

MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI- ÉS INFORMATIKAI KAR



Csúszva-gördülő felületepárok termo-elasztohidrodinamikusanélméleti vizsgálata p -verziós végelem módszerrel

Ph.D. ÉRTEKEZÉS TÉZISEI

Készítette:

Szávai Szabolcs

okleveles gépészmérnök

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
GÉPEK ÉS SZERKEZETEK TERVEZÉSE TÉMATERÜLET
TERMÉKFEJLESZTÉS ÉS TERVEZÉS TÉMACSOPORT

DOKTORI ISKOLA VEZETŐ:

Dr. Tisza Miklós

A MŰSZAKI TUDOMÁNY DOKTORA

TÉMAVEZETŐ

Dr. Szabó J. Ferenc

a műszaki tudományok kandidátus

Társ-TÉMAVEZETŐ:

Dr. Szota György

a műszaki tudományok kandidátusa

Miskolc, 2011

Szávai Szabolcs

CSÚSZVA-GÖRDÜLŐ FELÜLETPÁROK TERMO-ELASZTOHIDRODINAMIKUS KENÉSELMÉLETI
VIZSGÁLATA *P*-VERZIÓS VÉGESELEM MÓDSZERREL

Ph.D. értekezés tézisei

Miskolc, 2011

BÍRÁLÓ BIZOTTSÁG

Elnök:

Dr. Lévai Imre DSc, professor emeritus

Titkár:

Dr. Kamondi László PhD, egyetemi docens

Tagok:

Dr. habil Eleőd András DSc, egyetemi tanár (BME)

Dr. Horák Péter PhD, egyetemi docens (BME)

Dr. habil Ecsedi István CSc, egyetemi tanár

Hivatalos bírálók:

Dr. Kalmár László PhD, egyetemi docens

Dr. habil Kozma Mihály CSc, egyetemi tanár (BME)

Tartalomjegyzék

1	ELŐZMÉNYEK	5
2	A DOLGOZAT CÉLKITŰZÉSE	6
3	AZ ELVÉGZETT FELADATOK ÉS MEGOLDÁSUK	7
3.1	A FELADAT ÁLTALÁNOS MEGFOGALMAZÁSA	7
3.1.1	<i>Az elasztohidrodinamikai alapegyenletek és peremfeltételek bemutatása</i>	7
3.1.2	<i>A termodinamikai alapegyenletek és peremfeltételek bemutatása</i> 12	
3.2	VÉGESELEM MODELL BEMUTATÁSA.....	14
3.2.1	<i>Az approximációs függvénycsoport és a geometriai leképezés ismertetése</i>	14
3.2.2	<i>Az ismeretlen mezők approximációja</i>	16
3.2.3	<i>Variációs elv kiválasztása</i>	16
3.2.4	<i>A kenéselméleti, a szilárdságtani és a hőtani modellek kapcsolása</i>	17
3.3	AZ ALAPEGYENLETEK.....	18
3.4	A MEGOLDÁS SORÁN FELHASZNÁLT DISZKRETIZÁLT EGYENLETEK.....	19
3.5	AZ ISMERTETETT FELADAT NUMERIKUS MEGOLDÁSÁNAK MÓDSZERE	20
3.6	MINTAFELADATOK	22
4	ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK	22
5	AZ EREDMÉNYEK HASZNOSÍTÁSA, TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK	23
6	AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN MEGJELENT TUDOMÁNYOS PUBLIKÁCIÓK	24
7	FELHASZNÁLT IRODALOM	26

1 Előzmények

A mechanikai érintkezési problémákat először Hertz tárgyalta 1882-ben [1], [2]. Azon problémáknak az elméleti alapjait, amelyeknél az érintkező felületek között kenőanyagfilm található, N. P. Petrov [3], B. Tower [4] és O. Reynolds [5] a XIX. század végén végzett munkája adta meg. A ma Reynolds egyenletként ismert parciális differenciálegyenlet felállítása, csapágyak, tömítések, fogaskerekek, büttykös mechanizmusok komplex vizsgálatára teremtett lehetőséget.

A későbbi kutatások során a kutatók rámutattak arra, hogy a gépelemek csúszva-gördülő kapcsolata során, a működési paraméterek nagymértékben függenek az érintkezés során kialakuló hőmérséklet-eloszlástól is, mivel a kenőanyag jellemzői jelentősen változnak a hőmérséklet függvényében. Gördülőcsapágyak, fogaskerekek, büttykös mechanizmusok működésének elemzése kimutatta, hogy ezeknél, sem az érintkező felületek kontaktnyomás okozta felületi deformációja, sem a kenőanyag jellemzőinek nyomástól való függése nem elhanyagolható. Mindezeket figyelembe véve, Dowson [11] megalkotta az általánosított Reynolds egyenletet, mely a termo-elasztohidrodinamikuss (TEHD vagy TEHL) kenélmélet alapja.

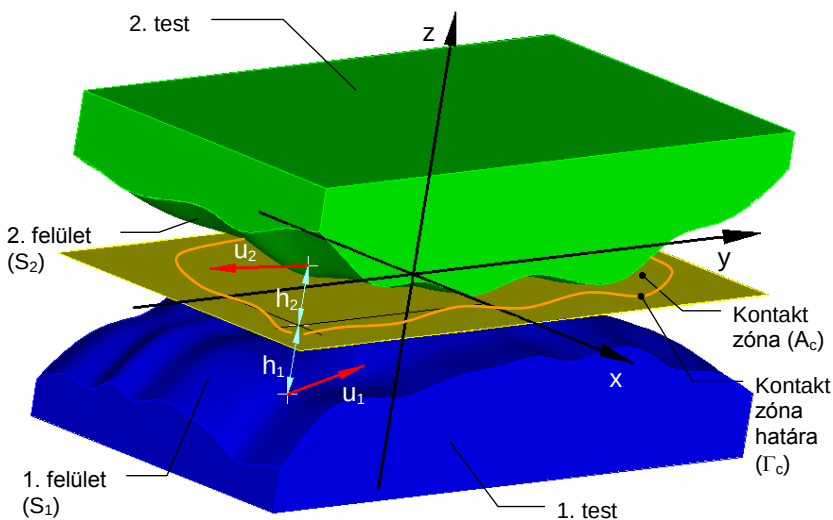
A Reynolds egyenletet azonban néhány egyszerű esettől eltekintve nem lehet zárt alakban megoldani, nem is szólva annak általánosított alakjáról. Így szükségessé váltak a numerikus módszerekre épülő megoldások. Ezek közül napjainkban a legelterjedtebb a Houpert és Hamrock [15] által kifejlesztett "Fast approach scheme" és a "Multitgrid-multilevel" [22] eljárás melyet Lubrecht, Napel és Bosma közölt. Mindkét eljárás az általános Reynolds egyenlet differencia módszeren alapuló megoldására támaszkodik. Ennek következtében a megoldáshoz igen sűrűn fel kell osztani az érintkezési tartományt.

Hatékony megoldási módszerek után kutatva több kutató is a variációs módszerekre épülő végeselem-módszer felé fordult. Ebben az irányban azonban nem következett be átütő siker. Ennek egyik fő oka, hogy a feltételezett érintkezési tartományok általában egyszeresen összefüggő szabályos téglalap alakú területek. A másik fő ok az, hogy a variációs módszer megengedi ugyan a keresett mezők másodnál magasabb fokú polinomokkal való közelítését is, ezt mégsem használták termo-elasztohidrodinamikuss problémák megoldására, mivel az érintkezési tartomány végét a kenőfilm kavitáció hatására való megszűnése jelöli ki és ennek figyelembevételét mindeztáig csak finom felosztásnál tudták megtenni.

A dolgozat elején egy átfogó képet nyújtok a szakterület fejlődéséről a feltárt problémákról és az azokra adott megoldásokról. Bemutatom azokat a pontokat, ahol a továbblépés lehetőségei adóttak és kíváncsok.

2 A dolgozat célkitűzése

A dolgozat alapvető célja, a termo-elasztohidrodinamikusan problémák végelem-módszeren alapuló megoldásának egy olyan lehetséges módjának bemutatása, ahol a nyomás- és hőmérséklet-eloszlás közelítése tetszőleges fokszámú polinomokkal történhet, és a kenőfilm kavitáció hatására való megszűnése a feltételezett kontakttartomány finom felosztása nélkül modellezhető.



2.1. ábra Érintkező testek

Az 2.1. ábra mutatja a folyadéksúrlódás állapotában lévő foltszerűen érintkező felületepárok általánosított esetét. A testek mozgásának következtében a testek közti rést kenőanyag tölti ki, mely mozgásának hatására hidrodinamikai nyomás alakul ki. A kenőanyag mozgását a felületek egymáshoz viszonyított relatív mozgásának hatására a kenőanyagban fellépő csúsztatófeszültség váltja ki. Az érintkező testek kinematikai állapota és egy adott résgeometria mellett, az érintkező felületeken fellépő nyomásmegoszlás képes egyensúlyt tartani a felületeket összeszorító erővel, megakadályozva a test-test kapcsolatot. Adott esetben a felületeket terhelő nyomáseloszlás, illetve a kenőanyagban fellépő csúsztatófeszültségek hatására képződő hődisszipáció okozta lokális vagy globális hőmérsékletnövekedés akkorává válhat, hogy a felületek figyelmen kívül nem hagyható deformációját okozhatja, továbbá kihat a kenőanyag

anyagjellemzőire. Látható tehát, hogy amennyiben termo-elasztohidrodinamikai kenési viszonyok közt kívánjuk modellezni az érintkezés során kialakuló körülményeket egyszerre, kapcsoltan kell megoldanunk hidrodinamikai, termodinamikai és szilárdságtani problémát, melyek már önmagukban is, de a különböző kontinuumok anyagjellemzőinek állapotfüggése miatt is erősen nemlineáris rendszert alkotnak. Azonban a három fő terület alapegyenleteit tekintve jól elkülöníthetők egymástól.

3 Az elvégzett feladatok és megoldásuk

3.1 A feladat általános megfogalmazása

3.1.1 Az elasztohidrodinamikai alapegyenletek és peremfeltételek bemutatása

Általánosított Reynolds egyenlet

A brit O. Reynolds [5] 1886-ban közzétett megoldásával elérte, hogy adott részgeometriánál (adott $h(x,y)$), a térbeli sebességmező és nyomáeloszlás helyett kenésselméleti feladatok megoldásához, elegendő egy résmenti átlagnyomást meghatározni, mely alkalmas a résben lezajló áramlástanai jelenség leírására. 1961-ben Dowson [11] és Higginson megalkotta newtoni kenőanyagokra az általánosított Reynolds egyenletet, melyben figyelembe vették a résmenti hőmérsékletkülönbség okozta viszkozitás és sűrűség változást. Az általánosított nem-newtoni Reynolds egyenletet Najji, Bou-Said és Berthe [25] munkáját követve Wolff és Kubo [34] alkotta meg, azonban, Dowsontól [11] eltérően, figyelmen kívül hagyták a sűrűség esetleges résmenti változását. Ahhoz viszont, hogy a kidolgozásra kerülő módszer a lehető legszélesebb körben legyen alkalmazható a termo-elasztohidrodinamikai feladatok megoldása során, elengedhetetlen az általánosított Reynolds egyenlet olyan alakban történő felírása, mely a szokványos kenőanyagmodellek mindegyikére érvényes és a lehető legkevesebb elhanyagolást tartalmazza.

Az általános Reynolds egyenlet felírása során minden eddiginél általánosabb érvényű megfogalmazásra törekedtem a lamináris áramlással jellemezhető problémák leírására. A felírt egyenlet a Reynolds által bevezetett, illetve a turbulens és az inercia tagokon kívül, egyéb elhanyagolásokat nem tartalmaz. Ennek formális alakja a következő:

$$R(p, \rho, \dot{\rho}, h, \bar{r}, t, \eta, \tau_{eq}, \bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots) = \nabla_{xy} \cdot \bar{\Psi} - \nabla_{xy} \cdot ((\nabla_{xy} p) \Phi) - \Omega = 0 \quad (1)$$

ahol $\Phi = \Phi(\rho, h, \bar{r}, t, \eta, \tau_{eq}, \dots)$, $\bar{\Psi} = \bar{\Psi}(\rho, h, \bar{r}, t, \eta, \tau_{eq}, \bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots)$ és $\Omega = \Omega(\rho, \dot{\rho}, h, \bar{r}, t, W_1, W_2, \dots)$ többek között a ρ sűrűséget, h résméretet, az $\bar{r}$ helyvektort, t időt, η viszkozitást és $\bar{u}_i$ W_i felületi sebességeket, nem Newtoni kenőanyagoknál τ_{eq} egyenértékű csúsztatófeszültséget tartalmazó belső függvények, melyek a Reynolds egyenlet tagjait adják vissza.

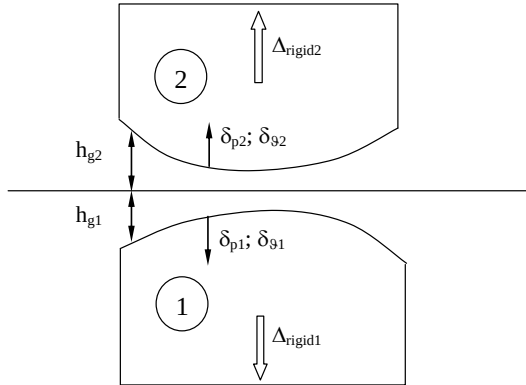
A fenti felírással a Dowson féle viszkozitási-sűrűségi függvények módosított alakjai egyaránt érvényesek lesznek newtoni és nem-newtoni kenőanyag esetén, figyelembe véve mind a viszkozitás, mind a sűrűség és annak deriváltjának résmenti változását. Így a sűrűség és annak deriváltjának résmenti változását is figyelembe vevő levezetett (1) egyenlet eddigi legáltalánosabb alaknak tekinthető, mely egyaránt alkalmazható kvázi-statisztikus és dinamikai feladatok megoldására.

Az érintkező testek megoszló terhelés hatására bekövetkező deformációja

Az alakváltozás meghatározásánál olyan formalizmust követtem, mely nem sérti a megoldás általános jellegét. Így a félvégtelen test deformációja helyett szükség szerint bármely más analitikus és numerikus megoldás alkalmazása lehetséges.

A résméret a felületek terheletlen geometriájából és a kiinduló minimális távolságukból (h_g), a merevtest szerű mozgásukból (Δ_{rigid}), továbbá a felületen megoszló erőrendszer δ_p és a hőmérsékletkülönbség okozta deformációjukból $\delta_{\Delta 9}$ adódik.

A termo-elasztohidrodinamikai feladat jelen tárgyalása szempontjából az érintkezési felületek elmozdulásainak, (továbbiakban deformációinak) meghatározási módja nem központi kérdés. Elegendő feltételeznünk, hogy a résméret változása ($\delta_p(p, x, y)$; $\delta_{\Delta 9}(\vartheta, x, y)$) szakadásmentes az érintkezési tartományon belül, továbbá kölcsönösen egyértelmű függvénye a nyomás és hőmérséklet-eloszlásnak és érvényes a szuperpozíció elve. A ($\delta_p(p, x, y)$; $\delta_{\Delta 9}(\vartheta, x, y)$) függvények meghatározása egyaránt történhet numerikus és analitikus módszerekkel. Az értekezésben tárgyalt feladatokhoz az érintkező testeket a félvégtelen testekként veszem figyelembe, mely elegendő lesz a tézisek igazolására.



3.1. ábra Érintkezés testek közötti rés, nyomás és hőmérséklet okozta deformációk

A kavitáció megjelenítésének módja

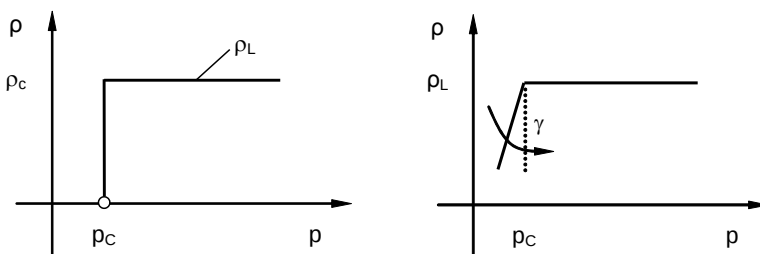
Azokban az érintkezési estekben, ahol a testek közti rést folyadék tölti ki, a kontakt tartomány vagy a felületek geometriája miatt határolódik le, vagy a folyadékfilm felszakadása, kavitációja jelöli ki annak határt. Míg az előbbi eset könnyen leírható, addig a második esetben külön feladatot jelent a kontakttartomány határának leírása, melyet Swift- Stieber [35] peremfeltétel teljesülésének megkövetelése jelöl ki. Ennek megoldására a gyakorta használt modellekben egyszerűen két részre osztották a kontakttartományt, kenési és kavitációs zónára, majd feltételezték, hogy a kavitációs zóna egy adott részét kenőanyag, míg a másik részét gáznemű anyag / kenőanyag gőz tölti ki [9], [14]. A két fázis rés menti arányát a kitöltési paraméterrel jellemezték, tehát végső soron egy olyan homogén áramló közeget tételeztek fel, aminek sűrűsége megegyezett a folyadék és gáz fázisok rés menti átlagsűrűségével. Az előbbiekre alapozott kavitációs algoritmust Elrod és Adams [18], [20] mutatta be először, melyet számos további követett. Azonban az algoritmusok többségében szerepet kap a kétértékű kavitációs index alkalmazása, melyek következtében finom felosztás szükséges.

A napjainkban előretörő módszerek, melyek lehetővé teszik a pontosság növelését és a konvergencia számítását anélkül, hogy a tartomány felosztását lényegesen finomítanánk, az ismeretlen mezők magasabb fokú approximációját alkalmazzák, mely lényegesen kevésbé növeli az ismeretlenek számát, mint a felosztás/háló finomítása [30]. E módszerek alkalmazásának a feltétele azonban az, hogy vagy kezelni tudjuk a kavitációt az osztás elemein belül, vagy a

felosztást kell úgy módosítani, hogy a kavitációs határ az osztás elemeinek határára essék.

Kétségtelen, hogy egzaktabb megoldáshoz jutunk, ha a felosztást módosítjuk [36], [37], azonban ez jelentős nehézségeket okoz, növeli az ismeretlenek számát, és szükségessé teszi az adatok felosztások közti transzformációját, ami információvesztéssel eredményezhet. A feladatok többségében azonban megelégedhetünk a kavitáció kevésbé igényes kezelésével, ugyanis az átlagos nyomásértékek mellett nemcsak a szubkavitációs nyomás hanyagolható el, hanem a kavitációs peremfeltételek teljesülését is elég csak a feladat szempontjából célszerűen megválasztott hibahatáron belül megkövetelni. Ezekben az esetekben, a kavitációs modellezésre kiválóan alkalmas, a kontaktmechanikában széles körben alkalmazott büntető paraméteres megoldás, melyet Wu 1986-ban [23] javasolt először kenésméleti problémákhoz, majd 1996-ban Pahud [32] és Schlijper, Scales és Rycroft 1996 [33] alkalmazott sikeresen hidrodinamikai kenésállapotok modellezése során. Jelentős hátránya a büntető paraméteres technikának, hogy ugyan a nyomást jól kézben tartja, de a kontinuitás sérül a kavitációs határon, ami termodinamikai modellezés során problémát jelent, így e módszer, termo-hidrodinamikai problémák modellezésére ebben a formájában nem alkalmas.

A kavitáció figyelembevételére új módszert dolgoztam ki, melynek alkalmazásával kiküszöbölhető a közismert eljárásokban alkalmazott kétértékű kavitációs index. A módszer a Kumar és Booker [27], [28] által javasolt modell büntetőparaméteres közelítésén alapul. Jelentős előnye, hogy a büntetőparaméter változtatásával kézben tartható a numerikus megoldás oszcillációja. A büntető tag a kitöltési tényezőben jelenik meg a végső differenciálegyenletben és az egyenlet rendezés során szerencsésen elválik az eredeti belső függvényektől. A kavitáció így a teljes numerikus megoldás során nyomon követhetően megjelenik a kitöltési tényezőn belül. A Kumar és Booker modellhez képesti eltérést mutatja az 3.2. ábra. A meredekséget kifejezhetjük egy γ büntető függvény segítségével. A sűrűség annál meredekebben esik a nyomás csökkenésével, minél nagyobb a büntetés mértéke.



3.2. ábra Sűrűség kezelése büntetőparaméteres technikával

Az előbb vázolt kritériumokat megvalósíthatjuk, ha a következő formában alkalmazzuk a büntetést a sűrűsége nézve:

$$\rho^* = \frac{\rho_L(p, \vartheta)}{\gamma(p) \cdot (p_c - p) + 1} \quad (2)$$

$$\gamma(p) = \begin{cases} 0, & p > p_c \\ c, & p \leq p_c \end{cases} \quad (3)$$

ahol $\gamma(p)$ a büntetőfüggvény, p a nyomás, p_c a kavitációs nyomás, a ρ_L a folyadék sűrűsége, mely függhet a nyomástól és a ϑ hőmérséklettől, ρ^* a kavitációt is figyelembe vevő sűrűség. Így egy *teljesen új büntetőparaméteres modellt* kapunk a kavitáció kezelésére, melyben a γ büntetőfüggvény c paraméterének növelésével egyre jobban megközelíthető a sűrűség-nyomás kapcsolatának Kumar és Booker féle leírása. Ugyanakkor észre kell vennünk, hogy mivel a sűrűség a kavitációs zónában is a nyomás függvénye, így az egész tartományon a nyomásmezőt kell meghatározni.

Az itt szereplő ρ^* immár nem csak a kenési zóna, hanem a teljes tartomány egy adott pontjára érvényes sűrűséget jelöli, mely tartalmazza a kavitációs zónában a réskitöltöttség mértékét is.

$$\theta(p) = \frac{\rho^*}{\rho_L} = \frac{1}{\gamma(p)(p_c - p) + 1} \quad (4)$$

Összevetve a kitöltési paraméter fenti formában való kifejezését a nyomás és a sűrűség Elrod-Adams féle kapcsolatával, azaz amennyiben a kavitációs zónában a büntetőparaméter tart a végtelenhez, akkor pontosan az Elrod-Adams megoldást kapjuk meg határértékként.

A viszkozitás tekintetében megtartva Kumar és Booker-féle leírást, a viszkozitás:

$$\eta^* = \eta_L(p, \vartheta) \frac{\rho^*}{\rho_L(p, \vartheta)} = \frac{\eta_L(p, \vartheta)}{\gamma(p)(p_c - p) + 1} = \theta(p) \eta_L(p, \vartheta) \quad (5)$$

ahol η^* a kavitációt is figyelembe vevő viszkozitás, η_L a folyadék viszkozitása. Míg a kavitációs index csak 1 vagy 0 lehet, addig a büntetőfüggvény tetszőleges értéket felvehet, továbbá $p_c \pm \varepsilon$ tartományon belül folyamatosan változhat, lehetővé téve ezzel a numerikus megoldó algoritmusok hatékonyságának növelését és az oszcilláció veszélyének csökkentését. Az ε és c értékének iterációs lépések közti változtatásával (kezdeti gyenge, lassú átmenetű büntetéssel indítva a megoldást), illetve a büntetőparaméter lépésenkénti

változásának korlátozásával befolyásolható a kavitációs peremfeltétel teljesülése, stabilizálható az iterációs megoldások konvergenciája. Ez utóbbi lehetőség különösen előnyös azokban az esetekben, amikor a számítás kezdőértékei messze vannak a megoldástól.

Kenőanyag modell kiválasztása

A viszkozitás nyomás- és hőmérsékletfüggésére vonatkozó első összefüggés 1893-ból Barustól [6] származik, melyet 1963-ban Roelands [13] öntött új alakba. Termo-elasztohidrodinamikai számítások során szinte kivétel nélkül ezeket használják, noha a kísérleti eredményekkel a legjobb egyezést a módosított WLF formula adja, melyet 1991-ben Wolff [29] alkalmazott először termo-elasztohidrodinamikai probléma megoldásához. Ezek mindegyikére igaz, hogy a viszkozitás a nyomás és a hőmérséklet nemlineáris függvénye. A numerikus megoldás során a fenti formulák mindegyike jól alkalmazható, hiszen folytonosak és deriválhatóak mind a nyomás, mind a hőmérséklet szerint. A módosított WLF formula előnye ugyanakkor, hogy a képletben szereplő konstansok fizikai jellemzőkre épülnek, továbbá az első kettőtől eltérően, a módosított WLF szerinti viszkozitás-nyomás függvénynek van maximuma, ami stabilabbá teheti a numerikus számítást. Ezért ezt célszerű használni.

3.1.2 A termodinamikai alapegyenletek és peremfeltételek bemutatása

Kenőanyag energiamérlege

A siklócsapágyazásokra koncentráltan Cope (1949) [7] és Charnes, Osterle és Saibel (1952) [8] munkáiban megjelentek az első hidrodinamikai-termodinamikai kapcsolt vizsgálatok. Dowson és Hudson (1963) [12] az elsők között ismerte fel a hővezetés jelentőségét a film vastagság mentén. A korai munkákat számos további kutatás követte, azonban a kavitáció kezelésére kevesebb figyelem összpontosult. A termodinamikai egyenletek felírása során az irodalomban elfogadott utat követtem azzal a különbséggel, hogy foglalkoztam a kavitáció figyelembevételével. A kavitáció, az áramlástani feladathoz hasonlóan, a kitöltési tényezőn keresztül jelenik meg a termodinamikai egyenletben. A kenésméletben elfogadott közelítéssel számolt disszipációt a kavitációs tartományra az alábbi alakban terjesztjük ki:

$$\Xi^* \approx \theta \Xi_L \quad (6)$$

ahol Ξ_L a kavitáció nélkül a folyadék jellemzőivel meghatározott disszipáció.

A „ c_v ” fajhő fajlagos volta miatt a kavitációs tartományon is érvényes. Ugyanakkor a hővezetési tényező és a viszkozitáshoz hasonlóan, a sűrűség arányában változik, így:

$$\lambda^* = \theta \lambda_L \quad (7)$$

A sűrűség $\rho_L = \rho_c$ közelítőleg állandónak tekinthető a kavitációs zónában. A kenési tartomány felett viszont a kitöltési paraméter értéke $\theta = 1$. Ezek alapján, a kitöltési paraméter segítségével levezetett új hővezetési egyenlet az alábbi:

$$\begin{aligned} \theta \rho_L \left(\frac{\partial(c_v g)}{\partial t} + \nabla(c_v g) \cdot \vec{u} \right) + p \left(-\frac{\partial \rho_L}{\partial t} - \nabla \rho_L \cdot \vec{u} - \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta + \nabla \theta \cdot \vec{u} \right) \rho_c \right) = \\ = \nabla(\theta \lambda_L \cdot \nabla g) + \theta \Xi_L \end{aligned} \quad (8)$$

A termodinamikai feladatban külön elemeztem a kenőanyag belépésénél alkalmazandó peremfeltételt és bemutattam, hogy termo-elasztohidrodinamikai feladatoknál a be és kilépésnél is az adiabatikus peremfeltétel alkalmazása a célszerű. Ehhez hasonló peremfeltétel a korábbi számítások során is megjelent. Ugyanakkor ennek helyességét nem vizsgálták, sem nem indokolták, holott az értekezésben leírtak alapján belátható, hogy pont vagy foltszerű érintkezésnél a be és kilépő keresztmetszet adiabatikus modellje jelenti legmegbízhatóbban a peremfeltételt, így ezekre az esetekre általánosan javasolom az alkalmazását.

A felületeken a megoszló hőforrás hatására kialakuló hőmérséklet-eloszlás

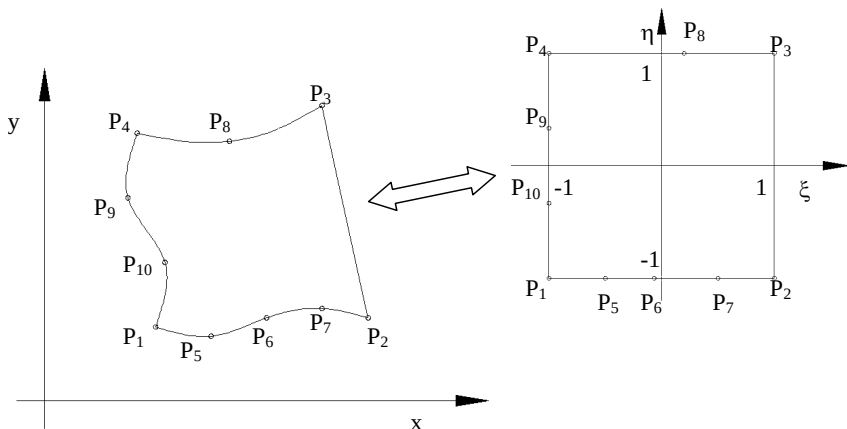
A mozgó felületek hőmérséklete mint peremfeltétel jelenik meg a termodinamikai feladatban, mely azonban a kenőanyagban ébredő disszipációból származó hőforrás hatására alakul ki, mely egy csatolt hővezetési feladatot eredményez. Ennek megoldására alkalmazható a végeselemes gyakorlatban jól ismert alszerkezeti megközelítés, amellyel az érintkező testek hőtani problémáját a kenéselméleti feladat alszerkezeteként kezeljük.

A termo-elasztohidrodinamikai problémák többségénél az érintkező felületeken a mozgó hőforrás hatására kialakuló hőmérséklet meghatározására is gyakorta alkalmazható az érintkező testek félvégtelen testként való modellezése.

3.2 Végelem modell bemutatása

3.2.1 Az approximációs függvénycsoport és a geometriai leképezés ismertetése

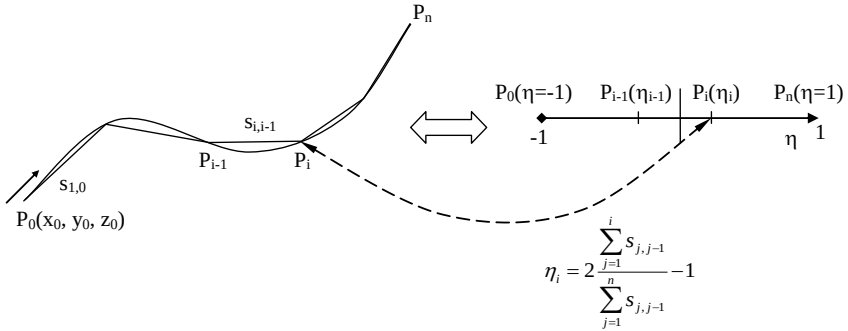
A mezők approximációjához és a geometria leképezéséhez a p -verziós elemeknél alkalmazott Legendre polinomokat alkalmazom, mely lehetőséget teremt az elemszám jelentős csökkentésére [30]. A kontakttartomány leképezésére olyan új módszert javasolok, mellyel a legkülönbözőbb formájú tartományok is sikeresen leképezhetők akkor is, ha az elemek oldalhatárainak parametrikus egyenlete nem, csak diszkrét pontjai ismertek, miközben a leképezés J- Jakobi determinánsa a lehető „legsímább”. Ezért az adott élén a leképezéshez használt szabad változó (pl. az „ η ”) és az ívhossz közti kapcsolatnak lehetőleg lineárisnak kell lennie. Így a numerikus integrálás hibája csökkenthető.



3.3. ábra A görbe peremű elem leképezése az ξ – η síkra.

Ennek érdekében görbét leíró pontokon keresztül vezetett egyenes láncolatot fektethetünk, mely alapján az i -dik ponthoz tartozó „ η ” érték a következők alapján számítható.

Az így leírt geometriai közelítés egyszerűen elvégezhető, csak Legendre függvényekre támaszkodik és kicsi az esélye a szinguláris vagy nonkonform elemek keletkezésének. Az ívhossz és az „ η ” közti kapcsolat nem csak lineáris lehet. Alkalmas megválasztással előállíthatók szinguláris és félvégtelen elemek is. A geometriai közelítés paramétereit a legkisebb négyzetek segítségével határozom meg.



3.4. ábra A leképezésnél használt η kiszámítása

A termodinamikai feladat miatt szükségünk van a z koordináta leképezésére is. Az elemek rés menti élei, oldalai párhuzamosak a z koordinátatengellyel, így a kontaktfelülethez kötött globális koordinátarendszer e_z és az elemhez kötött koordinátarendszer e_ζ egységvektorai egy irányba esnek. Ennek következtében az x és y koordináták nem függvényei a ζ -nak, továbbá z leképezéséhez lineáris alakfüggvények elegendők. Így z ζ -ban lineáris:

$$z(\xi, \eta, \zeta, t) = \sum_k Z^k(t) N_z^k(\xi, \eta, \zeta) = \mathbf{N}_z^T(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{Z}(t) \quad (9)$$

Ahol $\mathbf{N}_z^T$ az $N_z^k(\xi, \eta, \zeta)$ alakfüggvényeket tartalmazó vektor, míg $\mathbf{Z}(t)$ a leképezés, esetenként időfüggő paraméterei.

A feladat megoldás szempontjából célszerű a $i=1,2$ felületek kezdeti geometriáját is a következő alakban, alakfüggvényeken keresztül leírni:

$$h_{g_i}(\xi, \zeta, t) = \sum_j H_{g_i}^j(t) N_{h_g}^j(\xi, \zeta) = \mathbf{N}_{h_g}^T(\xi, \zeta) \mathbf{H}_{g_i}(t) \quad (10)$$

míg a deformációkat is tartalmazó geometria:

$$h_i(\xi, \zeta, t) = \sum_j H_i^j(t) N_h^j(\xi, \zeta) = \mathbf{N}_h^T(\xi, \zeta) \mathbf{H}_i(t) \quad (11)$$

Mivel a résméretet n_h részre osztjuk, célszerű a z és h_i mezőknél ugyanazt az approximációt használni. Így a $\mathbf{Z}$ paraméter az osztásköz és a résméret paramétereinek ismeretében számítható. Tehát ha a résméret mentén több elem felvétele válna szükségessé a termodinamikai feladat megoldásához, külön háló előállítása nem szükséges, az származtatható a résméret approximációjából az osztásköz segítségével.

3.2.2 Az ismeretlen mezők approximációja

Jelen esetben 6 ismeretlen mező; a p nyomás, a ϑ hőmérséklet és a 2 felületi nyomás és hőmérséklet okozta δ_{pi} , $\delta_{\vartheta i}$ ($i=1,2$) elmozdulások, valamint a 2 test $\Delta_{rigi,i}$ ($i=1,2$) merevtest szerű elmozdulásának meghatározására törekszünk. Az ismeretlen nyomást, elmozdulást és hőmérsékleti mezőt alakfüggvények és állandók lineáris kombinációjaként keressük, mely foltyszerű érintkezésnél:

$$p(\xi, \eta, t) = \sum_j P^j(t) N_p^j(\xi, \eta) = \mathbf{N}_p^T(\xi, \eta) \mathbf{P}(t) \quad (12)$$

$$\delta_{p_i}(\xi, \eta, t) = \sum_j H_{\delta_{p_i}}^j(t) N_{h_p}^j(\xi, \eta) = \mathbf{N}_{h_p}^T(\xi, \eta) \mathbf{H}_{\delta_{p_i}}(t) \quad (13)$$

$$\delta_{\vartheta i}(\xi, \eta, t) = \sum_j H_{\delta_{\vartheta i}}^j(t) N_{h_\vartheta}^j(\xi, \eta) = \mathbf{N}_{h_\vartheta}^T(\xi, \eta) \mathbf{H}_{\delta_{\vartheta i}}(t) \quad (14)$$

$$\vartheta(\xi, \eta, \zeta, t) = \sum_j T^j(t) N_\vartheta^j(\xi, \eta, \zeta) = \mathbf{N}_\vartheta^T(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{T}(t) \quad (15)$$

ahol $\mathbf{N}^T$ az $N^k(\xi, \eta, \zeta)$ alakfüggvényeket tartalmazó vektor, míg $\mathbf{H}_\delta(t)$ a nyomás vagy a hőmérséklet okozta alakváltozás, esetenként időfüggő paraméterei valamint $\mathbf{P}(t)$ és $\mathbf{T}(t)$ a nyomás és hőmérsékleteloszlás állandói. A geometria és az elmozdulások leírásánál nem feltétlenül szükséges, de célszerű ugyanazt az alakfüggvény típust használni.

Az i-dik testhez tartozó terhelt helyzeti rész

$$h_i = h_{g_i} + \Delta_{rigid_i} + \delta_{p_i} + \delta_{\Delta\vartheta i} \quad (16)$$

A továbbiakban egyszerűen az alakfüggvény mátrixát $\mathbf{N}_h$ -val jelöljük és mind a geometria és mind az alakváltozások approximációját jelöli.

Az alakváltozás után kialakuló résméret így a következő formában is felírható:

$$\begin{aligned} h &= h_1 + h_2 = [\mathbf{N}_{hg}^T, 1] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{g_1} + \mathbf{H}_{g_2} + \mathbf{H}_{\delta_{p_1}} + \mathbf{H}_{\delta_{p_2}} + \mathbf{H}_{\delta_{\vartheta_1}} + \mathbf{H}_{\delta_{\vartheta_2}} \\ \Delta_{rigid_1} + \Delta_{rigid_2} \end{bmatrix} = \\ &= [\mathbf{N}_{hg}^T, 1] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}_g + \mathbf{H}_{\delta_p} + \mathbf{H}_{\delta_\vartheta} \\ \Delta_{rigid} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_h^T (\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2) = \mathbf{N}_h^T \mathbf{H} \end{aligned} \quad (17)$$

3.2.3 Variációs elv kiválasztása

Eleinte a kutatások a véges differencia módszer használatára koncentráltak [10], [19], [21], [31], [24]. Sajnálatosan ezeknél a módszereknél is megtalálhatók a véges differencia módszer használatából adódó

hátrányok, mint például a nagyszámú pontok szükségessége, a nehéz automatizálhatóság mind a kontaktzóna felosztása, mind a probléma numerikus megoldása tekintetében. Napjainkban vitathatatlan a végeselem-módszer térnyerése a szerkezeti és kapcsolt rendszerek analízise terén. A tribológusok a 60-as években fordultak a végeselem-módszer felé [15], [16]. Az eddig ismert megoldások során a Reynolds egyenlet gyenge integrál alakját úgy foghatták fel, mint egy kvadratikus funkcionál első variációját. Azonban nemlineáris esetekben gyakorta nem található ilyen funkcionál. A dolgozatban a súlyozott maradékok módszerével jutok el a differenciál egyenletek gyenge alakjának felírásához. A végeselem módszer ugyanakkor megengedi a nemlineáris approximációs függvények használatát is, követelményként csak azt szabja meg, hogy az elemen belül folytonosan deriválhatónak kell lennie, a határon a C^0 folytonosság álljon fenn, teljesüljön a teljesség elve, és lehetőleg jó ortonormáltsággal rendelkezzen.

3.2.4 A kenésméleti, a szilárdságtani és a hőtani modellek kapcsolása

Pont, vagy vonalszerű érintkezési problémák esetén a termo-elasztohidrodinamikai számítások során a felületi deformációt általában a megoszló terhelés félvégtelen téren okozott deformációja alapján számítják. Végeselem módszerre épülő megoldásnál lehetővé válik a felületi deformáció és hőmérséklet numerikus meghatározása olyan esetekben is, amikor a szilárd test félvégtelen térként való modellezése nem megengedhető.

Az előbbi igaz az érintkező felületek hőmérséklet-eloszlásának meghatározásánál is. Az analitikus képletek gyakran jó közelítést adnak a felületeken keresztül történő hőszállításra, ha a felületek jelenős sebességgel mozognak. Azonban olyan esetekben, amikor valamelyik felület igen kis sebességgel mozog vagy áll, vagy csak dinamikus terhelés van és a felületek nem mozognak, az analitikus összefüggések általában hatékonyan nem használhatóak. A végeselem-módszer ezekben az esetekben is képes megbízható eredményt adni.

Így a kenésméleti, a szilárdságtani és a hőtani feladatokat oly módon csatolom, hogy az lehetőséget adjon mind az analitikus, mind a végeselemes megoldásokon alapuló felületi deformációk és hőmérsékletek csatolására az áramlástani és termodinamikai egyenletekhez. Ennek érdekében a felületek analitikus megoldásokból számított deformációját és hőmérsékletét a TEHD probléma megoldásához használt résméret és hőmérsékletmező leírásához használt approximációs függvénycsoporttal közelítem. A félvégtelen testekre vonatkozó alakváltozási és hőmérsékleteloszlási analitikus megoldásokból hatásmátrixokat állítok elő, hogy a kenőanyag nyomás- és hőmérsékleteloszlás

paramétereiből a felületek deformációja és hőmérsékleteloszlása közvetlenül számítható legyen. A félvégtelen test feladat felületi hőmérsékletének approximációja direkt peremfeltételként jelenik meg a kenőanyag termodinamikai modelljében, míg a résméret approximációja az általánosított Reynolds egyenletbe épül be és kerül párhuzamosan megoldásra az alapegyenletekben. Így a hagyományos iteratív megoldások helyett a résalakot a nyomásmezővel, a felületek hőmérsékletét a kenőanyag hőmérsékletével egy időben állítom elő.

3.3 Az alapegyenletek

A felsorolt mezők és ismeretlenek meghatározására 8 egyenlet áll rendelkezésünkre. Ezek az alábbiak:

1. Az érintkezés geometriájára illetve alakváltozására vonatkozó egyenletek:

$$\delta_{p_i} = \delta_{p_i}(x, y, p(x, y)) \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

$$\delta_{g_i} = \delta_{g_i}(x, y, g_{s_i}(x, y)) \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

2. A terhelési és kinematikai előírások lehetnek például, a következők:

$$W = \int_{A_c} p \cdot dA \quad (20)$$

ahol W : összeszorító erő (21)

vagy a merevtestszerű eltolódás

$$\Delta_{rigid_1} = 0 \quad (22)$$

azonban, a kettő egyszerre nem írható elő.

3. A kitöltési paramétert is tartalmazó általános Reynolds egyenlet:

$$\nabla_{xy} \cdot (\theta \vec{P}) - \nabla_{xy} \cdot (\Phi \nabla_{xy} p) - \theta \Omega_\gamma = 0 \quad (24)$$

Mivel az egyenlet kezeli a kavitációt is, így peremfeltételként elegendő előírni a kontakttartomány határán a nyomást.

4. A kenőanyag hőtani leírására szolgáló egyenlet:

$$\begin{aligned} & \theta \rho_L \left(\frac{\partial(c_v g)}{\partial t} + \nabla(c_v g) \cdot \vec{u} \right) + p \left(-\frac{\partial \rho_L}{\partial t} - \nabla \rho_L \cdot \vec{u} - \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta + \nabla \theta \cdot \vec{u} \right) \rho_c \right) = \\ & = \nabla(\theta \lambda \nabla g) + \theta \Xi \end{aligned} \quad (25)$$

Hasonlóan a Reynolds egyenlethez a hőtani egyenlethez is fel kell írni a peremfeltételeket. Alkalmazható közelítésnek tekinthető az, hogy a felületeken szállított kenőanyagfilm hőmérsékletének felület síkjával párhuzamos deriváltjai

elhanyagolhatóan kicsik, továbbá, hogy a kenőanyag szabadfelületei jó közelítéssel adiabatikusnak tekinthetők, így mind a belépésnél, mind a kilépésnél a kenőanyag teljes keresztmetszetén adiabatikus peremfeltételt alkalmazhatunk, mely érvényes visszaáramlás esetén is. A kontaktfelületeken pedig a folyadék és a szilárd test kapcsolt hőtani feladat megoldása adja a hőmérsékleti feltételt.

A variációs módszer szempontjából meg kell meghatározni, hogy melyik alapegyenletben melyik mező variációja szerepel. Mivel az általánosan elterjedt megoldásokban, a szilárd testekre vonatkozó mechanikai egyenletekből az elmozdulás-, míg a hőtani egyenletekből a hőmérsékletmező variációjával állítják elő a megoldáshoz szükséges egyenletrendszert, a Reynolds-egyenlet megoldásában a nyomásmező variációjának kell szerepelnie ahhoz, hogy a megfelelő számú algebrai egyenletet kapjuk a diszkretizáció után.

3.4 A megoldás során felhasznált diszkretizált egyenletek

Az előző fejezetben bemutatam azon egyenleteket, melyek egy véges elem módszerre épülő megoldás során felhasználandók. Ezek tehát a következők:

A Reynolds egyenlet gyenge alakjához tartozó diszkretizált egyenletrendszer:

$$\int_{A_e} \Phi \mathbf{B}_p^T \mathbf{B}_p d\mathbf{A} - \int_{A_e} \Theta \mathbf{B}_p^T \Psi d\mathbf{A} - \int_{A_e} \Omega \mathbf{N}_p d\mathbf{A} - \int_{\Gamma_c} q_h^{n_c} \mathbf{N}_p d\Gamma = 0 \quad (26)$$

ahol $\nabla_{xy} \mathbf{N}_p^T = \mathbf{B}_p$,

a nyomásból származó elmozdulás paramétereire vonatkozó összefüggés:

$$\mathbf{H}_{\delta_{p_i}} = \mathbf{D}_{p_i} \mathbf{P}, \quad (27)$$

a hőmérséklet-eloszlásból származó elmozdulás

$$\mathbf{H}_{\delta_{\theta_i}} = \mathbf{D}_{\theta_i} \mathbf{T}. \quad (28)$$

A diszkretizált hőtani egyenlet tömören:

$$\mathbf{X}(\theta) \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{\Lambda}(\theta) \mathbf{T} + \mathbf{\Theta}(\theta, p) = 0 \quad (29)$$

A S_1 , S_2 felületeken a hőtani peremfeltételből származó egyenlet:

$$\left[\mathbf{K}_{\delta s_{ij}}, \mathbf{K}_{\delta s_{ij}} \right] \mathbf{T} + \mathbf{f}_{\delta s_i} \vartheta_{0_s} = 0 \quad \begin{matrix} i=1, & j=2 \\ i=2, & j=1 \end{matrix} \quad (30)$$

ahol ϑ_{0_s} a kontakt tartománytól kvázi végtelen távolságra lévő pont hőmérséklete.

Természetesen a fenti egyenletek egy szorosan kapcsolt rendszert képeznek, ugyanakkor a hőtani és a kontaktfeladatnak külön is kezelhetőnek kell lennie.

3.5 Az ismertetett feladat numerikus megoldásának módszere

A számítások alapjaiként előálló egyenletrendszerek erősen nemlineáris kapcsolt rendszert képeznek, melynek megoldása komoly kihívást jelent. Bár létezik olyan megoldás az irodalomban, ahol a nyomás és hőmérséklet-eloszlás számítása egyszerre történik, a gyakorlatban ez túlzottan bonyolult feladatnak bizonyul. Így értekezésemben is elválasztva, iteratív úton oldom meg a két mezőt.

Az iterációt az elasztó-hidrodinamikai feladat megoldásával kezdem. Az erősen nemlineáris feladat miatt a megoldás a Newton-Raphson módszerre épül. Azaz az egyenletet linearizálni kell, hogy a nyomáseloszlás és a hozzá tartozó résalak meghatározható legyen. Az egyenlet változói nem függetlenek egymástól, hanem azokat különböző egyenletek, mint pl. az anyagegyenlet kapcsolja össze. Ugyanakkor az esetek jelentős részénél a változók közti összefüggéseket nem lehet explicit alakban felírni. Ennek következtében a numerikus megoldás során a változóknak kezdőértéket kell adni, majd a feladatot egy kiválasztott változóra (esetünkben **P**) nézve meg kell oldani, míg a többi változó (τ_{eq} , ϑ , ...) rögzítve marad. Ezt követően a kiválasztott változó új értékéhez kell meghatározni a többi változó értékét, melyek a következő iterációs lépés új kiinduló értékeként fognak szerepelni. Így az *i*. iterációs lépésben a Reynolds egyenlet maradványértéke a következő lesz:

$${}^i\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{P}, {}^{i-1}\tau_{eq}, {}^{i-1}\vartheta, \dots) = 0 \quad (31)$$

A Reynolds egyenlet változóinak áttekintése során megállapíthatjuk, hogy a sűrűség, a viszkozitás, a kitöltési tényező és a lineárisan rugalmas deformációból származó résméret esetén a nyomással és a hőmérséklettel való kapcsolat felírható explicit alakban, így a **P**-re vett linearizálás során ezek deriváltjait is figyelembe tudjuk venni, mely nagymértékben gyorsíthatja a megoldást. Így a nyomáseloszlás és az ehhez tartozó résméret párhuzamosan meghatározható.

A szükséges deriváltak előállításának nagy számításigénye értelemszerűen jelentős időt is igényel. Ennek az időnek a csökkentése érdekében a teljes Newton-Raphson helyett annak optimalizált lépésű formáját használom, abban az értelemben, hogy a kiinduló paraméter kombinációból a Newton-Raphson megoldás első lépéseként előálló paraméter kombináció irányába elindulva keresem azt a paraméterkombinációt, mely a legkisebb maradvány értéket szolgáltatja. Az első lépés egy hagyományos csillapított Newton-Raphson lépés:

$$\mathbf{P}^{j+1} = \mathbf{P}^j + \alpha \cdot \Delta \mathbf{P}^j \quad \alpha = [0..1] \quad (32)$$

Az α csillapítás optimális értékének meghatározásához az $\mathbf{R}^2$ maradvány négyzet minimumát keresem. Az α csillapítás meghatározásakor $\mathbf{P}^j$ és $\Delta\mathbf{P}^j$ vektorok állandóak, így az $\mathbf{R}(\mathbf{P}^j + \alpha \cdot \Delta\mathbf{P}^j)$ maradványvektor egyváltozós függvény.

Az α_2 érték meghatározásánál rendelkezésre áll két pontban ($\alpha_0=0$ és α_1 pontban) a maradvány $\mathbf{R}_0$ és $\mathbf{R}_1$ értékei és természetesen azok $(\mathbf{R}_0)^2$ és $(\mathbf{R}_1)^2$ négyzetösszege. Valamint a kiinduló pontban a maradvány deriváltjait is ismerjük, így a $(\mathbf{R}(\alpha))^2$ maradványnégyzet függvény meredeksége is ismert, melyet jelöljük „m”-mel. Az előbbi adatokkal $(\mathbf{R}(\alpha))^2$ másodfokú közelítése alapján:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \frac{m \cdot \alpha_1^2}{(\mathbf{R}_1)^2 - (\mathbf{R}_0)^2 + m \cdot \alpha_1} \quad (33)$$

A továbbiakban a minimumkeresést az adott irányban felvett 3 pontra helyezett másodfokú függvény minimumának meghatározásával végzem, mely gyors minimum meghatározást tesz lehetővé.

A deriváltak meghatározását az előző optimumkeresés által meghatározott pontban végzem el újra, így jelentősen csökken a deriváltak előállításának gyakorisága és ezzel együtt a megoldáshoz szükséges idő is.

A diszkretizált hőtani egyenlet megoldása során lényegesen egyszerűbb utat is követhetünk. Az egyenlet sajátossága, hogy a megoldására leginkább a sebességmező van kihatással, ami viszont a nyomás és a hőmérséklet függvénye. A sebességmezőnek biztosítania kell az állandó térfogatáramlást. Természetesen a hőtani egyenletben is megtalálhatók a nyomás és hőmérsékletfüggő változók, amelyek méginkább nemlineárisra teszik az egyenletrendszerét. Ugyanakkor a sebességmező meghatározásához szükséges nyomáseloszlás erősen függ a hőmérséklet érzékeny anyagi paraméterektől. Így az egyenletet, állandó nyomás és részméret mellett lehet megoldani. Amennyiben az adott ciklusban rögzítjük az anyagi paramétereket, lineáris egyenletrendszer kapunk kézhez, aminek a linearizációja szükségtelen.

Az oszcilláció elkerülése érdekében korlátozható az egy lépésben megengedhető maximális változás az alábbiak szerint:

$$\mathbf{T}^{j+1} = \mathbf{T}^j + \alpha \cdot \Delta\mathbf{T}^j \quad \begin{array}{ll} \alpha = \beta & \text{ha} \quad |\Delta\mathbf{T}^j|/|\mathbf{T}^j| < \beta \\ \alpha = \beta^2 \cdot |\mathbf{T}^j|/|\Delta\mathbf{T}^j| & \text{ha} \quad |\Delta\mathbf{T}^j|/|\mathbf{T}^j| \geq \beta \end{array} \quad \beta = [0..1] \quad (34)$$

3.6 Mintafeladatok

A dolgozatban a korábban bemutatott eredmények helyességét igazolandó, egyszerű mintafeladatok megoldását mutatom be. Ezeken keresztül látható a polinomiális approximáció előnye, a kavitációs algoritmus hatékonysága, a kapcsolt feladatok megoldhatósága a bemutatott eljárással. A megoldott feladatok:

- egyszerű hidrodinamikai feladat állandó rés méret mellett
- egyszerű hidrodinamikai feladat állandó terheléssel
- hidrodinamikai feladatok a kavitációs algoritmus bemutatására
- elasztohidrodinamikai feladat állandó hőmérséklet mellett
- termodinamikai feladatok tiszta gördülés és csúszás valamint csúszva-gördülés esetén, különböző sebességek mellett. A feladatok során vizsgálom a hőfeladat résmenti approximációjának hatását az eredményekre.

4 Új tudományos eredmények

1. *A turbulens és az inercia tagokon kívül, egyéb elhanyagolásokat nem tartalmazó eddigi legáltalánosabb alaknak tekinthető Reynolds egyenlet olyan módosított alakját írtam fel, amelyben a Dowson féle viszkozitási-sűrűségi függvények módosított alakjai egyaránt érvényesek newtoni és nem-newtoni kenőanyag esetén, figyelembe véve mind a viszkozitás, mind a sűrűség és annak deriváltjának résmenti változását. Az egyenletnek ez a formája, a kenésméleti problémák egyes folyadéksúrlódási eseteire érvényes egyenleteit általánosított alakba foglalja és egyaránt alkalmazható kvázi-statisztikus, valamint dinamikai feladatok megoldására is {7}, {8}, {9}, {12}, {13}.*

2. *Kidolgoztam a kavitáció figyelembevételére szolgáló büntetőparaméteres technikát, amellyel az egész tartomány felett a nyomás mint ismeretlen mező jelenik meg a numerikus megoldási nehézségeket eredményező, finom hálót szükségessé tevő, vagy a kavitációs tartományban a kontinuitási feltételt ki nem elégítő kavitációs algoritmusok helyett. Ugyanakkor a büntetőparaméter növelésével határértékben a gyakorta alkalmazott Elrod-Adams féle algoritmusban szereplő kitöltési tényezőt kapjuk vissza. Kimutattam, hogy a büntetőparaméteres kitöltési tényező beépül az áramlástani és termodinamikai egyenletekbe úgy, hogy a megoldás során a kontinuitási feltétel nem sérül {10}, {11}, {14}, {15}.*

3. *Bemutattam, hogy a termo-elasztohidrodinamikai feladatoknál a be- és kilépésnél is az adiabatikus peremfeltétel alkalmazása célszerű, így nem kell megkülönböztetni a be- és a kiáramlási tartományt. Ez jelentős könnyebbséget jelent a megoldás során, szemben a megszokott eljárással, ahol a belépésnél a*

hőmérsékleti, a kilépésnél pedig az adiabatikus peremfeltételt alkalmazzák, így fel kell osztani a peremet be- és kilépő zónára {7}, {8}, {9}.

4. *Újszerű megoldást dolgoztam ki a kontakt-tartomány leképezésére foltyszerű érintkezéseknél Legendre függvények felhasználásával, mely során a diszkrét pontokban ismert perem geometriai közelítése egyszerűen elvégezhető, továbbá a Lagrange interpolációra épülő megoldáshoz képest sokkal pontosabb integrálási eredmények érhetők el. A megoldás könnyen kiválthatja a hagyományos elemgeometria leképezést, amely érzékeny az oldalpontok kiosztására {12}.*

5. *Az általánosított Reynolds és a termodinamikai egyenletekből előállítottam a korábbi megoldásoknál általánosabb érvényű végeselem megoldás alapját képező diszkrétizált egyenleteket, figyelembe véve a büntetőparaméteres kavitációs modellt és a peremfeltételek levezetésénél a szilárd test hatását is {10}, {11}, {14}, {15}.*

Ennek során:

Megoldottam, hogy a résméret és a felületek deformációja ugyanabban a megszokott p-verziós diszkrétizált formában álljon elő, akár analitikus, akár numerikus úton számított a deformáció. Ennek érdekében, a szokásostól eltérően, analitikusan számított deformáció esetében, az approximáció szükséges paraméterei a hibanégyzet minimum elv alapján meghatározhatóak.

Felállítottam a kenőanyagra vonatkozó numerikus, illetve a szilárd testre vonatkozó analitikus hőtani egyenletek kapcsolt modelljét, hogy iteráció helyett egy lépésben megoldhatóvá váljon a termodinamikai peremérték feladat. Ezért a kontaktfelületek diszkrétizált hőmérséklet-eloszlásának meghatározásánál hierarchikus approximációval közelíttem a félvégtelen téren mozgó hőforrás okozta hőmérsékletmező analitikus megoldását. {7}, {8}, {9}, {12}, {13}.

6. *Újszerű lépésköz-optimalizálást vezettem be a numerikus elasztohidrodinamikai feladat Newton-Raphson megoldása során, mely jelentősen csökkenti a N-R lépések számát, illetve a megoldás oszcillációját. {3}*

5 Az eredmények hasznosítása, továbbfejlesztési lehetőségek

A felépített p-verziós végeselemes modellezési technika alkalmas a folyadékkenési problémák széles körének megoldására, de alapvetően a termoelasztohidrodinamikai feladatok megoldása során jelentkeznek előnyei. Mivel a megoldás nagymértékben lecsökkenti a szükséges elemszámot, így olyan feladatok megoldása során is alkalmazható lehet, mint az érdes felületek érintkezési problémái, vagy a dinamikus terhelésű felületpárok esete.

Az ismertetett modellezési úttól függetlenül, legyen az akár végeselemes, akár nem, a büntetőparaméteres kavitációs algoritmus könnyen adaptálható a kenésméleti feladatok megoldása során.

A mintafeladatok megoldásához megírt program vonalérintkezési feladatok megoldására alkalmas. Kíváncos a jövőben egy megfelelő programozási környezetben, például egy végeselem szoftvercsomaghoz illesztetten felépíteni a megoldást, kiterjesztve felületi érintkezésekre.

A kidolgozott numerikus megoldási eljárás hatékonyan használható más, nemlineáris feladatok során is, ahol a megoldás a Newton–Raphson eljárásra épül. Ugyancsak széles körben alkalmazható a diszkrét pontokkal jellemzett görbült határu tartományok leképzése.

A kidolgozott módszer továbbfejlesztésének lehetősége természetesen továbbra is fennáll. Ilyen irány lehet a nem tisztán lamináris kenőanyag áramlással rendelkező feladatok megoldása vagy az upwind Petrov-Galerkin variációs elv alkalmazása az alapegyenletek integrál alakjának felállításához.

6 Az értekezés témájában megjelent tudományos publikációk

Hazai konferencia előadások

1. Sz. Szávai, Gy. Szota: Tribological problems of the twist drive at double-twist bunching machine, VI. Nemzetközi Tribológiai Konferencia, Budapest, 1996. június 6-7.
2. Sz. Szávai: Thermo-Elasto Hidrodinamikusan Kenésállapot Modellezése Végeselem Módszerrel, Géptervezők és Termékfejlesztők XV. Országos Szemináriuma, Miskolc, 1999. szept. 30-okt.
3. Szávai Sz.: Optimalizált Newton-Rapson Algoritmus TEHD feladat megoldásához, Géptervezők és Termékfejlesztők XXVI. Szemináriuma Miskolc, 2010. november 11-12.

Nemzetközi konferencia előadások

4. Sz. Szávai, Á. Szávai, Quality control of pressure joints, Junior-Euromat '96 Conference, Lausanne, 1996. augusztus 26-30.

Nemzetközi konferenciák kiadványaiban megjelent publikációk

5. Szávai Sz., Rugalmas anyagú siklócsapágys, II. Fialat Műszakiak Tudományos Ülésszaka (109-112. old.), Kolozsvár, 1997. március 21-22.
6. Sz. Szávai: Sliding bearings made of elastic material, International Conference of Ph.D. Students (251-257. old.), Miskolc, 1997. augusztus 11-17.

7. Sz. Szávai: Solution method for TEHD problems based on P-version FEM model, 2nd International Conference of Ph.D. Students (pp. 233-238.), Miskolc, 1999. augusztus 8-14.
8. Sz. Szávai: Solution method for TEHD problems based on p-version FEM model, 7th International Conference on Tribology (pp. 311-314.), Budapest, 2000. szeptember 4-5.
9. Sz. Szávai: Solution method for TEHD problems based on p-version FEM model, 2th World Tribology Congress (CD), Bécs, 2-7. September 2001.
10. Sz. Szávai: Penalty-Parameter Based Cavitation Model for Solving Thermo-Elastohydrodynamic Lubrication Problems, 8th International Conference on Tribology (pp. 95-99), Veszprém, 3-4. June 2004.

Lektorált magyar nyelvű publikációk

11. Szávai Sz.: Büntető Paraméteres Kavitációs Modell Thermo-Elastohidrodinamikusan Kenélméleti Problémák Megoldásához, Géptervezők és Termékfejlesztők XIX- Országos Szemináriuma, Miskolc, 2003. november 13-14.; megjelent: Gép (pp.151-154.), Vol. LIV. No.: 10-11., 2003.

Lektorált idegennyelvű publikációk

12. Sz. Szávai, Masahiro Fujii, Akira Yoshida: P-version FEM model as a possible powerful calculation method of THEHD problems, Japanese Scientific Conference of Machine Theory, 1999. március 8., megjelent: Nippon Kikai Gakkai Chugoku Shikoku Shibu Sokai, Koenkai Koen Ronbunshu (pp. 61-62.), Yamaguchi, Vol. 37.,1999.
13. Sz. Szávai: Solution method for TEHD problems based on P-version FEM model, Publ. Univ. of Miskolc, Series C, Mechanical Engineering (pp. 153-160.), Miskolc, Vol. 48. 1999.
14. Sz. Szávai: Penalty-parameter based cavitation model for solving thermo-elastohydrodynamic lubrication problems, International Journal of Applied Mechanics and Engineering (pp. 233-239), vol.9 - Special issue: ITC 2004
15. Sz. Szávai; Efficient p-version FEM Solution for TEHD Problems with New Penalty-Parameter Based Cavitation Model, BALTTTRIB'2009, Kaunas, 19-21 November 2009; megjelenik: Conf. proc of BALTTTRIB'2009 (ISSN 1822-8801)

7 Felhasznált irodalom

- [1] Hertz, H., 1882, „Über die Berührung fester elastischer Körper”, J. reine und angewandte Mathematik, Vol 92, pp. 156-171.
- [2] Hertz, H., 1882, „Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Harte”, Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes, Leipzig
- [3] Petroff, N. P., 1883, "Friction in Machines and the Effect of the Lubricant", Inzhenerii Zhurnal, St. Petersburg, Vol. 1, pp. 71-140.
- [4] Tower, B., 1883, "First Report on Friction Experiments", Proc. Inst. Mech. Eng., pp. 632-66.
- [5] Reynolds, O., 1886, "On the Theory of Lubrication and Its Applications to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil", Phi. Trans., Vol. 177(I), pp. 157-234.
- [6] Barus, C., 1893, "Isotherms, Isopiestic, and Isometrics Relative to Viscosity", Am. J. Sci., 45, pp. 87-96
- [7] Cope, W., F., 1949, "A hydrodynamic theory of film lubrication", Proc. of Royal Society, Vol. 197. A., pp. 201-217.
- [8] Charnes, A., Osterle, F. és Saibel, E., 1952, "On the Energy Equation for Fluid-Film Lubrication", Proc. of Royal Society, Vol. 214. A., pp. 133-137.
- [9] Floberg, L., Jakobsson, B., 1957, "The Finite Journal Bearing, Considering Vaporization", Trans. Chalmers Univ. Tech., Goteborg, pp. 190.
- [10] Dowson, D. és Higginson, G., R., 1959, "A Numerical Solution to the Elastohydrodynamic Problem", Int. Journal of Mechanical Science, Vol. 1 No. 1, pp. 6-15.
- [11] Dowson, D., 1962, "A Generalised Reynolds Equation for Fluid-Film Lubrication", Int. Journal of Mechanical Science, Pergamon Press.
- [12] Dowson, D. és Hudson, J., D., 1963, "Thermohydrodynamic Analysis of the finite Slider Bearing I–II", Proc. Institution of Mechanical Engineers, Lubrication and Wear Convention
- [13] Roelands, C. J. A., Vlugter, J. G. and Waterman, H. I., 1963, "The Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils and Its Correlation with Chemical Constitution", ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 85., pp. 601-610.
- [14] Olsson, K., 1965, "Cavitation in Dynamically Loaded Bearings", Trans. Chalmers Univ. Tech., Goteborg, p. 308.
- [15] Reddi, M. M., 1969, "Finite Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 91., No. 3, pp. 524-533.

- [16] Booker , J. F. and Huebner, 1972, K. H., "Application of the Finite Element Method to Lubrication: An Engineering Approach", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 94, No. 4, pp. 313-323.
- [17] Szota Gy., 1974, Sikócsapágyak tervezése, Műszaki könyvkiadó, Budapest
- [18] Elrod, H. G., és Adams, M. L., 1975, "A Computer Program for Cavitation and Starvation Problems", Cavitation and Related Phenomena in Lubrication, (Proc. 1st Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Leeds, England, szept. 1974), szerk.: Dowson, D., Godet, M. és Taylor, C. M. Mechanical Engineering Publications Ltd., London, pp. 37-41.
- [19] Hamrock, B. J., és Dowson, D., 1976, "Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts Part I – Theoretical Formulation", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 98, No. 2, pp. 223-229.
- [20] Elrod, H. G., 1981, "A Cavitation Algorithm", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 103, No. 2, pp. 350- 354.
- [21] Houpert, L. G. and Hamrock, B. J., 1986 "A Fast Approach for Calculating Film Thickness and Pressure in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads", ASME Journal of Tribology, Vol. 108, No. 3, pp. 411-420.
- [22] Lubrecht, A. A., Napel, W. E. és Bosma, R., 1986, "Multigrid, An Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in Elastohydrodynamic Lubricated Line Contacts", ASME Journal of Tribology, Vol. 108. No. 4, pp. 551-556.
- [23] Wu, S. R., 1986, "A Penalty Formulation and Numerical Approximation of the Reynolds-Hertz Problem of Elastohydrodynamic Lubrication", International Journal of Engineering Science, Vol. 24. No. 6, pp. 1001-1013.
- [24] Lubrecht, A., A., ten Napel, W., E., 1987, "Multigrid, an Alternative Method of Solution for Two-Dimensional Elastohydrodynamically Lubricated Point Contact Calculations", ASME Journal of Tribology, Vol. 109. No. 3, pp. 437-443.
- [25] Najji, B., Bou-Said, B. és Berthe, D., 1989, "New Formulation for Lubrication with Non-Newtonian Fluids", ASME Journal of Tribology, Vol. 111. No. 1, pp. 29-34.
- [26] Nguyen, S. H., 1991, "p-Version Incompressible Lubrication Finite Element Analysis of Large Width Bearing", ASME Journal of Tribology, Vol. 113, No. 1, pp. 116-119.
- [27] Kumar, A. és Booker, J. F., 1991, "A Finite Element Cavitation Algorithm: Application/Validation", ASME Journal of Tribology, Vol. 113. No. 2, pp. 255-261.
- [28] Kumar, A. és Booker, J. F., 1991, "A Finite Element Cavitation Algorithm", ASME Journal of Tribology, Vol. 113. No. 2, pp. 276-286.

- [29] Wolff, R. J., Kubo, A., Nonaka, T. and Matsuo, K., 1991, "The Influence of Thermal Effects on EHD Lubrication", Proc. of the Int Conf, on Motion and Power Transmission, Japan, pp. 947-952.
- [30] Szabó, B., Babuska, I., 1991., "Finite Element Analysis", John Wiley & Sons Inc., New York
- [31] Hsiao, Hsing-Sen, S. és Hamrock, B., J., 1992, "A Complete Solution for Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts Using Circular Non-Newtonian Fluid Model", ASME Journal of Tribology, Vol. 114. No. 3, pp. 540-552.
- [32] Pahud, P., 1996, "Thermo-elasto-hydrodynamic (TEHD) lubrication", Tribology International, Vol. 29. No. 1, pp. 1-9.
- [33] Schlijper, A. G., Scales, L. E. és Rycroft, J. E., 1996, "Current Tools and Techniques for EHL Modelling", Tribology International, Vol. 29. No. 8, pp. 669-673.
- [34] Wolff, R. és Kubo, A., 1996, "A Generalized Non-Newtonian Model Incorporated into Elastohydrodynamic Lubrication", ASME Journal of Tribology, Vol. 118. No. 1, pp. 74-82.
- [35] Szeri, A. Z., 1998, Fluid film lubrication: Theory and design, Cambridge University Press.
- [36] Hsiao, Hsing-Sen, S., Hamrock, B. J. és Tripp, J. H., 1998, "Finite Element System Approach to EHL of Elliptical Contacts: Part I – Isothermal Circular Non-Newtonian Formulation", ASME Journal of Tribology, Vol. 120. No. 4, pp. 695-704.
- [37] Hsiao, Hsing-Sen, S., Bordon, J., I., Hamrock, B. J. és Tripp, J. H., 1998, "Finite Element System Approach to EHL of Elliptical Contacts: Part II – Isothermal Results and Performance Formulas", ASME Journal of Tribology, Vol. 121. No. 4, pp. 711-720.
- [38] Páczelt, I., 1999, "Végelem-módszer a Mérnöki Gyakorlatban, I. Kötet", Miskolci Egyetemi kiadó.