processing, Lausanne, September 1996
- [89] S. P. Radzevich: *Determining the Shape of Working Teeth Surfaces in Disk Shavers for the Manufacture of Precision Gears*, Russian Engineering Research 29 (2), (2009), 205–209
- [90] A. Ralston: *Bevezetés a numerikus analízisbe*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969
- [91] Chaman L. Sabharwal: *A fast implementation of surface/surface intersection algorithm*, Proceeding SAC '94 Proceedings of the 1994 ACM symposium on Applied Computing, 333–337
- [92] P. J. Schneider, D. H. Eberly: *Geometric Tools for Computer Graphics*, The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics and Geometric Modeling, 2003 by Elsevier Science (USA)
- [93] D.S. Sheth, S. Malkin: *CAD/CAM for geometry and process analysis of helical groove machining*, Annals of the CIRP 39 (1) (1990) 129–132
- [94] O. Soichiro – Tsubaki Nakashima Co. Ltd.: *Ball screw with alternately disposed steel balls and ceramic balls*, 91829101, US, 31.12.2002
- [95] Strommer Gyula: *Geometria*, Nemzetközi Tankönyvkiadó, 1988
- [96] Szeniczai L.: *Csigahajtóművek*, Budapest, 1957, Műszaki Könyvkiadó
- [97] Tajnafői J.: *Szerszámgépek mozgásleképező tulajdonságainak elvei és néhány alkalmazása*, Kandidátusi értekezés, Kézirat, Miskolc, 1965
- [98] Tajnafői J.: *Mechanizmusok származtatáselméletének alapjai és hatása a kreatív gondolkodásra. (Diszkrét és végtelen megoldáshalmazok szemléletére és a funkcióösszevonás elveire épülő tervezési módszerek.)*, Doktori értekezés, Miskolc, 1991
- [99] Hakan Tiftikci: *Applications of Numerical Continuation, ODE-IVP Approach, Application Demonstration*, Application Center, Maplesoft, www.maplesoft.com
- [100] M. Yang, J. Park: *Analysis of setting errors in precision ballscrew machining and the automatic adjustable center*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 38 (8) (1998), 965–979

- [101] D. Z. Xiao, K. B. Li, Z. Q. Wang, D. M. Liu: *Computer aided design software package for conjugate helical surfaces*, Journal of Materials Processing Technology, 61 (1–2) (1996), 72–77
- [102] D.C. Xiao, C. Lee: *A contact point method for the design of form cutters for helical gears*, Journal of Engineering for Industry 116 (1994) 387–391
- [103] H. T. Yau, J. J. Yan: *Adaptive sliding mode control of a high–precision ball–screw–driven stage*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 10 (3) 2009, 1480–1489
- [104] Wysong P. V. – Schrillo Co.: *Recirculating ball screw*, US, 06.06.1972, Patent No.: 3667311
- [105] M. F. Zaeh, Th. Oertli: *Finite Element Modelling of Ball Screw Feed Drive Systems*, CIRP Annals–Manufacturing Technology, 53 (1) (2004), 289–292
- [106] D. Vranek: *Fast and accurate circle–circle and circle–line 3D distance computation*, Journal of Graphics Tools, 7(1) (2002), 23–32
- [107] S. T. Wu, L. N. Andrade: *Marching along a regular surface/surface intersection with circular steps*, Computer Aided Geometric Design Volume 16, Issue 4, 12 May 1999, Pages 249–268

A DISSZERTÁCIÓHOZ KAPCSOLÓDÓ JELENTŐSEBB PUBLIKÁCIÓK

Konferencia és egyéb előadások

Idegen nyelvű

- [E-1] Gy. Hegedűs, Gy. Takács: *Issues of the orientation of return guide in ballscrews*, MicroCAD 2003, International Scientific Conference 6–7. March 2003, Miskolc, Section K: Machine and structure design
- [E-2] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Ball screw recirculating part analysis, IV*. International Conference of PhD Students University of Miskolc, 14. August 2003, Section D2: Engineering Science
- [E-3] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Determination of Tool Profile for Ballnut Grinding by Numerical Methods*, 13th International Conference on Tools, ICT 2012, 27-28 March, 2012, Miskolc, Hungary
- [E-4] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Determination of Tool Profile for Ballnut Grinding by Surface-Surface Intersections*, XXVI. MicroCAD International Scientific Conference, University of Miskolc, 29-30 March, 2012, L1 section: Production Engineering and Manufacturing Systems

Magyar nyelvű

- [E-5] Hegedűs Gy., Takács Gy.: *Golyós–menetes hajtások számítógépes geometriai analízise*, Géptervezők és Termékfejlesztők XVIII. Országos Szemináriuma, Gép és terméktervezés szekció, Miskolc, 2002. november 7–8.
- [E-6] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Az axiális tájolás és hibaelemzése golyósorsóknál*, XI. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2003, 2003. május 10., Minőségbiztosítás és környezetvédelem, közlekedéstechnika szekció
- [E-7] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Golyósorsó visszavezető tag vizsgálata*, A Szerszámgépek Tanszéke 40 éves jubileuma alkalmából rendezett szakmai szimpózium, 2003. október 17.

- [E-8] Hegedűs Gy.: *Váltópályák közelítése numerikus módszerekkel*, Doktoranduszok Fóruma, Gépek és szerkezetek tervezése szekció, Miskolci Egyetem, 2003. november 6.
- [E-9] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Váltópálya vizsgálata golyósorsó esetén*, XII. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2004, 2004. április 24., Általános gépészet II. szekció
- [E-10] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Golyós–menetes hajtások pontosságnövelésének kérdései*, A MeAKKK II. Szemináriuma, Miskolci Egyetem, 2005. február 25.
- [E-11] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Golyósanya köszörűkorong–profil meghatározása CAD alkalmazással az alakítási mechanizmus alapján*, XIII. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2005, 2005. április 30., CAD szekció
- [E-12] Hegedűs Gy.: *Golyósanya belső menetes felületének megmunkálására alkalmas szerszámprofil meghatározása CAD alkalmazással*, 2011. április 8., GTE Gyártási Rendszerek Szakosztályi ülés, Miskolci Egyetem
- [E-13] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Szerszám-befogó-munkadarab ütközésvizsgálata golyósanya köszörülésekor*, Géptervezők és Termékfejlesztők XXVII. Szemináriuma, Miskolc, 2011. november 10-11.
- [E-14] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *A származtatáselmélet alkalmazása és a numerikus megoldás előállítása golyós menetes mozgás-átalakító mechanizmusoknál*, Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Gépszerkezeti Tudományos Bizottság – Mechanizmusok Albizottsága előadói ülés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Budapest, 2012. május 9.
- [E-15] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Golyósanya szerszámprofiljának közelítése ellipszisívvel*, Műszaki Tudomány az Észak-Kelet Magyarországi Régióban 2012, 2012. május 10., Szolnoki Főiskola
- [E-16] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *A megmunkálási pontosság hatása a kapcsolószögű golyósorsóknál*, Mechatronikai és Logisztikai Kiválósági Központ Disszeminációs Konferenciája, Miskolc, 2012. május 25.
- [E-17] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Szerszámprofil származtatása CAx alkalmazással*, Mechatronikai és Logisztikai Kiválósági Központ Disszeminációs Konferenciája, Miskolc, 2012. május 25.

- [E-18] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Golyósanya szerszámprofiljának meghatározása hagyományos furatköszörűnél*, Mechatronikai és Logisztikai Kiválósági Központ Disszeminációs Konferenciája, Miskolc, 2012. május 25.
- [E-19] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Gótikus körívprofilú golyósanya szerszámprofiljának közelítése ellipszissel*, Mechatronikai és Logisztikai Kiválósági Központ Disszeminációs Konferenciája, Miskolc, 2012. május 25.

Konferencia kiadványokban megjelent cikkek

Magyar nyelvű lektorált

- [K-1] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Az axiális tájolás és hibaanalízise golyósorsóknál*, XI. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2003, 182–185, (ISBN 973–86097–2–0)
- [K-2] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Váltópálya vizsgálata golyósorsó esetén*, XII. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2004, 124–128, (ISBN 973–86097–9–8)
- [K-3] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Golyós–menetes hajtások pontosságnövelésének kérdései*, Mechatronika, Anyagtudomány, Miskolc, Vol. 1, No. 2 (2005), 131–138, ISSN 1589–827X
- [K-4] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Golyósanya köszörűkorong–profil meghatározása CAD alkalmazással az alakítási mechanizmus alapján*, XIII. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2005, 160–163, (ISBN 973–7840–03–8)
- [K-5] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Szerszámprofil meghatározása numerikus módszerekkel golyósanya-köszörülésnél*, XX. Nemzetközi Gépész Találkozó – OGÉT 2012, 173–176, (ISSN 2068-1267)

Idegen nyelvű lektorált

- [K-6] Gy. Hegedűs, Gy. Takács: *Issues of the orientation of return guide in ballscrews*, MicroCAD 2003, International Scientific Conference 6–7. March 2003, Miskolc, Section K: Machine and structure design, 37–42, (ISBN 963 661 557 8)
- [K-7] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Determination of Tool Profile for Ballnut Grinding by Surface-Surface Intersections*, XXVI. MicroCAD International Scientific Conference, University of Miskolc, 29-30 March, 2012, (ISBN 978-963-661-773-8), CD kiadvány, L1 section: Production Engineering and Manufacturing Systems

- [K-8] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Determination of Tool Profile for Ballnut Grinding by Numerical Methods*, Proceedings of 13th International Conference on Tools, 2012, pp.:221-224., (ISBN 978-963-9988-35-4)

Magyar nyelvű nem lektorált

- [K-9] Hegedűs Gy.: *Váltópályák közelítése numerikus módszerekkel*, Doktoranduszok Fóruma, Gépek és szerkezetek tervezése szekció, Miskolci Egyetem, 2003. november 6., Gépészmérnöki Kar Szekciókiadványa, 96–102,

Idegen nyelvű nem lektorált

- [K-10]Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Ball screw return guide analysis*, IV. International Conference of PhD Students University of Miskolc, Engineering Science II., 89–94, (ISBN 963 661 591)

Lektorált folyóiratban megjelent cikkek

- [P-1] Hegedűs Gy., Takács Gy.: *Golyós–menetes hajtások számítógépes geometriai analízise*, GÉP, LIII. évfolyam, 2002/ 6–7., pp.: 34–37., (ISSN 0016–8572)
- [P-2] Hegedűs Gy., Tajnafői J., Patkó Gy., Takács Gy.: *Visszavezető–tag tájolása golyósorsók esetén*, GÉP, LIV. évfolyam, 2003/3–4., pp.: 13–16., (ISSN 0016–8572)
- [P-3] Hegedűs Gy., Patkó Gy., Takács Gy.: *Szerszámbefogó-munkadarab ütközésvizsgálata golyósanya köszörülésekor*, GÉP, LXII. évfolyam, 2011/9-10, pp.: 72-75., (ISSN 0016-8572)
- [P-4] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *A megmunkálási pontosság hatása a kapcsolószögre golyósorsóknál*, GÉP, LXIII. évfolyam, 2012/3, pp.: 59-62., (ISSN 0016-8572)
- [P-5] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Szerszámprofil származtatása CAxx alkalmazással*, GÉP, LXIII. évfolyam, 2012/3, pp.: 63-66., (ISSN 0016-8572)
- [P-6] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Golyósanya szerszámprofiljának meghatározása hagyományos furatköszörűnél*, GÉP, LXIII. évfolyam, 2012/3, pp.: 67-70., (ISSN 0016-8572)
- [P-7] Hegedűs Gy., Takács Gy., Patkó Gy.: *Gótikus körívprofilú golyósanya szerszámprofiljának közelítése ellipszissel*, GÉP, LXIII. évfolyam, 2012/3, pp.: 71-74., (ISSN 0016-8572)