

MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR
SZERSZÁMGÉPÉSZETI ÉS MECHATRONIKAI INTÉZET



ÁLLANDÓ MÁGNEST IS TARTALMAZÓ ELEKTROMÁGNESEK
NEMLINEÁRIS VIZSGÁLATA

PHD ÉRTEKEZÉS TÉZISFÜZETE

Készítette:
Kátai Kristófné
(születési név: **Kapitány Pálma**)
okleveles mechatronikai mérnök

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
GÉPEK ÉS SZERKEZETEK TERVEZÉSE TÉMATERÜLET
MECHATRONIKAI RENDSZEREK TERVEZÉSE TÉMACSOPORT

Doktori Iskola- és a tématerület vezetője:
Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella
DSc, egyetemi tanár

Témacsoport és tudományos vezető:
Dr. Szabó Tamás
PhD, ny. egyetemi docens

Társtémavezető:
Dr. Rónai László
PhD, egyetemi docens

Miskolc
2026

Tartalomjegyzék

BÍRÁLÓ BIZOTTSÁG	1
1. BEVEZETÉS ÉS CÉLKITŰZÉS	2
2. A KUTATÁSI FELADAT MEGOLDÁSÁNAK MENETE	5
3. MÉRÉSEK ÉS KÍSÉRLETEK	7
4. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK	13
A TÉZISEK HASZNOSÍTÁSA ÉS TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉG	14
AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁHOZ KAPCSOLÓDÓ SAJÁT PUBLIKÁCIÓK	15
A TÉZISFÜZETBEN FELHASZNÁLT IRODALMAK.....	16

BÍRÁLÓ BIZOTTSÁG

Elnök: **Prof. Dr. Bertóti Edgár**
DSc, egyetemi tanár, Miskolci Egyetem

Titkár, tag: **Dr. Kovács Péter Zoltán**
egyetemi docens, Miskolci Egyetem

Tagok: **Prof. Dr. Ábrahám György István**
DSc, professor emeritus, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Dr. Pere Balázs
egyetemi docens, Széchenyi István Egyetem
Dr. habil Kovács Endre
egyetemi docens, Miskolci Egyetem

Hivatalos bírálók:

Dr. Budai Csaba
egyetemi docens, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Dr. Szirbik Sándor Mátyás
egyetemi docens, Miskolci Egyetem

1. BEVEZETÉS ÉS CÉLKITŰZÉS

Az elektromágnes széles körben elterjedt villamos eszköz, amely működésének alapjait Faraday ismerte fel 1831-ben. Permanens mágnezt mozgatott egy elektromos vezető közelében, és galvanométer segítségével észlelte, hogy elektromos áram jelenik meg a vezetőben, de mikor megáll a mágnes az áramerősség megszűnik. Ezt a jelenséget elektromágneses indukciónak hívjuk.

Az elmúlt 200 évben nagyfokú technikai fejlődés történt, amelynek eredményeként széles körben alkalmazzák az elektromágneseket mérnöki alkalmazásokban. Beleértve a reléket és a mágneses kapcsolókat, az autóiipari indítómotorokat, a hidraulikus és pneumatikus szelepeket, valamint a biztonsági rendszereket, például az ajtó- és mágneszárazakat vagy a vészleállító mechanizmusokat.

Az elektromágnesek előfordulnak mind váltakozóáramú, és mind egyenáramú rendszerekben. Tekercs fogalma alatt légmagos változatot értünk, míg szolenoidnak hívjuk, ha vasmagot is tartalmaz. A behúzótekercsben a vasmag mozgásra képes, így elektromechanikai rendszerekben aktuátorként is alkalmazzák. A behúzótekercsek egyik alkalmazási területében a vasmag reteszelése történhet mechanikusan (rugóval) vagy állandó, azaz permanens mágnes alkalmazásával. Az utóbbit a nemzetközi szakirodalmak, illetve katalógusok angolul „latching solenoid”-nak neveznek.

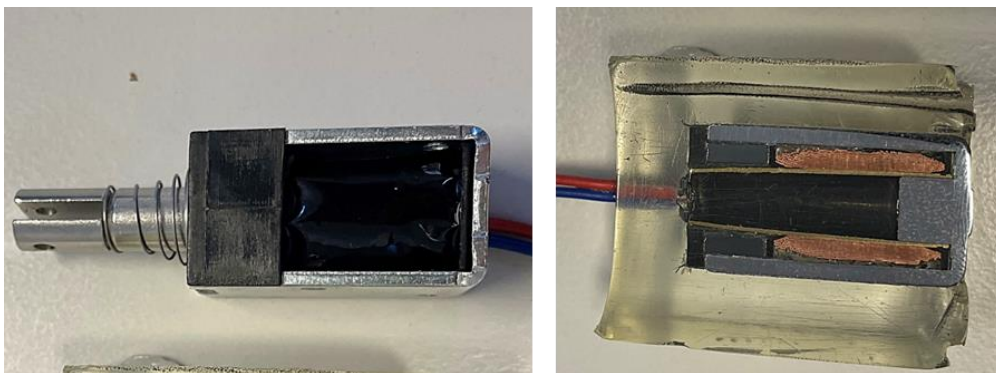
A mérnöki munkában alapvető elvárás, hogy egy mechatronikai rendszer tervezése során rendelkezésre álljanak olyan szimulációs programok, amelyek a beépítésre szánt szolenoidok működését helyesen szimulálják. A modellezés folyamatára több lehetőség is mutatkozik, például: szakkönyvekben megtalálható analitikus összefüggések alkalmazása, közelítő numerikus módszerek felhasználása, mint végelem-módszer (Finite Element Method – FEM), véges térfogatok-módszere (Finite Volume Method – FVM), peremelem-módszer (Boundary Element Method – BEM). Energiaalapú módszerek is rendelkezésre állnak koncentrált paraméterű elektromechanikai rendszerek leírására.

A disszertáció permanens mágnezt is tartalmazó behúzótekercs modellezését tűzi ki célul, amelyek alkalmazása a 2000-es évektől megnövekedett az energiahatékony megoldásokban. Az ilyen szolenoidok modellezése kihívást jelent, mert nemcsak a vasmag reteszelését biztosítja, hanem hatással van a rendszer dinamikájára, a vasmag telítődésére és ezáltal a szolenoid nemlineáris viselkedésére. Koncentrált paraméterű mechatronikai rendszerek modellezésénél előnyösen alkalmazható az energiaalapú megközelítési mód, mivel egységes szemléletben kezeli a villamos és mechanikai jelenségeket egyaránt. Ennek az elmélete a

bővített Hamilton-elven alapszik és a belőle származtatható másodfajú Lagrange-egyenleteken. A permanens mágneset tartalmazó szolenoid modellezését lehet tisztán elméleti úton-, vagy méréseken alapuló módszerekkel megvalósítani. Ezen disszertációban alkalmazott módszer alapvetően statikus erőmérésekre, illetve dinamikus tesztekre támaszkodik. Az előbbi a szolenoid összetett kiegészítő mágneses energiájának, míg az utóbbi a dinamikus viselkedésre jellemző mozgási indukciót meghatározó permanens mágnes fluxusának, illetve csillapítási tényezőnek előállításához szükséges. A mérések elvégzéséhez megfelelő követelményrendszer felállítását követően egy, moduláris felépítésű egyedi mérőberendezés fejlesztése nélkülözhetetlen, amely legyen alkalmas különböző típusú tesztek elvégzésére. A mérések nemcsak a modellalkotáshoz szükségesek, hanem a szimulációs eredmények validálásához is.

Az irodalomkutatás során [1] – [59] publikáció került feldolgozásra. Az energiaalapú megközelítés kapcsán szakkönyvek, tudományos cikkek tekintetében pedig csoportosítás történt az alkalmazott módszerek alapján. Található olyan, amely a modellalkotás során analitikus leírást alkalmaz, ismert fizikai összefüggések, képletek alapján végez számításokat. A második csoportba az elosztott paraméterű modellalkotás került, melyek többnyire végeselemes szoftvert alkalmaztak. A koncentrált paraméterű leírásmód kevésbé volt jellemző, de ebben a témakörben is található megoldások. Az irodalomkutatás során külön hangsúlyt kapott az állandó mágneset is tartalmazó elektromechanikai rendszerek modellezése, így még inkább csökkent a releváns találatok száma.

Az áttekintett publikációk között csak két olyan akadt [13], [14], amelyben az egyenáramú reteszelő szolenoid állandó mágnessel rendelkezett. Ezekben végeselemes szoftver (FEM) segítségével történtek a vizsgálatok arra vonatkozóan, hogy a permanens mágnes elhelyezése hogyan befolyásolja a vasmagra ható húzóerő nagyságát. Az egyik konstrukciójuk hasonlított a disszertációban vizsgált RS177-0138 típusú reteszelő szolenoidra (lásd 1.1. ábra).



1.1. ábra: RS177-0138 típusú szolenoid

A szakirodalmi áttekintést követően az alábbi legfontosabb megállapítások tehetők:

- szolenoidokkal kapcsolatos kutatások az elmúlt években is adtak új eredményeket;
- az elektromechanikai rendszer villamos egyenleteit a Faraday-Lenz törvények alapján analitikusan, mezőegyenletekkel, koncentrált paraméterű leírásnál Kirchhoff törvényekkel, illetve energiaalapú megközelítéssel állítják elő;
- az elektromechanikai rendszer mechanikai egyenleteit impulzustételből és Lagrange-egyenletből származtatják;
- az anyagtörvények vonatkozásában lineáris és nemlineáris összefüggések egyaránt előfordulnak;
- állandó mágnesset tartalmazó rendszerek vizsgálatát többnyire végeसेlemes szoftver segítségével kezelik.

A disszertációban vizsgálandó permanens mágnesset tartalmazó szolenoid modellezésével csak egyetlen szerző foglalkozott elméleti megközelítésű végeसेlemes statikus szimulációval.

A doktori kutatómunka során a következő pontok tartalmazzák a tudományos eredményekkel szolgáló főbb célokat:

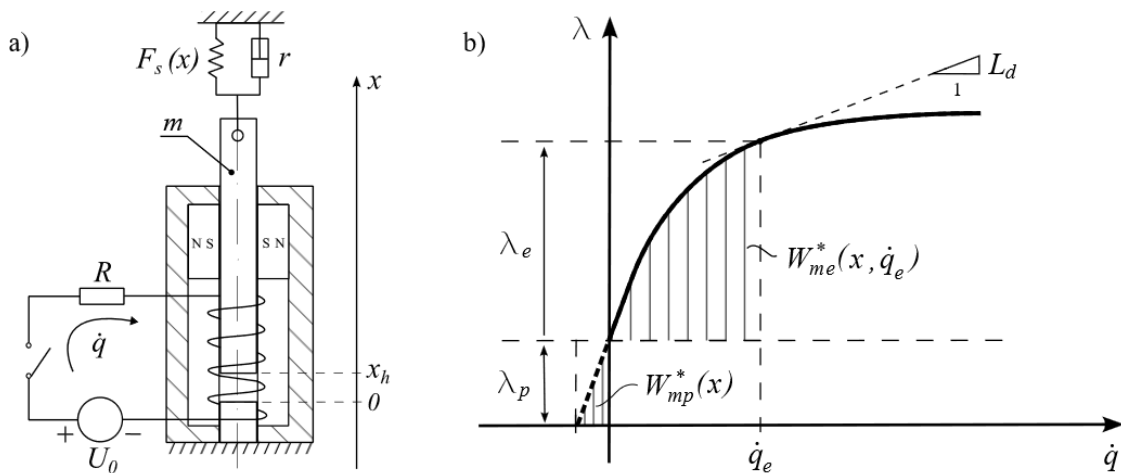
- olyan energiaalapú modellezés történjen, amely egységes szemléletben állítja elő a villamos és a mechanikai egyenleteket, amelyet a [3], [4], [16] irodalmak egyaránt alkalmaznak;
- a kiegészítő mágneses energia és az állandó mágnes fluxusa erőmérésekre alapozva valósuljon meg a vasmag pozíciójának és a tekercs áramerősségének függvényében;
- a modellezés nemlineáris anyagtörvénnyel történjen;
- meghatározni az összetett rendszer kiegészítő mágneses energia komponenseit;
- a permanens mágnes fluxusának meghatározása a vasmag pozíciójának függvényében;
- az állandó mágnes hatásának vizsgálata az elektromechanikai egyenletek együtthatóira;
- moduláris rendszer kifejlesztése, amely alkalmas statikus erőmérések végzésére a vasmag pozíciójának és a tekercs áramerősségének függvényében, illetve dinamikai viselkedés során az elmozdulás és az áramerősség egyidejű mérésére;
- az elektromechanikai egyenletrendszer megoldására szimulációs program kifejlesztése, amelynek eredményei összehasonlíthatók a mérési eredményekkel.
- a modellezés során felmerülő ismeretlen csillapítási és fluxus paraméterekre paraméteridentifikációs eljárást kidolgozni.

2. A KUTATÁSI FELADAT MEGOLDÁSÁNAK MENETE

A permanens mágneset is tartalmazó elektromágnesek modellezése energiaalapú megközelítéssel történt, ahol a bővített Hamilton-elv felhasználásával fontos szerepet kapott a kiegészítő mágneses energia, a kiegészítő kinetikai energia és a potenciális energia [4]. A másodfajú Lagrange-egyenletek a q töltés és az x elmozdulás változókkal lettek felírva.

A 2.1. ábra a) része mutatja az egyszerűsített elektromechanikai modellt, míg b) része a kiegészítő mágneses energia komponenseit: a $W_{mp}^*(x)$ állandó mágnesét és a $W_{me}^*(x, \dot{q})$ gerjesztett tekercsét. A vasmagra jellemző telítődési görbéjén nulla tekercsáramnál érvényes egy $\lambda_p(x)$ fluxus a permanens mágnes jelenléte miatt, amely a vasmag pozíciójának függvényében változik.

A 2.1. ábra a) része mutatja az elektromágneset egy U_0 egyenáramú feszültségforrással gerjesztve, az R ohmos ellenállású tekercsben \dot{q} áramerősség indul meg, melynek hatására a vasmagra behúzó erő hat. A vasmag felfüggesztése $F_s(x)$ erejű, nemlineáris merevségű- és r belső csillapítású rugóval történik. Az x jelöli a vasmag talppontjának-, illetve x_h pedig a kezdeti pozícióját, míg m a tömegét. A tekercset patkó-alakú hajlított lemez határolja, amely csökkenti a fluxusvonalak szóródását és lehetővé teszi a behúzótekercs rögzítését az alkalmazás helyén, az állandó mágneseket N, S pólusok jelölik.



2.1. ábra: a) Elektromechanikai rendszer, b) Kiegészítő mágneses energia komponensei

A reteszelő szolenoid kiegészítő mágneses energiája a két komponens összegeként értelmezhető a 2.1. ábra b) részén szemléltetett módon

$$W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) = W_{mp}^*(x) + W_{me}^*(x, \dot{q}). \quad (2.1)$$

A rendszer Lagrange-függvénye [3], [4] alapján a $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia mellett a vasmag $T^*(\dot{x})$ kiegészítő kinetikai energiáját és a $V_p^c(x)$ potenciális energiát tartalmazza

$$\mathcal{L} = T^*(\dot{x}) + W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) - V_p^c(x), \quad (2.2)$$

ahol $V_p^c(x)$ a rugó alakváltozási-, a vasmag helyzeti energiáját a g gravitációs gyorsulással és a felütközéskor érvényes büntetőfüggvényt is tartalmazza.

A [3], [4] alapján a rendszer U_0, R, r nem konzervatív elemeinek virtuális munkája a mozgási indukcióból származó $\lambda'_p(x)\dot{x}$ feszültséget és a Lenz-törvény értelmében fellépő $\lambda'_p(x)\dot{q}_{ind}$ ellenerőt is tartalmazza

$$\overline{\delta W}_{nc}^c = (U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x} - R\dot{q})\delta q + (\lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - r\dot{x} + F_{cont}^d)\delta x, \quad (2.3)$$

ahol az F_{cont}^d az ütközéskor tökéletesen rugalmatlannak feltételezett érintkezési erő

$$F_{cont}^d = -m \frac{\dot{x}(t_n)}{\Delta t}, \quad (2.4)$$

Δt a numerikus integrálás időlépése, (2.4) kiegészül egy büntetőparaméteres taggal

$$F_{cont} = -\frac{m\dot{x}(t_n)}{\Delta t} - \alpha\bar{g}(x), \quad \text{ahol } x < 0 \text{ és } \dot{x}(t_n) < 0. \quad (2.5)$$

A mozgási indukció során egy girátor elv érvényesül [4], amelynek P teljesítménye nulla

$$P = F_{ind}\dot{x} - U_{ind}\dot{q}_{ind} = 0. \quad (2.6)$$

Abban az esetben, amikor az áramkör nyitott, csak az állandó mágnes biztosít mágneses fluxust, akkor az indukált feszültség felírható a permanens mágnes fluxusának idő szerinti deriváltjával

$$U_{ind} = \frac{\lambda_p(x)}{dt} = \frac{\lambda_p(x)}{dx} \frac{dx}{dt} = \lambda'_p(x)\dot{x}. \quad (2.7)$$

Az így kapott kifejezést behelyettesítve a (2.6) egyenletbe, majd a sebességgel egyszerűsítve, előáll a vasmagra ható F_{ind} ellenerő

$$F_{ind} = \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind}. \quad (2.8)$$

A (2.2) és (2.3) kifejezéseket a [4] irodalom alapján behelyettesítve a Lagrange-egyenletbe

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x} - R\dot{q}, \quad (2.9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - r\dot{x} + F_{cont}^d, \quad (2.10)$$

a (2.11) és (2.13) differenciálegyenletek állnak elő, amelyet kiegészít a mozgási indukcióból származó \dot{q}_{ind} indukált áramerősséget meghatározó (2.12) egyenlet

$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} + R\dot{q} = U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (2.11)$$

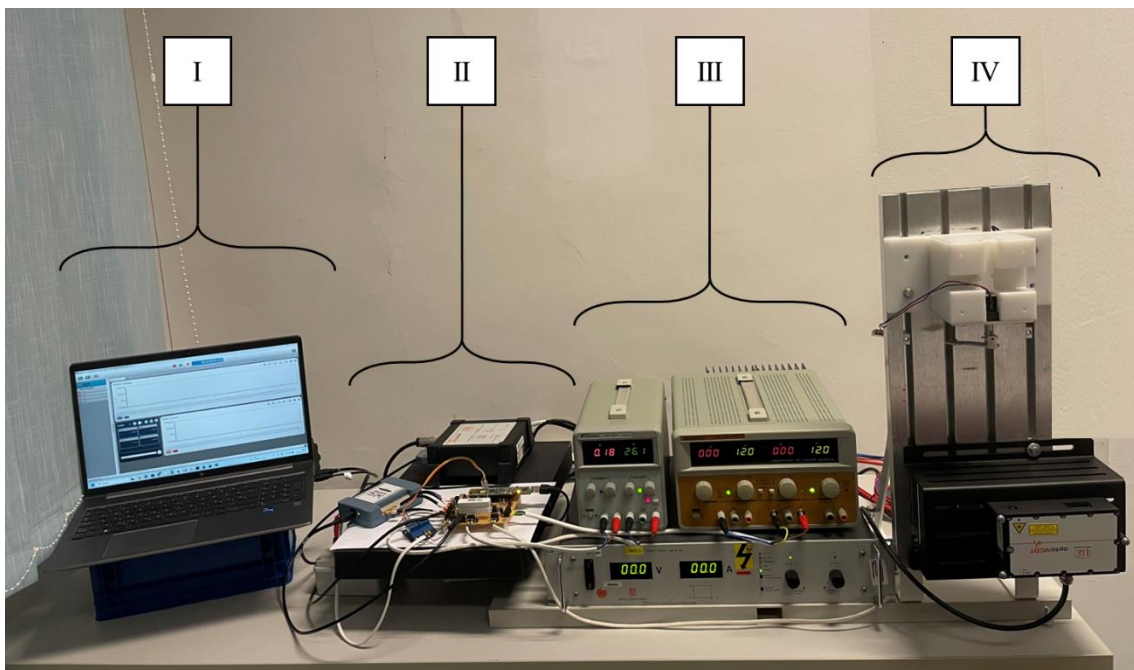
$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}_{ind}}{dt} + R\dot{q}_{ind} = -\lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (2.12)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + F_s(x) = \frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} + \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - mg + F_{cont}. \quad (2.13)$$

3. MÉRÉSEK ÉS KÍSÉRLETEK

A (2.11) – (2.13) differenciálegyenlet-rendszerben szereplő $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia, a $\lambda_p(x)$ fluxus, az $F_s(x)$ rugóerő mérésekkel és paraméteridentifikációval meghatározható.

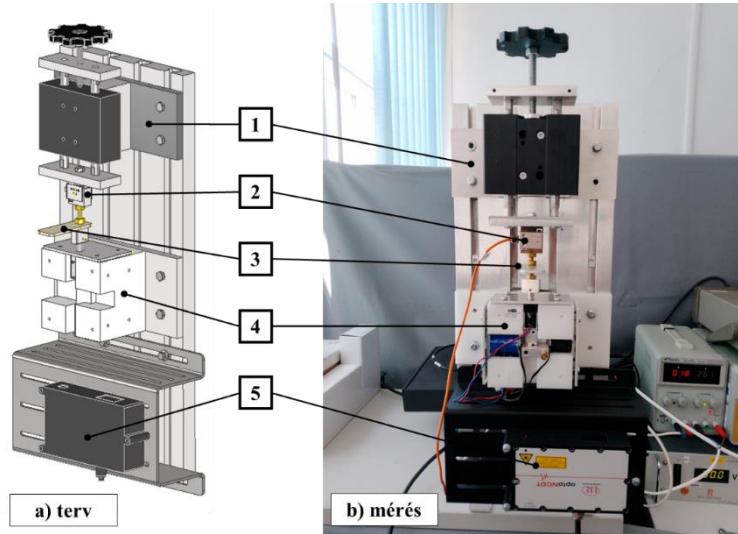
A mérőrendszerrel szemben támasztott követelmények a disszertációban részletesen bemutatásra kerültek. Három fajta mérést tesz lehetővé: egyrészt statikus vasmagpozíciókban erőmérések végzését, másodsor ejtési tesztek során méri az elmozdulást és az indukált feszültséget, végül pedig az üzemi működés közben az áramerősséget és a vasmag elmozdulását képes rögzíteni.



3.1. ábra: A mérőrendszer

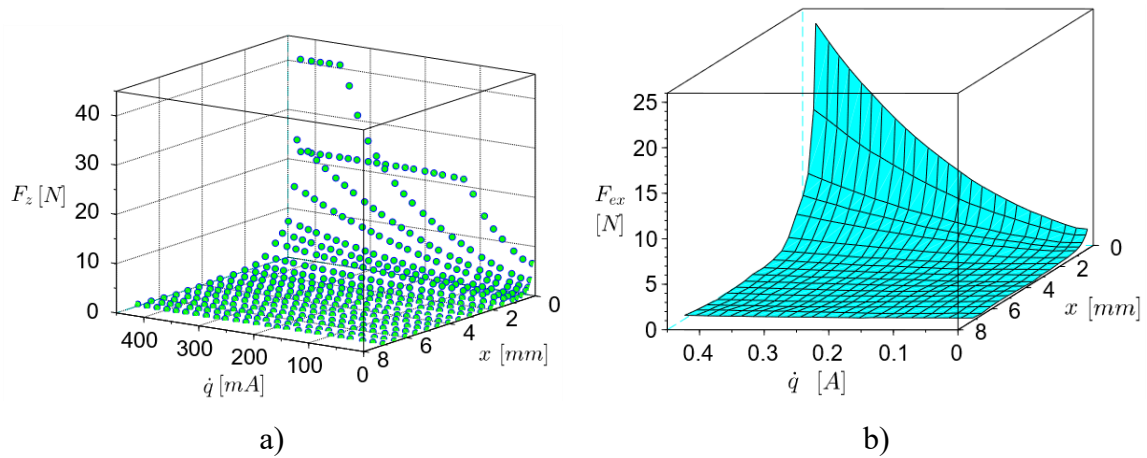
A mérőberendezés általános felépítése a 3.1. ábrán látható, amely négy fő részt tartalmaz. Az I. egy olyan személyi számítógép, amelyen programozható a feszültségvezérlés, a mérési adatgyűjtő kártya is konfigurálható és a mért adatsor .csv fájlformátumban menthető. A II. egység az egyedi céláramkör, amely tartalmaz egy mérési adatgyűjtő kártyát is. A III. rész azokat a laboratóriumi tápegységeket tartalmazza, amelyek a szenzorok, a műveleti erősítők tápellátását végzi, illetve a programozható feszültségforrást. A IV. egység a berendezés moduláris gépészeti része, ennek alapját egy T-hornyos alumínium szerelőlap képezi, amely függőleges elrendezésű. A távolságmérő szenzor, a behúzótekerccset tartó rész és a pozicionáló egység erre a lapra szerelhető, az elrendezésük a mérés típusától függően változik.

A 3.2. ábra a statikus erőmérésekhez tervezett és kivitelezett gépészeti egység felépítését mutatja. Ennek segítségével megmérhető a vasmagra ható erő nagysága rögzített vasmagpozíciók mellett különböző áramerősségekhez tartozóan.



3.2. ábra: Gépészeti egység felépítése statikus erőmérésekhez

A 3.3. ábra a) része mutatja a statikus F_z mért erőértékeket az áramerősség és vasmag-pozíció függvényében, míg a b) része az interpolációval közelített F_{ex} erőfüggvényt.



3.3. ábra: Statikus erőértékek áramerősség és vasmag-pozíció függvényében a) mért, b) interpolált

Az erőmérésekre alapozva hely szerinti integrálással [18] alapján előállíthatók a (2.1) kifejezés szerinti $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ összetett kiegészítő mágneses energia komponensei, mint a vasmag pozíció és az áramerősség függvénye

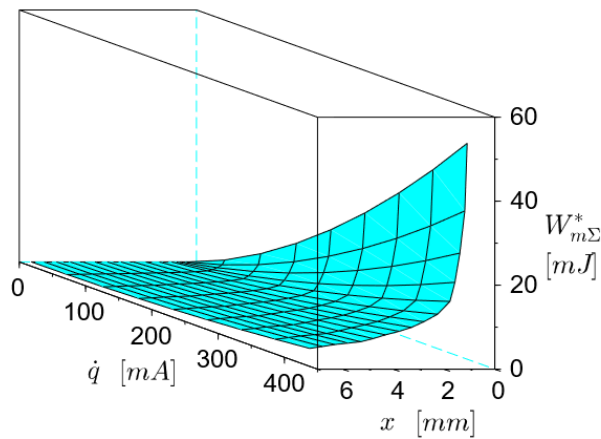
$$W_{mp}^*(x) = \int_x^{x_h} (F_{ex}(\xi, 0) - mg) d\xi, \quad (3.1)$$

$$W_{me}^*(x, I_s) = W_{me}^*(x_h, I_s) + \int_x^{x_h} F_e(\xi, I_s) d\xi, \quad (3.2)$$

ahol az x_h helyen árammérési görbe időállandójából meghatározott L_h induktivitással [4] alapján

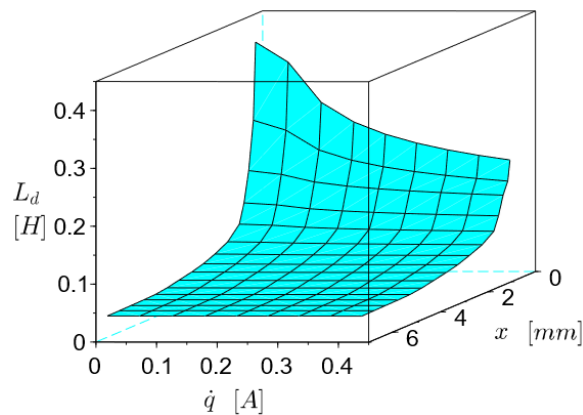
$$W_{me}^*(x_h, I_s) = \frac{1}{2} L_h I_s^2, \quad (3.3)$$

a rögzített $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, M$) áramerősség értékek mentén, ahol M az adott árammérési pontok száma. Az elektromágnes megengedett üzemi feltételek mellett ($\dot{q} < I_M$) az I_s áramerősség értékeit ekvidisztáns pontokban szükséges felvenni, így meghatározható a kiegészítő mágneses energia a teljes tartományon. Az F_{ex} erő mérése diszkrét pozíciókban ($x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$) történik, ezért a (3.2) egyenletben szereplő integrálás numerikusan végrehajtható. Az így előálló ($x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$) és $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, M$) ponthalmazon a $W_{me}^*(x_r, I_s)$ kiegészítő mágneses energia köbös szplájn (spline) interpolációval approximálható, ebből a $W_{me}^*(x, \dot{q})$ ismertté válik egy tetszőleges pozícióban és áramerősség értéknél az adott tartományon belül.



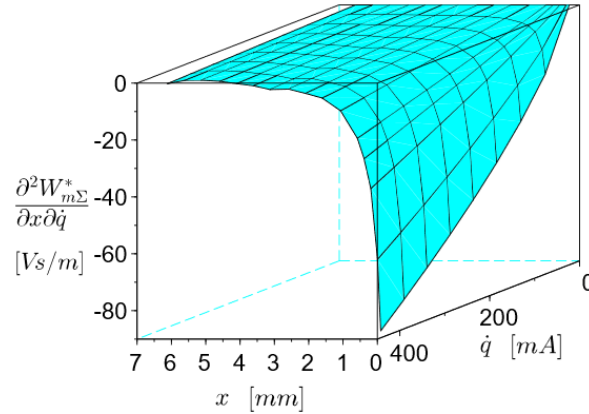
3.4. ábra: Kiegészítő mágneses energia függvény

A 3.4. ábrán látható $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ ismeretében a (2.11) – (2.13) egyenletekben szereplő parciális deriváltak is meghatározhatók. A (2.11) egyenlet bal oldalán szereplő áram szerinti második parciális derivált szolgáltatja a dinamikus induktivitást, amelyet a 3.5. ábra szemléltet.



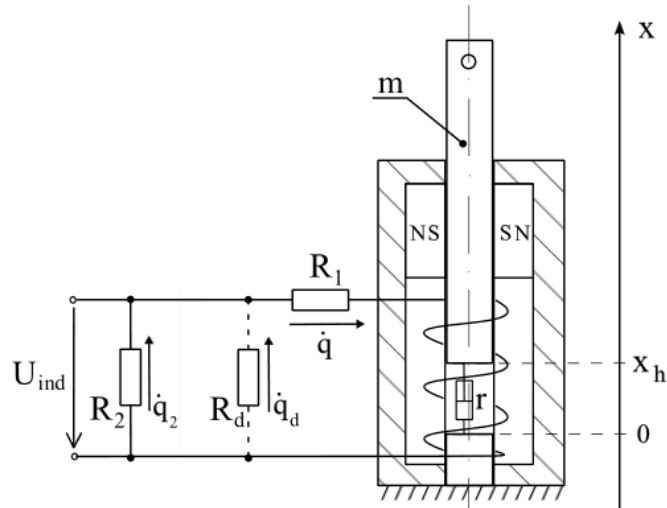
3.5. ábra: Dinamikus induktivitás

A (2.11) egyenlet bal oldalán szereplő vegyes parciális derivált az elektromotoros erő együtthatóját adja, ennek függvénye látható a 3.6. ábrán.



3.6. ábra: Elektromotoros erő együtthatója

A (2.11) – (2.13) differenciálegyenlet-rendszer további tagjait szükséges még előállítani. A permanens mágnes fluxusa és a csillapítási tényező ejtéstesztekből paraméteridentifikációval történik. Az ejtési tesztek során érvényes elektromechanikai modellt mutatja a 3.7. ábra.



3.7. ábra: Ejtési kísérlet elektrodinamikai modellje

A tekercs ellenállását R_1 jelöli, míg az oszcilloszkóp $1 \text{ M}\Omega$ bemeneti ellenállását R_2 . Az ábrán szaggatott vonallal bekötött R_d intuitív módon alkalmazott látens ellenállást jelenti. Ebben az esetben a matematikai modell differenciálegyenletei a disszertációban részletezett módon előállnak

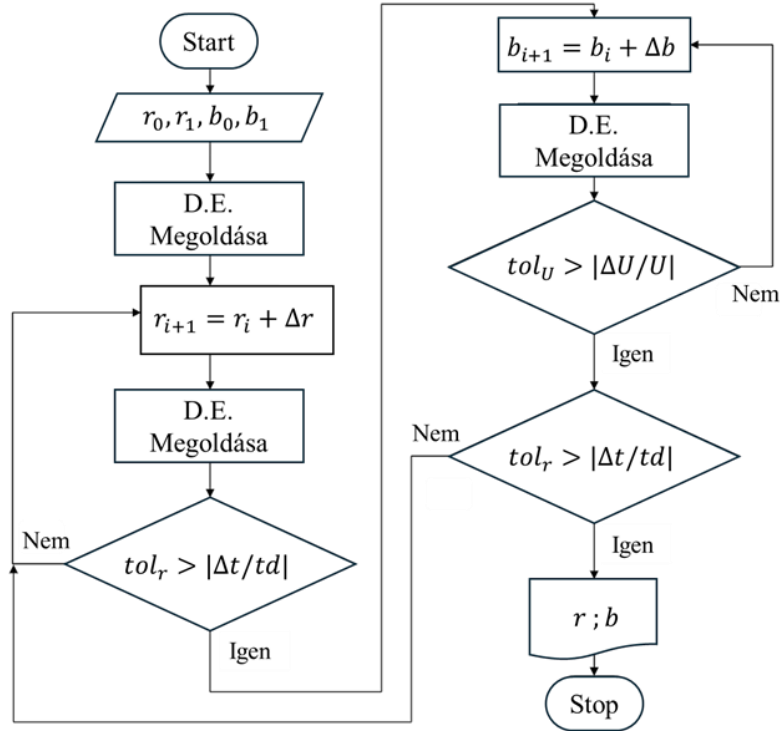
$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} + (R_1 + R_d)\dot{q} = R_d \dot{q}_2 - \lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (3.4)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} = \frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} + \lambda'_p(x)\dot{q} - mg, \quad (3.5)$$

$$0 = -R_2 \dot{q}_2 + R_d(\dot{q} - \dot{q}_2). \quad (3.6)$$

A paraméteridentifikációban a (3.4) – (3.6) egyenleteket a 3.8. ábrán szemléltetett folyamatára szerint ismételten megoldva előáll az r csillapítási tényező és a permanens mágnes fluxusával kapcsolatot teremtő β paraméter, amely [3] alapján

$$F_p(x) = \beta \lambda_p^2(x). \quad (3.7)$$



3.8. ábra: Paraméteridentifikáció folyamatábrája

Az iterációs ciklus előtt az (r_0, b_0) és (r_1, b_1) értékpárookra vonatkozóan meg kell határozni a (t_0, t_1) felütközési időt és az (U_0, U_1) indukált feszültséget, ahol $r_0 = 0$, $b_0 = 0,005$ és $r_1 = 0,25$, $b_1 = b_0$. A 3.8. ábrán a Δr csillapítás és a Δb paraméter növekményei

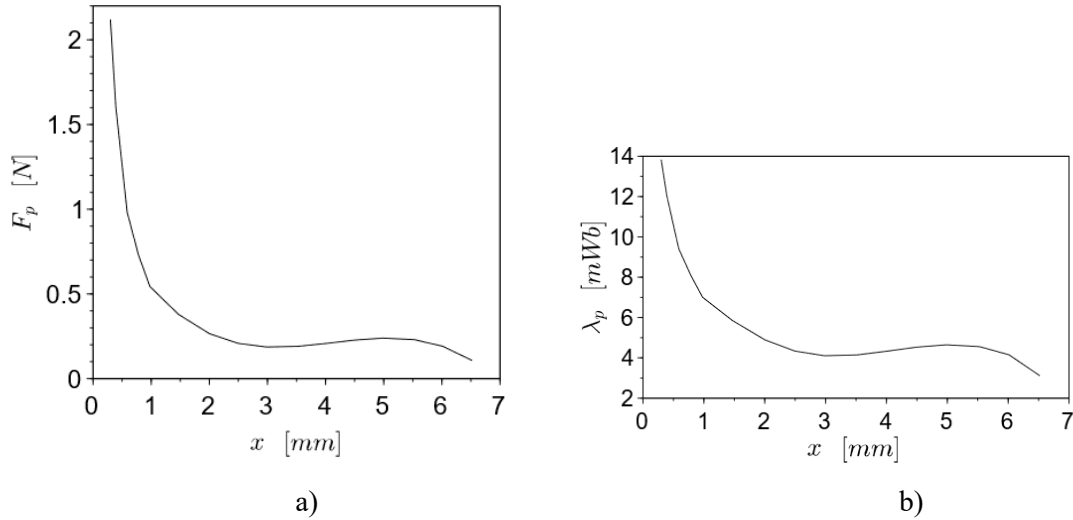
$$\Delta r = r_i \frac{t_m - t_i}{t_i - t_0}, \quad (3.8)$$

$$\Delta b = b_i \frac{U_m - U_i}{U_i}, \quad (3.9)$$

ahol t_m és t_i rendre a mért és a szimulációs felütközési idő, a b_i és a β_i paraméterek közötti kapcsolat pedig

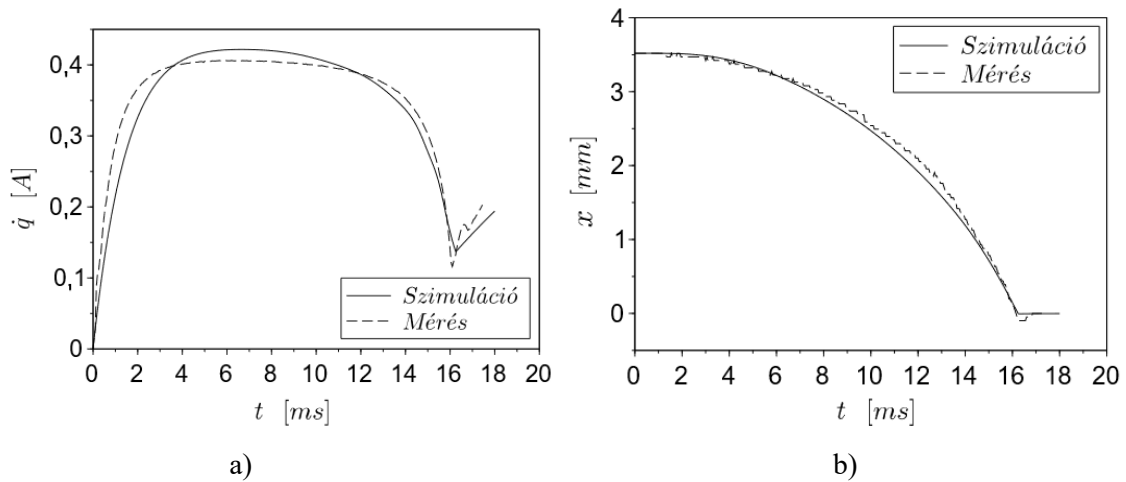
$$\beta_i = \frac{1}{b_i^2}. \quad (3.10)$$

A statikus erőmérésekből előállt a permanens mágnesek $F_p(x)$ erőfüggvénye és a paraméteridentifikációval meghatározott fluxusa $\lambda_p(x)$ látható a 3.9. ábrán.



3.9. ábra: Permanens mágnes a) húzóereje és b) fluxusa a vasmag pozíciójának függvényében

Miután minden szükséges együttható és a rugóerő függvényei is előálltak, az üzemi működés szimulációja és mérése összehasonlítható. A 3.10. ábrán is látható, hogy a szimuláció és a mérés jó egyezést mutat mindkét mennyiség tekintetében.



3.10. ábra: Üzemi működés szimulációjának és mérésének a) áramerősség- és b) elmozdulás görbéi

Az átlagos hibákat, rendre az áramerősség és a pozíció négyzetes középértékét az alábbi képlettel lehet meghatározni

$$e_{RMS\dot{q}} = \sqrt{\frac{1}{T_{sim}} \int_0^{T_{sim}} (\dot{q}_{sim}(t) - \dot{q}_{meas}(t))^2 dt} = 0,024 \text{ A}, \quad (3.11)$$

$$e_{RMSx} = \sqrt{\frac{1}{T_{sim}} \int_0^{T_{sim}} (x_{sim}(t) - x_{meas}(t))^2 dt} = 0,084 \text{ mm}, \quad (3.12)$$

ahol \dot{q}_{sim} , x_{sim} és \dot{q}_{meas} , x_{meas} rendre a szimulált és mért áramerőssége és a vasmag elmozdulása, továbbá T_{sim} a szimulált működési idő.

4. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

1. TÉZIS: A permanens mágnessel tartalmazó szolenoid nemlineáris anyagtörvény diagramján két kiegészítő mágneses energia komponens értelmezett: a $W_{mp}^*(x)$ állandó mágnesé, amely eleve jelen van, továbbá a tekercs gerjesztéséből a $W_{me}^*(x, \dot{q})$ tag adódik. Kifejlesztésre került egy módszer, amely során ejtési kísérletre alapozott paraméteridentifikáció meghatározza az $F_p(x)$ mágneses erő és a fluxus között függvénykapcsolat β paraméterét, és ezáltal az állandó mágnes $\lambda_p(x)$ fluxusát a vasmag pozíciójának függvényében.

Kapcsolódó publikáció: [S3], [S4]

2. TÉZIS: A permanens mágnessel bővített behúzótekeres működését leíró matematikai modell egyenleteiben szereplő együtthatókra vonatkozóan az alábbi megállapítások érvényesek:

- a) A vasmag mozgásából származó indukált feszültség egyrészt a tekercs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiájából, másrészt az állandó mágnes $\lambda_p(x)$ fluxusából származik. Az utóbbiból akkor is adódik indukált feszültség, ha nincs külső feszültségforrás a tekercsre kapcsolva.
- b) A tekercs behúzó ereje három forrásból származik: az állandó mágnes erejéből, a gerjesztett tekercs erejéből, valamint Lenz-törvénye értelmében az állandó mágnes terében mozgó vasmag által gerjesztett indukált feszültségből származó ellentétes irányú erőből.
- c) A tekercs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiájának áramerősség szerinti második parciális deriváltjából számított $L_d(x, \dot{q})$ dinamikus induktivitást elsődlegesen a tekercs műszaki paraméterei (menetszám, átmérő, hossz, vasmag anyaga) határozzák meg, az állandó mágnes a nemlineáris viselkedést fokozza. Az induktitásnak csúcserőssége van a vasmag behúzott pozíciójában, amint a tekercs áramerőssége tart a nullához. Ezt az állítást igazolják a vasmag felütközött helyzetében mért áramerősség görbékből meghatározott időállandók és induktivitások tendenciái.

3. TÉZIS: Energiaalapú leírással előállításra került egy permanens mágnessel bővített, behúzótekerccset tartalmazó elektromechanikai rendszer modellje. A nemlineáris rendszer matematikai modelljét három kapcsolt parciális differenciálegyenlet írja le: két hurok- és egy dinamikai egyenlet, amelyek közül a mozgásegyenlet a vasmag felütközését tökéletesen rugalmatlannak tekinti.

Kapcsolódó publikáció: [S3]

4. TÉZIS: Kifejlesztésre került egy állandó mágnessel bővített behúzótekerccs statikus erőmérésen alapuló módszer a rendszer $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia függvényének numerikus meghatározására. A tekerccs gerjesztetlen állapotában megmérve a vasmagra ható mágneses behúzóerőt diszkrét pozíciókban, és ezt numerikusan integrálva a hely függvényében először előáll az állandó mágnes $W_{mp}^*(x)$ kiegészítő mágneses energiája, mint a hely függvénye. Másodszor rögzített áramerősségek mellett megismételve az erőméréseket és a hely szerinti numerikus integrálásokat, meghatározásra került a tekerccs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiája a vasmag pozíciója és az áramerősség függvényében diszkrét pontokban. Az adott ponthalmazra kétirányú köbös interpolációs spline függvényt illesztve a vizsgált tartomány tetszőleges pontjában előáll a függvényérték és a szükséges parciális deriváltjai.

Kapcsolódó publikáció: [S3], [S5]

A TÉZISEK HASZNOSÍTÁSA ÉS TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉG

A kutatómunka közvetlen eredménye egy szimulációs program, amely az állandó mágneset tartalmazó reteszelt szolenoid, mint aktuátor, működését egy beépített alkalmazásban vizsgálni képes már a tervezés fázisában. Továbbá az itt bemutatott elméleten alapuló módszer alkalmas permanens mágneset tartalmazó elektromechanikai rendszerek dinamikai modellezésére.

A disszertáció csak érintőlegesen foglalkozik a hiszterézis jelenségének figyelembevételével, ehhez egy továbbfejlesztett berendezésre lesz szükség.

AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁHOZ KAPCSOLÓDÓ SAJÁT PUBLIKÁCIÓK

- [S1] Kapitány P., Szabó T.: *Erőmérő cella illesztése a PSoC platformhoz, Doktoranduszok fóruma*, 2022, Miskolc, pp. 54-58., 5p.
- [S2] Kapitány P.: *Mérőeszköz fejlesztése állandó mágnesset tartalmazó elektromágnes vizsgálatához*, XXVI. Tavaszi Szél Konferencia, 2023, Tanulmánykötet I., pp. 494-500., 7p.
- [S3] P. Kapitány, T. Szabó, L. Rónai: *Modelling of Latching Solenoid Including Permanent Magnets*, International Review of Applied Sciences and Engineering (IRASE), (elfogadva, megjelenés alatt), **(Q2, SJR: 0.261)**
- [S4] P. Kapitány, T. Szabó, L. Rónai: *Parameter Identification of Latching Solenoid Including Permanent Magnets*, 2025, Strojnický Casopis, Journal of Mechanical Engineering, Vol.75 No. 2, pp. 31-38., 8p., DOI: 10.2478/scjme-2025-0021, **(Q3, SJR: 0.351)**
- [S5] Kapitány P., Szabó T., Rónai L.: *Elektromágnesek modellezéséhez szükséges mérőberendezés fejlesztése*, 2025, GÉP Vol. 76, No. 3-4, pp. 63-66. 4p. DOI: 10.70750/GEP.2025.3-4.15

A TÉZISFÜZETBEN FELHASZNÁLT IRODALMAK

- [1] Tian H., Zhao Y.: *Coil Inductance Model Based Solenoid on-off Valve Spool Displacement Sensing via Laser Calibration*, Sensors, 2018, Article 4492, doi: 10.3390/s18124492
- [2] Demarchi A., Farçoni L., Pinto A., Lang R., Romero R., Silva I.: *Modelling a Solenoid's Valve Movement*, RoboCup 2017: Robot World Cup XXI, pp. 290-301, doi: 10.1007/978-3-030-00308-1_24
- [3] Janschek, K.: *Mechatronic Systems Design - Methods, Models, Concepts*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012, ISBN 978-3-642-17530-5
- [4] Preumont, A.: *Mechatronics - Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer, 2006, ISBN-13 978-1-4020-4695-7 (HB)
- [5] Düzgün E., Şefkat G.: *The Design and Analysis of a Proportional Solenoid with Experimental Validation of Static and Dynamic Behavior*, Applied Sciences, 2024, Article 11990, doi: 10.3390/app142411990
- [6] Yunhong Z., Zongjie Z., And Rongsheng D.: *Simulation and optimisation design of the solenoid valve*, The Journal of Engineering, Vol. 2019, No. 23, doi: 10.1049/joe.2018.9087
- [7] Hucko S., Tao X., Schmitz K.: *Real-Time Models of Valve Solenoids: An Evaluation of Measurement and Simulation-Based Parameter Identification*, 14th International Fluid Power Conference, 2024, doi: 10.13052/rp-9788770042222C84
- [8] Xu, D., Fei, H.-Z., Liu, P., Zhou, W., Fan, L.-Y.: *Electromagnetic force of high-speed solenoid valve based on correlation analysis*, International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2015, Vol. 8., No. 4.
- [9] Baumgärtel, C., Smith, R. T., Maher, S.: *Accurately predicting electron beam deflections in fringing fields of a solenoid*, 2020, Scientific Reports, Vol. 10, doi:10.1038/s41598-020-67596-0
- [10] Cong, M., Zhang, S., Chen, X., Zhou, K.: *Finite element simulation and structure optimization of HTS solenoid*, Frontiers in Materials, 2022, doi: 10.3389/fmats.2022.1109896
- [11] Kiss, K. L., Orosz, T.: *Numerical modelling of a solenoid optimization problem with a superposition-based model order reduction method*, ScienceDirect, 2025, Computers & Structures, Vol. 316, doi: 10.1016/j.compstruc.2025.107906
- [12] Masoud Abedinifar, Seniz Ertugrul, Gökhan Tansel Tayyar: *Design optimization of a solenoid actuator using particle swarm optimization algorithm with multiple objectives*,

- Advances in Mechanical Engineering, Vol. 14. No. 11, 2022, doi: 10.1177/16878132221135737
- [13] Lee, H.S., Kim, Y.S.: *Design of Permanent Magnet Solenoid Valve for Electric Vehicle AVH*, Int. J Automot. Technol., 2023, Vol. 24, pp. 1643–1653, doi: 10.1007/s12239-023-0132-4
- [14] Hak-Sun Lee, Sang-Gyun Park, Myoung-Pyo Hong, Han-Jin Lee, Young-Suk Kim: *A Study on the Manufacture of Permanent Magnet Traction Control Valve for Electronic Stability Control in Electric Vehicles*, Applied Sciences, 2021, Vol. 11., No. 17, doi:10.3390/app11177794
- [15] Thomas Bödrich: *Electromagnetic Actuator Modelling with the Extended Modelica Magnetic Library*, Germany, The Modelica Association, 2008, 221-227 (7 pages)
- [16] Wellstead, P. E.: *Introduction to Physical System Modelling*, Academic Press Ltd., London, 1979, ISBN 0-12-744380-0
- [17] Szabó, T., Rónai, L.: *Generalized Displacements and Momenta Formulations of an Electromechanical Plunger*, Journal of Computational and Applied Mechanics, 2020, Vol. 15., No. 2., doi:10.32973/jcam.2020.010
- [18] Nagy, L.; Szabó, T.; Jakab, E.: *Electro-Dynamical Modeling of a Solenoid Switch of Starter Motors*, Procedia Engineering, 2012, Vol. 48, doi: 10.1016/j.proeng.2012.09.538
- [19] Nagy, L.; Szabó, T.; Jakab, E.: *Electromechanical modeling of a pinion-engaging mechanism for starter motors*, Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences, 2013, Vol. 8, No. 1, doi: 10.1556/Pollack.8.2013.1.9
- [20] Hossain, M. S.: *An Optimum Design for a Fast-Response Solenoid Valve*, Dynamics, 2024, Vol. 4., No. 2, doi: 10.3390/dynamics4020024
- [21] Hadziselimovic M., Virtic P., Stumberger G., Marcic T., Stumberger B.: *Determining force characteristics of an electromagnetic brake using co-energy*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2008, Vol 320, No 20, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.04.013
- [22] N. Doinikov, V. Kukhtin, E. Lamzin, B. Mingalev, Yu. Severgin, S. Sytchevsky: *The Computation of the Dynamic Inductance of Magnet Systems and Force Distribution in Ferromagnetic Region on the Basis of 3–D Numerical Simulation of Magnetic Field*, IEEE 1996, pp. 2359-2360
- [23] Guo Y., Zhu J., Lu H., Jin J.: *Computation of Incremental Inductances for Nonlinear Dynamic Analysis of a Claw Pole SMC Motor*, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2007, Vol. 15., No 3., pp. 254-257.

- [24] Lu H., Zhu J., Guo Y.: *Calculation of Differential Inductances of a Tubular Linear PM Actuator*, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2007, Vol 15, No. 3, pp 254-258.
- [25] Stumberger G., Plantic Z., Stumberger B., Marcic T.: *Impact of static and dynamic inductance on calculated time response*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 3., pp 190-193.
- [26] Qinghui Yuan, Perry Y. Li: *Modeling and control of a dual-solenoid actuator for unstable valve*, Minnesota, 2004
- [27] Q. Yu, Q. Wang, K. Zhang, W. Zheng: *Simulation research on dynamic performance of the new type high-pressure solenoid valve*, Mechanical Engineering Science, 2020, Vol. 2., No. 2, doi: 10.33142/mes.v2i2.3165
- [28] N. M. Noaman, A. S. Gatea, A. J. Humaidi, S. K. Kadhim, A. F. Hasan: *Optimal Tuning of PID-Controlled Magnetic Bearing System for Tracking Control of Pump Impeller in Artificial Heart*, Journal Européen des Systèmes Automatisés, 2023, Vol. 56, No. 1, pp. 21-27, doi: 10.18280/jesa.560103
- [29] Humaidi, A. J., Kadhim, S. K., & Gataa, A. S.: *Development of a Novel Optimal Backstepping Control Algorithm of Magnetic Impeller-Bearing System for Artificial Heart Ventricle Pump*, Cybernetics and Systems, 2020, Vol. 51, No. 4, pp. 521–541. doi: 10.1080/01969722.2020.1758467
- [30] Humaidi, A. J., Kadhim, S. K., & Gataa, A. S.: *Optimal Adaptive Magnetic Suspension Control of Rotary Impeller for Artificial Heart Pump*, Cybernetics and Systems, 2021, Vol. 53, No. 1, pp. 141–167. <https://doi.org/10.1080/01969722.2021.2008686>
- [31] Yudell, A. C., Van de Ven, J. D.: *Predicting solenoid valve spool displacement through current analysis*, International Journal of Fluid Power, 2015, Vol. 16, No. 3, pp. 133-140, doi: 10.1080/14399776.2015.1068549
- [32] Harrie A C Tilmans: *Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems*, Journal of Micromechanics and Microengineering, 19959, Vol. 6, No. 1, pp. 157-176, doi: 10.1088/0960-1317/6/1/036
- [33] J.M. Ramírez, F. Castañon, J. Espeche: *A computational method for modeling the multi-physical interactions of electromagnetic wind energy harvesters in tandem arrangement*, Extreme Mechanics Letters, 2023, Volume 61, ISSN 2352-4316, <https://doi.org/10.1016/j.eml.2023.102028>.
- [34] Demarchi, Arthur & Farconi, Leonardo & Pinto, Adam & Lang, Rafael & Romero, Roseli & Silva, Ivan: *Modelling a Solenoid's Valve Movement*, (In book: RoboCup 2017: Robot

- World Cup XXI, pp.290-301); Lecture Notes in Computer Science, 2018, doi: 10.1007/978-3-030-00308-1_24,
- [35] O. Gomis Bellmunt, Samuel Galceran-Arellano, Antoni Sudria-Andreu, Daniel Montesinos-Miracle: *Linear electromagnetic actuator modeling for optimization of mechatronic and adaptronic systems*, Mechatronics, 2006, Vol. 17, No. 2, pp. 153-163., doi: 10.1016/j.mechatronics.2006.07.002
- [36] J. Aslam, S. O. Gilani, W. H. Tanveer, E. Uddin, S. Ali and Y. Younis: *A comparison of lumped parameter models of modified hybrid electromechanical valve actuator*, IEEE Canadian Conference of Electrical and Computer Engineering (CCECE), Edmonton, AB, Canada, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/CCECE.2019.8861886.
- [37] N. Gabdullin and J. Ro: *Novel Non-Linear Transient Path Energy Method for the Analytical Analysis of the Non-Periodic and Non-Linear Dynamics of Electrical Machines in the Time Domain*, IEEE, 2019, Vol. 7, pp. 37833-37854, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2905856.
- [38] G. Tod, A. P. Ompusunggu, E. Hostens: *An improved first-principle model of AC powered solenoid operated valves for maintenance applications*, ISA Transactions, 2023, Vol. 135, pp. 551-566, ISSN 0019-0578, doi: 10.1016/j.isatra.2022.09.032.
- [39] Zahidi, Abdallah & Amrane, Said & Azami, Nawfel & Nasser, Naoual.: *Monitoring of solenoid parameters based on neural networks and optical fiber squeezer for solenoid valves diagnosis*, International Journal of Electrical and Computer Engineering, 2021, Vol. 11., pp. 1697-1708., doi:10.11591/ijece.v11i2.pp1697-1708.
- [40] Niklas König and Matthias Nienhaus Laboratory: *A Solution to Ambiguities in Position Estimation for Solenoid Actuators by Exploiting Eddy Current Variations*, Actuation Technology, Saarland University, Saarbrücken, Germany, Sensors 2020, Vol. 20, No. 12, doi: 10.3390/s20123441
- [41] Hadziselimovic M., Blaznik M., Stumberger B., Zagradisnik I.: *Magnetically Nonlinear Dynamic Model of a Series Wound DC Motor*, Przeglad Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 12b., pp 60-64.,
- [42] M. Taghizadeh, A. Ghaffari, F. Najafi: *Modeling and identification of a solenoid valve for PWM control applications*, Comptes Rendus Mécanique, 2009, Volume 337, No 3, pp. 131-140, doi: 10.1016/j.crme.2009.03.009
- [43] Jae-Man R., Sun-Ho C, Chang-Su H.: *The Influence of Permanent Magnet on the Bouncing of Latching Relay*, Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers, 2013, Vol. 27, No. 4, doi:10.5207/JIEIE.2013.27.4.041.

- [44] J. Choi, J. H. Ahn and H. Y. Kim: *Modeling the Dynamic Behavior of a Pilot-Operated Solenoid Valve for an Ultra-High Pressure Vessel*, Applied Sciences, 2021, Vol. 11, No. 5, 2329, doi: 10.3390/app11052329
- [45] N. D. Vaughan, J. B. Gamble: *The Modeling and Simulation of a Proportional Solenoid Valve*, J. Dyn. Sys., Meas., Control, 1996, Vol. 118, No. 1, pp. 120-125
- [46] Zhu, X., Meng X., Juntao Y., Xinyu L.: *Design and optimization of a novel solenoid with high field uniformity*, Scientific Reports, 2024, Vol. 14, No. 1, doi: 10.1038/s41598-024-76501-y
- [47] Eyabi P, Washington G: *Modeling and sensorless control of an electromagnetic valve actuator*, Mechatronics, 2006, Vol. 16, No. 3, pp. 159–175., doi: 10.1016/j.mechatronics.2005.11.008
- [48] Shuangpeng Hao, Baoming Li: *Calculating the magnetic force of solenoid inductor wound by rectangular cross-section conductor*, IET Electric Power Applications, 2021, Vol. 15., No. 9., pp. 1154-1160, doi: 10.1049/elp2.12085
- [49] Andrzej Waindok, Bronislaw Tomczuk, Dariusz Koterak: *Modeling of Magnetic Field and Transients in a Novel Permanent-Magnet Electromagnetic Valve Actuator*, Sensors, 2020, Vol. 20, No. 9, 2709, doi: 10.3390/s20092709
- [50] Sacadura J.F., Baillis D.: *Experimental Characterization of Thermal Radiation Properties of Dispersed*, Elsevier, *International Journal of Thermal Sciences*, 2002, Vol. 41, No. 7, pp. 699–707, doi: 10.1016/S1290-0729(02)01365-0
- [51] Tristan Braun, Johannes Reuter, Joachim Rudolph: *Position Observation for Proportional Solenoid Valves*, 2016, IFAC, Vol. 49, No. 21, pp. 74 – 79., doi: 10.1016/j.ifacol.2016.10.513
- [52] J. L. Perona-Navarro, A. Palomar-Torres, Eloisa Torres-Jimenez, Octavio Armas: *Parameters sensitivity analysis in a solenoid common-rail injector model*, Renewable Energy and Power Quality Journal, 2020, Vol. 18, No. 3, pp. 250-254, doi: 10.24084/repqj18.286
- [53] Páczelt I., Szabó T: *Application of the augmented Lagrangian technique for solution of contact optimization problems*, Transactions on Engineering Sciences, 1995 WIT Press, www.witpress.com, ISSN 1743-3533, Proceedings of Second International Conference Contact Mechanics: Computational Mechanics Publications, pp 249-256.
- [54] Giuseppe Fedele: *A new method to estimate a first-order plus time delay model from step response*, Journal of The Franklin Institute, 2009, Vol. 346, No. 1, pp. 1–9. doi: 10.1016/j.jfranklin.2008.05.004

- [55] George Acioli Junior: *On Simple Identification Techniques for First-Order plus Time-Delay Systems*, IFAC Proceedings Volumes, 2009, Vol. 42, No. 10, pp. 605–610., doi: 10.3182/20090706-3-FR-2004.00100
- [56] B.A. León de la Barra, Lihua Jin, Y.C. Kim, M. Mossberg: *Identification of First-Order Time-Delay Systems Using Two Different Pulse Inputs*, IFAC World Congress Proceedings, 17th IFAC World Congress (IFAC'08) Seoul, Korea, July 6-11, 2008, pp. 14366-14371, doi: 10.3182/20080706-5-KR-1001.1552
- [57] S. Ahmed, B. Huang, S.L. Shah: *Identification from step responses with transient initial conditions*, Journal of Process Control, 2008, Vol. 18., No. 2, pp. 121-130, doi: 10.1016/j.jprocont.2007.07.009
- [58] Nourdine Aliane: *Teaching experience for process identification using first-order-plus-time-delay models*, Computer applications in engineering Education, 2024, doi: 10.1002/cae.22794
- [59] Muhammad Hilmi R.A. Aziz, Rosmiwati Mohd-Mokhtar, Liuping Wang: *Identification of step response estimates utilizing continuous time subspace approach*, Journal of Process Control, 2013, Vol. 23, No. 3, pp. 254–270., doi: 10.1016/j.jprocont.2012.12.002

