

**MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR
SZERSZÁMGÉPÉSZETI ÉS MECHATRONIKAI INTÉZET**



**ÁLLANDÓ MÁGNEST IS TARTALMAZÓ ELEKTROMÁGNESEK
NEMLINEÁRIS VIZSGÁLATA**

PHD ÉRTEKEZÉS

Készítette:
Kátai Kristófné
(születési név: **Kapitány Pálma**)
okleveles mechatronikai mérnök

**SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
GÉPEK ÉS SZERKEZETEK TERVEZÉSE TÉMATERÜLET
MECHATRONIKAI RENDSZEREK TERVEZÉSE TÉMACSOPORT**

Doktori Iskola- és a tématerület vezetője:
Vadászné Prof. Dr. Bognár Gabriella
DSc, egyetemi tanár

Témacsoport és tudományos vezető:
Dr. Szabó Tamás
PhD, ny. egyetemi docens

Társtémavezető:
Dr. Rónai László
PhD, egyetemi docens

**Miskolc
2026**

TARTALOMJEGYZÉK

TARTALOMJEGYZÉK	II
NYILATKOZAT.....	IV
TÉMAVEZETŐI AJÁNLÁS.....	V
JELÖLÉSEK JEGYZÉKE.....	VII
1. BEVEZETÉS.....	11
2. TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK.....	13
2.1. Szakirodalmi áttekintés	13
2.2. Célkitűzés	20
3. ELMÉLETI MODELL FELÉPÍTÉSE ENERGIAALAPÚ MÓDSZERREL	21
3.1. Bővített Hamilton-elv (töltésre és elmozdulásra).....	22
3.1.1. Elektromechanikai rendszer Lagrange-függvénye (töltésre és elmozdulásra)	23
3.1.2. Nem konzervatív elemek virtuális munkanövekményei.....	24
3.1.3. A másodfajú Lagrange-egyenlet (töltésre és elmozdulásra)	25
3.1.4. Egy egyszerű szolenoid modellje	26
3.2. Állandó mágnessel tartalmazó behúzótekerccs modellje	27
3.2.1. Az elektromechanikai jellemzők meghatározása a permanens mágnessel nélkül	28
3.2.2. Az elektromechanikai jellemzők meghatározása permanens mágnessel.....	31
3.2.3. A vasmag felütközési dinamikájának figyelembevétele.....	35
4. EGYEDI TERVEZÉSŰ MÉRŐBERENDEZÉS	37
4.1. A mérőrendszer általános bemutatása	37
4.2. Statikus erőmérések gépészeti konstrukciója	39
4.3. Mérőrendszer elektronikai felépítése, kalibrációja, pontossága.....	40
4.4. Nemlineáris rugó karakterisztikájának mérése.....	50
4.5. Ejtési teszthez tartozó mérési konstrukció	51
4.6. Üzemi működés vizsgálatához tartozó mérési konstrukció.....	52

5. RENDSZER PARAMÉTEREK MEGHATÁROZÁSA	53
5.1. A kiegészítő mágneses energiafüggvény és deriváltjai	53
5.2. Permanens mágnes fluxusának meghatározása	55
5.2.1. Mérés és a szimuláció felépítése ejtési kísérletekhez	55
5.2.2. Fluxusra és csillapításra vonatkozó paraméteridentifikáció	58
5.3. Üzemi működés mérési és szimulációs eredményei	62
TÉZISEK – ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK.....	65
THESES – NEW SCIENTIFIC RESULTS	67
ÖSSZEFOGLALÁS	69
SUMMARY	71
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	73
IRODALOMJEGYZÉK.....	74
DISSZERTÁCIÓHOZ KAPCSOLÓDÓ SAJÁT PUBLIKÁCIÓK	80
ÁBRAJEGYZÉK.....	81
TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE	83

NYILATKOZAT

Alulírott Kapitány Pálma büntetőjogi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskolába beadott „Állandó mágness is tartalmazó elektromágnesek nemlineáris vizsgálata” című PhD értekezés önálló munkám eredménye, az irodalmi hivatkozások egyértelműek és teljeseek.

Miskolc, 2026. január 22.

.....
Kapitány Pálma

TÉMAVEZETŐI AJÁNLÁS

Kapitány Pálma 2015 szeptemberében kezdte meg tanulmányait a Miskolci Egyetemen, mint mechatronikai mérnök BSc-s hallgató. Már alapszakon is nagy fokú hallgatói aktivitást mutatott, tudományos cikkek társszerzője volt már ekkor. Mesterszakos tanulmányai során többször részt vett intézményi TDK konferencián, amelyek során foglalkozott kábelrobot modell tervezésével, valamint elektromechanikus szelep nemlineáris modellezésével. Utóbbi témával 2021-ben az Országos Tudományos Diákköri Konferencián első helyezést ért el, valamint ez szolgáltatta a doktori kutatásának az alapjait.

Egyetemi tanulmányai során többször elnyerte a Gépészmérnöki és Informatikai Kar tanulmányi emlékérmét. 2019-ben a Nemzeti Felsőoktatási ösztöndíjat-, 2020-ban pedig ÚNKP ösztöndíjat is nyert. Mindezen eredmények is méltán tükrözik Pálma tudományos élet iránti elhivatottságát.

A Robert Bosch Mechatronikai Intézeti Tanszékén kutatásokba is bekapcsolódott, amelyek során például BLDC motorok számára egy tesztpadot hozott létre. Külön kiemelő, hogy időt nem kímélve a mechatronikus hallgatókkal külön foglalkozások keretében konzultál változatos projekt témákban.

Az oktatásban is aktívan közreműködik, több tantárgy gyakorlatát vezette és vezeti, mint például a Mechatronika alapjai és az Aktuátorok, szenzorok, valamint a Tervezés és gyártás eszközei. Ezen felül az utóbbi évben a Mechatronikai rendszerelmélet előadását és gyakorlatát is vitte. A hallgatók szakdolgozatának, illetve projektfeladatának konzultálásával is foglalkozott. Munkáját dicséri még, hogy egy hallgatója első helyezést ért el a helyi TDK konferencián.

A doktori képzésre 2020/21 II. félévében nyert felvételt. A kutatási témájának a címe: Állandó mágneset is tartalmazó elektromágnesek nemlineáris vizsgálata. Az eddig elvégzett kutatásokból több eredmény is született, amelyekből konferenciaelőadások megtartása történt meg, valamint tudományos cikkek készültek.

A doktori képzés első két évében Pálma a kötelező tantárgyakat teljesítette, illetve a kutatási területhez tartozó szakirodalmak áttekintését is elkezdte. Továbbá egy mérőrendszer megtervezésével, megépítésével foglalkozott, amely alkalmas a kutatási témában írt elektromechanikai rendszer vizsgálatára. A kétéves időszakot egy sikeres komplex vizsgálattal zárta, majd a kutatási fázisban az energiaalapú modell előállításával és igazolásával-, továbbá a mérőrendszer által szolgáltatott adatok feldolgozásával foglalkozott.

A doktori képzésben eltöltött időszakban Pálma bebizonyította, hogy alkalmas az önálló tudományos kutatómunkára a mechatronika területén. Az értekezésének elkészítése alapos munkát tükröz, az eddig elért tézis értékű eredmények jól mutatják elektromechanikai rendszerek modellezésében való jártasságát.

Miskolc, 2026. január 22.

Dr. Szabó Tamás
témavezető,
ny. egyetemi docens

Dr. Rónai László
társtémavezető, egyetemi docens,
intézeti tanszékvezető

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

I	általánosított impulzus
F	általánosított erő
T	általánosított kinetikai energia
T^*	általánosított kiegészítő kinetikai energia
x	általánosított elmozdulás
v	általánosított sebesség
V	általánosított potenciális energia
V^*	általánosított kiegészítő potenciális energia
λ	Fluxus, tekercs fluxusa
U	Feszültség
W_m	mágneses energia
W_m^*	kiegészítő mágneses energia
q	elektromos töltés
i	elektromos áramerősség
W_e	elektromos energia
W_e^*	kiegészítő elektromos energia
\mathcal{L}	Lagrange-függvény
$\overline{\delta W}_{nc}$	nem konzervatív rendszerelemek virtuális munkája
t_1	a megfigyelés kezdeti időpontja
t_2	a megfigyelés végső időpontja
n alsó index	egyszerűbb jelölés kedvéért n db elektromos elemről beszélünk egy általános elektromechanikai rendszer esetén
m alsó index	egyszerűbb jelölés kedvéért m db mechanikai elemről beszélünk egy általános elektromechanikai rendszer esetén
q_k	lehetséges töltések, ahol $k = 1, 2, \dots, n$
\dot{q}_k	lehetséges áramerősségek, ahol $k = 1, 2, \dots, n$
x_l	lehetséges elmozdulások, ahol $l = 1, 2, \dots, m$
\dot{x}_l	lehetséges sebességek, ahol $l = 1, 2, \dots, m$
R_k	elektromechanikus rendszerben ohmos ellenállások, ahol $k = 1, 2, \dots, n$
U_k	elektromechanikus rendszerben feszültségforrás, ahol $k = 1, 2, \dots, n$
r_l	elektromechanikus rendszerben csillapítás, ahol $l = 1, 2, \dots, m$
F_l	elektromechanikus rendszerben erőforrás, ahol $l = 1, 2, \dots, m$
δq_k	a töltés virtuális megváltozása

δx_l	virtuális elmozdulás
t	általános értelemben az időt jelöli
U_0	feszültségforrás adott példákban
R	ohmos ellenállás, adott példában tekercs ellenállása
\dot{q}	töltés idő szerinti deriváltja, elektromos áramerősség
$F_s(x)$	nem lineáris merevségű rugó ereje
r	nem lineáris merevségű rugó belső csillapítása
x_h	a vasmag kezdeti pozíciója
m	a vasmag tömege, illetve a vele mozgó szerkezeti elemek tömege
$T^*(\dot{x})$	kiegészítő kinetikai energia
$W_m^*(x, \dot{q})$	kiegészítő mágneses energia
$V_p(x)$	potenciális energia
g	gravitációs gyorsulás
L_d	dinamikus/ differenciális/ inkrementális induktivitás
L_s	statikus/szekáns/látszólagos induktivitás
j alsó index	tetszőleges pont a fluxus-áramerősség diagramon
$W_m(x, \lambda)$	mágneses energia
F_{ex}	vasmagon mért erő
I_s	rögzített áramerősség értékek, ahol $s = 1, \dots, M$
M	adott árammérési pontok száma
L_h	tekercs induktivitás x_h pozícióban
x_r	adott vasmag-pozíció értékek, ahol $x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$
λ_p	permanens mágnes fluxusa
λ_e	tekercs fluxusa
$W_{mp}^*(x)$	permanens mágnes kiegészítő mágneses energiája
$W_{me}^*(x)$	gerjesztett tekercs kiegészítő mágneses energiája
P	teljesítmény
U_{ind}	vasmag mozgásából származó indukált feszültség
\dot{q}_{ind}	tekercsen érvényes áramerősség mozgási indukció esetén
F_{ind}	indukcióból származó erőhatás
$W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$	állandó mágnessel bővített behúzótekercs kiegészítő mágneses energiája
$F_p(x)$	állandó mágnes húzóereje
β	kvadratikus függvénykapcsolat együtthatója
F_{cont}^d	vasmag felütközésekor érvényes kontakterő

$\dot{x}(t_n), \dot{x}(t_{n+1})$	rendre a vasmag az ütközés előtti és utáni sebessége
V_p^α	érintkezési feladat potenciális energiája
α	érintkezési feladathoz büntető paraméter
$\bar{g}(x)$	érintkezési feladathoz büntető függvénye (gap function)
$V_p^c(x)$	vasmag felütközéskor érvényes potenciális energia
L_g	induktivitás klasszikus RL áramkör esetén
R_g	ohmos ellenállás klasszikus RL áramkör esetén
τ_g	időállandó klasszikus RL áramkör esetén
R52 ... R54	erőmérés áramköri ellenállásai
$Up (+)$	erőmérés áramköri műveleti erősítő pozitív oldali feszültségforrása
$Up (-)$	erőmérés áramköri műveleti erősítő negatív oldali feszültségforrása
\dot{q}_d	ejtési kísérletek során a rendszerben érvényes áramerősség
\dot{q}_2	ejtési kísérletek során R_2 ellenálláson átfolyó áram
δq_2	ejtési kísérletek során érvényes q_2 töltés virtuális megváltozása
R_d	ejtési kísérletek során a látszólagos ellenállás
R_1	ejtési kísérletek során a tekercs belső ellenállása
R_2	ejtési kísérletek során a mérőműszer bemeneti ellenállása
t_f	ejtési kísérletek során mért esési idő
τ_d	időállandó ejtési kísérletek esetén
L_d^{max}	a vizsgált behúzótekercs dinamikus induktivitásának csúcscértéke
tol_r	paraméteridentifikáció csillapítására vonatkozó tolerancia
tol_U	paraméteridentifikáció feszültségcsúcsra vonatkozó tolerancia
r_0	paraméteridentifikáció nulladik csillapítása
b_0	paraméteridentifikáció nulladik segédváltozója
r_1	paraméteridentifikáció első csillapítása
b_1	paraméteridentifikáció első segédváltozója
r_i	paraméteridentifikáció i -edik csillapítása
b_i	paraméteridentifikáció i -edik segédváltozója
β_i	paraméteridentifikáció i -edik kvadratikus függvénykapcsolat együtthatója
t_0	paraméteridentifikáció nulladik iterációs időpontja
t_1	paraméteridentifikáció első iterációs időpontja
U_0	paraméteridentifikáció nulladik iteráció feszültségcsúcsa
U_1	paraméteridentifikáció első iteráció feszültségcsúcsa
t_m	kísérletileg mért időpont

t_i	paraméteridentifikáció i -edik iterációs időpontja
U_m	kísérletileg mért feszültségcsúcs
U_i	paraméteridentifikáció i -edik iteráció feszültségcsúcsa
Δr	paraméteridentifikáció csillapítás növekménye
Δb	paraméteridentifikáció segédváltozójának növekménye
N_{iter}	iterációs lépések száma
$e_{\dot{q}}$	behúzási folyamat relatív hibája áramerősség görbe csúcsértékére
\dot{q}_{sim}	behúzási folyamat szimulációs áramerősség görbe értéke
\dot{q}_{meas}	behúzási folyamat mérési áramerősség görbe értéke
e_T	behúzási folyamat relatív hibája felütközési időre
T_{sim}	behúzási folyamat felütközési idejének szimulációs értéke
T_{meas}	behúzási folyamat felütközési idejének mért értéke
$e_{RMS\dot{q}}$	négyzetes középérték hiba az áramerősség vonatkozásában
e_{RMSx}	négyzetes középérték hiba az elmozdulás vonatkozásában
$error_{\dot{q}}$	négyzetes középérték relatív hibája áramerősség csúcs vonatkozásában
$error_x$	négyzetes középérték relatív hibája elmozdulás vonatkozásában

1. BEVEZETÉS

Az elektromágnes széles körben elterjedt villamos eszköz, amely működésének alapjait Faraday ismerte fel 1831-ben. Permanens mágneset mozgatott egy elektromos vezető közelében, és galvanométer segítségével észlelte, hogy elektromos áram jelenik meg a vezetőben, de mikor megáll a mágnes az áramerősség megszűnik. Ezt a jelenséget elektromágneses indukciónak hívjuk.

Az elmúlt 200 évben nagyfokú technikai fejlődés történt, amelynek eredményeként széles körben alkalmazzák az elektromágneseket mérnöki alkalmazásokban. Beleértve a reléket és a mágneses kapcsolókat, az autóiipari indítómotorokat, a hidraulikus és pneumatikus szelepeket, valamint a biztonsági rendszereket, például az ajtó- és mágneszárat vagy a vészleállító mechanizmusokat.

Az elektromágnesek előfordulnak mind váltakozóáramú, és mind egyenáramú rendszerekben. Tekercs fogalma alatt légmagos változatot értünk, míg szolenoidnak hívjuk, ha vasmagot is tartalmaz. A behúzótekercsben a vasmag mozgásra képes, így elektromechanikai rendszerekben aktuátorként is alkalmazzák. A behúzótekercsek egyik alkalmazási területében a vasmag reteszélése történhet mechanikusan (rugóval) vagy állandó, azaz permanens mágnes alkalmazásával. Az utóbbit a nemzetközi szakirodalmak, illetve katalógusok angolul „latching solenoid”-nak neveznek.

A mérnöki munkában alapvető elvárás, hogy egy mechatronikai rendszer tervezése során rendelkezésre álljanak olyan szimulációs programok, amelyek a beépítésre szánt szolenoidok működését helyesen szimulálják. A modellezés folyamatára több lehetőség is mutatkozik, például: szakkönyvekben megtalálható analitikus összefüggések alkalmazása, közelítő numerikus módszerek felhasználása, mint végeselem-módszer (Finite Element Method – FEM), véges térfogatok-módszere (Finite Volume Method – FVM), peremelem-módszer (Boundary Element Method – BEM). Energiaalapú módszerek is rendelkezésre állnak koncentrált paraméterű elektromechanikai rendszerek leírására.

Jelen disszertáció permanens mágneset is tartalmazó behúzótekercs modellezését tűzi ki célul, amelynek alkalmazása a 2000-es évektől megnövekedett az energiahatékony megoldásokban. Az ilyen szolenoidok modellezése kihívást jelent, mert nemcsak a vasmag reteszelését biztosítja, hanem hatással van a rendszer dinamikájára, a vasmag telítődésére és ezáltal a szolenoid nemlineáris viselkedésére. Koncentrált paraméterű mechatronikai rendszerek modellezésénél előnyösen alkalmazható az energiaalapú megközelítési mód, mivel egységes

szemléletben kezeli a villamos és mechanikai jelenségeket egyaránt. Ennek az elmélete a bővített Hamilton-elven alapszik és a belőle származtatható másodfajú Lagrange-egyenleteken. A permanens mágnesset tartalmazó szolenoid modellezését lehet tisztán elméleti úton megvalósítani, vagy méréseken alapuló módszerekkel. Ezen disszertációban alkalmazott módszer alapvetően statikus erőmérésekre, illetve dinamikus tesztekre támaszkodik. Az előbbi a szolenoid összetett kiegészítő mágneses energiájának, míg az utóbbi a dinamikus viselkedésre jellemző mozgási indukciót meghatározó permanens mágnes fluxusának, illetve csillapítási tényezőnek meghatározásához szükséges. A mérések elvégzéséhez megfelelő követelményrendszer felállítását követően egy, moduláris felépítésű egyedi mérőberendezés fejlesztése nélkülözhetetlen, amely alkalmas legyen különböző típusú tesztek elvégzésére. Mindezek a mérések nemcsak a modellalkotáshoz szükségesek, hanem a szimulációs eredmények validálásához.

A dolgozat második fejezete a szolenoid témához szorosan kapcsolódó szakirodalmat tekinti át, és ez alapján megfogalmazza a kutatás főbb céljait. A harmadik fejezet a permanens mágnesset tartalmazó szolenoid energiaalapú modellezésével foglalkozik. A differenciálegyenlet-rendszer származtatása során az erőmérésből meghatározható kiegészítő mágneses energia fontos szerepet játszik. A negyedik fejezetben az egyedi tervezésű félautomata mérőrendszer kerül bemutatásra, míg az ötödik fejezetben az erőmérésen alapuló kiegészítő mágneses energia és az elektromechanikai együtthatók meghatározása történik meg. A fejezet vége az üzemi működés folyamatának szimulációját hasonlítja össze mérésekkel. Az új tudományos eredmények az értekezés végén négy különálló tézisben kerültek megfogalmazásra. Ezek a disszertáció releváns helyein „*Megjegyzés: ...*” formában is ki vannak emelve.

2. TUDOMÁNYOS ELŐZMÉNYEK

A következőkben szakirodalmi áttekintés történik, amely kitér a kutatásoknál alkalmazott módszerekre (analitikus, koncentrált- és elosztott paraméterű modellek). Az irodalom áttekintésekor külön figyelmet kell fordítani a permanens mágneset valamilyen módon tartalmazó rendszerekre. A 2.1. alfejezetben a szakirodalmi áttekintés történik meg, majd ennek eredményeként a 2.2. alfejezetben a célkitűzések kerülnek megfogalmazásra.

2.1. Szakirodalmi áttekintés

Az elektromágnesek modellezésére háromféle módszer terjedt el: analitikus, numerikus, részben analitikus és empirikus. Az első erősen idealizált és gyors számításokat tesz lehetővé, a húzóerőt és a lökethosszt a reluktancia (mágneses ellenállás) és az induktivitás alapján becsüli meg [1], [2].

Az [1] tanulmány célja egy analitikus modell kidolgozása a tekercs induktivitása alapján az orsó elmozdulásának érzékelésére. Első lépésben a tekercs induktivitásának matematikai modelljét származtatja a légrés szélességének és a csoportos mágneses reluktancia függvényében. Másodsor, a tekercsáramból származó induktivitás megoldásához egy optimalizálást javasol a fizikai korlátokon alapuló kezdeti érték előállítására. A kapott empirikus reluktancia-modell felhasználásával az ismeretlenek kiküszöbölésre kerültek a javasolt légrés-induktivitás modellből. A modellt száraz, illetve hidraulikaolajos környezetben tesztelték. Ez a rendszer nem tartalmaz permanens mágneset, dinamikai vizsgálat nem történt. A [2] cikkben egy kisméretű mobilrobotokhoz való rugóeszköz matematikai modellezését és tervezését mutatják be. A modellezés különböző tartományok energiaáramlási elemzésén alapult, mivel a rendszer egy mozgó ferromágneses dugattyúval rendelkező mágneses tekercs, és ezért nem állandó induktivitással rendelkezik. A vizsgált modell esetében a mágneses tekercs hossza (a mozgás irányában) szélesebb, mint a dugattyúé, ami állandó induktivitást biztosít rövid ideig. Végül egy közönséges differenciálegyenlet-rendszert állítottak elő, amely matematikai modellt ezután numerikus integrálással szimulálták a MATLAB Simulink szoftverkörnyezetben. Ez a rendszer tartalmaz permanens mágneset és dinamikai leírást is. A [3], [4] szakkönyvek az elektromágneseket szintén analitikus összefüggésekkel írják le és a [2] irodalomhoz hasonlóan az állandó mágnes fluxus sűrűségét a tekercsen belül konstansnak tekintik.

A második módszer mezőegyenleteket feltételez, azaz elosztott paraméterű leírást alkalmaz az elektromágnesek modellezésére. Az [5] publikáció kvázistatikus végeeselemes számításokat végez ANSYS szoftverben (FEM), amelynek eredményeit dinamikus szimulációkban

használja. A tanulmányban járművek elektropneumatikus fékrendszereiben használt proporcionális mágnesszelep tervezését és elemzését végezték el. A szimulációs eredmények szorosán illeszkedtek a kísérleti eredményekhez. A [6] tanulmányban elektromágneses szelepet modelleztek ANSYS szoftverben véges térfogatok módszerrel (FVM) szimulálták a mágnesszelep elektromágneses mezőjét és tranziens mágneses mezőjét. Elkészítették az elektromágnes mágneses indukciós intenzitáseloszlás-diagramját és mágneses mezőeloszlás-diagramját a szelepek működtetése közben. A [7] tanulmány leír egy összetett paraméterekkel rendelkező modellt, valamint egy FEM szimulációs modellt, egy tesztberendezést és a B–H mágnesezési görbe kiszámításának folyamatát, amelyet új működési feltételek mellett a kísérleti mérések igazoltak. A [8] tanulmány egy valós méretű, nagysebességű szolenoid szelep FEM-modelljét fejleszti ki, kísérleti adatokkal igazolja és korrelációs analízissel vizsgálja a kulcsparaméterek (tekercs menetszáma, armatúra-vastagság, légrés stb.) hatását az elektromágneses erőre és dinamikára. A cikk részletesen bemutatja a FEM modell felépítését és a kísérleti ellenőrzését.

A [9] publikáció kísérleti és szimulációs összehasonlítást végez a rövid szórt fluxusú szolenoidok által okozott elektronnyaláb-eltérések előrejelzésére. A szerzők összevetnek három modellt: a hagyományos mező-elméleti (Lorentz) megközelítést, egy peremelem módszer (BEM) kereskedelmi szoftver (CPO) számítását, valamint egy közvetlen (Weber) akció-modellt; a kísérleti adatokhoz képest a Weber-modell a legjobb illeszkedést adta. A cikk részletesen tárgyalja, hogy FEM/BEM és más módszerek hogyan teljesítenek a peremterületeken. A [10] irodalom magas hőmérsékletű szupervezető (HTS) szolenoidok elektromágneses viselkedését vizsgálták FEM-szimulációval (PDE/FEM interfészen keresztül), különböző keresztmetszeti kialakításokat hasonlítottak össze, valamint javaslatot adtak a szerkezet optimalizálására a kritikus áramerősség és téreloszlás javítására. A cikk leírja az egyenértékűsítés egyszerűsítését a számítások gyorsítására. A [11] cikk légmagos tekercs TEAM35 geometria referencián alkalmazott FEM-szimulációk gyorsítására egy szuperpozíció alapuló modell redukciós módszert mutatnak be. A csökkentett modell $\sim 35\times$ gyorsabb lett a teljes FEM-szimulációhoz képest, miközben a fluxus-eloszlás négyzetes hibája (RMSE) nem növekedett. A [12] cikkben végelem-analízist (FEA) végeztek, és a szimuláció eredményeit kísérleti adatokkal ellenőrizték. Megvizsgálták az összes geometriai paraméter hatását a mágneses erő jellemzőire. Elkészítették az optimalizált paraméterekkel rendelkező mágneses aktuátort, és összehasonlították az eredményeket, amelyek azt mutatták, hogy az optimalizált mágneses aktuátor kielégíti az egyik célfüggvényt, és a mágneses erő majdnem

állandó marad a mágneses aktuátor munkaterületén. Az [5] – [12] irodalmak közül egyik sem tartalmazott permanens mágneset.

A [13], [14] irodalmakban kísérletileg és végeselemes módszerrel vizsgálnak egy kipörgésgátló rendszerhez tartozó szelepet. A tanulmány az állandó mágnesek orientációjának a teljes elektromágneses erőre gyakorolt hatását, valamint a kétirányú áram hatását vizsgálja. A végeselemes statikus szimulációban a vasmag statikus helyzetben van rögzítve, és a teljes elektromágneses erőt az áramerősség függvényében határozzák meg. A cikk nem tartalmaz kísérlettel történő összehasonlítást. Ez azon kevés cikkek egyike, amelyben a permanens mágnesek hasonló elrendezésben helyezkednek el, mint a disszertáció által vizsgált behúzótekercsben. A mezőegyenleteken alapuló módszerek (FEM, FVM, BEM) hátránya, hogy a modell felállítása időigényes, nagy számítás kapacitást feltételez és hosszú futási ideje van.

A továbbiakban a koncentrált paraméterrel leírt modellezéssel kapcsolatos szakirodalmak áttekintése történik meg. A [15] cikk egy elektromágnes modellezését a kiegészítő mágneses energiára alapozza. Az energia hely szerinti deriváltja szolgáltatja a mágneses erőt és a levezetések során a statikus induktivitás összefüggését alkalmazza. A [3], [4], [16] szakkönyvek koncentrált paraméterű elektromechanikai rendszerek energiaalapú modellezésével foglalkoznak. A bővített Hamilton-elvből kiindulva állítják elő az elektromechanikai rendszerekre érvényes másodfajú Lagrange-egyenleteket általánosított elmozdulásokkal és fluxus változóval. A [17] publikáció elméleti úton tárgyalja egy egyszerű elektromágnes elektromechanikai modelljét. Az energiaalapú leírási mód a Lagrange-függvényt az elmozdulás, az impulzus, a töltés és fluxus változókkal négy féle variációban írja fel és a lineáris anyagtörvényű numerikus megoldásokat hasonlítja össze. A [15] – [17] tanulmányok nem tartalmaznak mérésekkel való összehasonlítást és permanens mágneseket sem.

A [18], [19] cikkek egy indítómotor behúzó mechanizmusát működtető elektromágnesének modellezésével és mérésekkel való ellenőrzésével foglalkoztak. A Lagrange-függvényben a kiegészítő mágneses energiát a vasmag elmozdulásának és az áramkörben haladó töltés változóival írta fel. Ezekben a tanulmányokban nem jelent meg permanens mágnes. A [20] tanulmányban mechanikai alrendszereket (plunger, kar, szelep) Lagrange-egyenlettel modellezi: kinetikus és potenciális energiákból felépített Lagrange-függvénnyel vezetik le a mozgásegyenleteket, a mágneses erőt pedig analitikus / fél-analitikus kifejezésekkel, illetve FEM/EQUIV paraméterekkel dolgoznak. A cél a gyors reakció és optimalizált geometria elérése. A feladatmegoldásban nem esik szó permanens mágnesről. A [21] cikk egy új módszert javasol az elektromágneses fék (EMB) erőkarakterisztikájának meghatározására, a kiegészítő energiát (más néven társenergiát) használva, csak a fő fluxuskapcsolatot figyelembe véve. A

társenergiát a fluxuskapcsolatot a gerjesztőáram integrálásával számítják ki. A fluxuskapcsolat a gerjesztőáramtól és a változó légrésvastagságtól függ. A fluxuskapcsolatok jellemzőit numerikusan határozzák meg végeselemes módszerrel (FEM). Figyelembe véve a légrésvastagság-változás okozta társenergiát előállíthatók a vasmagra ható vonzóerő karakterisztikái. A cikk részletesen leírja a javasolt módszert egy EMB erőkarakterisztikájának meghatározására. A cikkben bemutatott eredményeket az EMB mágnesesen nemlineáris dinamikus modelljének részeként használják a reakcióidő előrejelzéséhez. A tanulmány nem foglalkozik integrált permanens mágnes jelenlétével.

A nemlineáris anyagtörvényű elektromechanikai feladatokban többnyire dinamikus induktivitással – más néven differenciális vagy inkrementális induktivitással – szokás a differenciálegyenlet-rendszert felírni. Azonban a szakirodalmak megkülönböztetnek statikus induktivitást – más néven szekáns vagy látszólagos induktivitást – is [22] – [25]. A [23] irodalom egy háromfázisú, háromrétegű, állandó mágneses (PM) körmös pólusú motor és egy mágneses kompozit (SMC) állórész inkrementális induktivitásának kiszámítását mutatja be mágneses tér véges kapcsolási analízis, valamint energia- és áramperturbációs technika alkalmazásával. Az induktivitásprofilba beletartoznak a motor szerkezetéből és a mágneses telítettségéből adódó mágneses csúcsok. Az elméleti számításokat a motor prototípusán végzett mérések igazolták. A [24] irodalomban egy numerikus módszert mutatnak be a differenciális induktivitások kiszámítására, amelyet egy csőszerű lineáris állandó mágneses (PM) aktuátor induktivitásának előrejelzésére használnak. A prototípus induktivitásának mérését is elvégezték a módszer ellenőrzéséhez. A [25] tanulmány elektromágneses eszközöket és mágneses maggal rendelkező elektromos gépeket vizsgál. Megállapítják, hogy ezen eszközök mágnesesen nemlineáris dinamikus modelljeiben a mágnesesen nemlineáris viselkedés a fluxuskapcsolatok és a magnetomotoros erő közötti karakterisztika vagy az áramerősség függő dinamikus és statikus induktivitások segítségével magyarázható. Ez a tanulmány a fluxuskapcsolatok karakterisztikájának meghatározására szolgáló különböző módszereket, valamint a statikus és dinamikus induktivitások hatását tárgyalja a számított dinamikus megoldásokra.

Számos irodalom foglalkozik koncentrált paraméterű elektromechanikai rendszerekkel, amelyeket numerikusan vizsgálnak, de erőméréssel nem ellenőrzik a rendszerek működését [26]. A [27] tanulmány egy nagynyomású elektrohidraulikus szelep modelljét mutatja be, amelynek elektromos egyenlete Kirchhoff második törvényén-, mozgásegyenlete pedig Newton második törvényén alapul. A szelep nem tartalmaz permanens mágneset. A [28] – [30] szakirodalmak elektromágneses csapágyakkal ellátott rotorok PID szabályozásával foglalkoznak. Az elektromechanikai egyenletek közül csak a mozgásegyenlet-rendszert

mutatják be, az elektromos egyenletek helyett a PID szabályozórendszer tervezésére összpontosít. A vizsgált rendszerek nem tartalmaznak permanens mágneseket. A [31] cikk egy szolenoid mechanikai leírása során zárt állapottól a teljes nyitáig a légrés változásának függvényében kezeli a mágneses fluxus, az indukált feszültség, az áramerősség, és a behúzás erejének kérdéskörét. Az induktivitást hiperbolikus közelítéssel írja le, permanens mágnes nem tartalmaz a rendszer.

A [32] cikk különböző kialakítású szolenoidok modellezésével foglalkozik, melyben a tekercs induktivitását általános összefüggésből vezeti le, de az adott geometriára vonatkozóan pontosítja a felírásokat. Itt is hiperbolikus és másodfokú törtfüggvénnyel közelíti a helytől függő induktivitást. A [33] kutatómunka egy összetett rendszert mutatott be több induktív energiagyűjtő kölcsönhatásának értékelésére. A folyadék-szerkezet kölcsönhatás (FSI) és az elektromágneses indukció több fizikai problémáját egy számítógépes folyadékdinamikai (CFD) megközelítésen alapuló kapcsolt modellel és egy elektromechanikai egyenletekkel vizsgálták. A Navier-Stokes-egyenleteket egy oszcilláló merev test egyenletéhez és a Faraday-féle indukciós törvényhez kapcsolták az elektromágneses rezgésátalakítók bemutatására. A javasolt modellt egy OpenFOAM könyvtár fejlesztésével valósították meg. A mágneses fluxus deriváltjának meghatározásához végeses elemes modellt (FEM) használtak. A kapcsolt egyenletrendszerhez két hengerből álló induktív energiagyűjtő numerikus szimulációit végeztek el, és összehasonlították a tudományos szakirodalomban publikált kísérletekkel.

A [34] cikk egy mágnesszelep-rendszert modellez saját mágneses mezőjének zárt áramkörével, és a modellt Simulink-ben implementálták különböző bemeneti feszültségesetekre. A villamos paramétereket analitikus összefüggésekből, mechanikai egyenletet impulzustétel segítségével írja fel. Az előállt eredményeket nem hasonlítja össze mérésekkel. A [35] munka az optimalizált mechatronikai és adaptív rendszerek koncepciójában használandó modellalapú tervezési szabályok megfogalmazásával foglalkozik elméleti szinten, és azokat lineáris elektromágneses aktuátorok optimalizálására alkalmazza, a mágneses és mozgótekerceses aktuátorokra összpontosítva. A [36] irodalom egy hibrid megoldást mutat be, ahol állandó mágnes (PM) és elektromágnes (EM) együttes MMF-jét koncentrált paraméterű modellel közelítik; az elektromágneses részhez FEM-eredményeket használnak referenciaértékként, a koncentrált paraméterű modell pedig elektromágneses- és mechanikai alrendszereket kapcsol össze (MATLAB/Simulink implementáció). A cél a gyors szimuláció és az optimum-keresés támogatása.

A [37] tanulmány egy új analitikai módszert javasol a villamos gépek dinamikájának elemzésére. A módszert komplex permanens mágneses (PM) típusú mágneses kapcsolók (MC)

elemzésére alkalmazzák, amelyek erős mágneses nemlinearitással és nagy arányú szórt és szivárgó mágneses fluxussal rendelkeznek. A javasolt ND-MEC módszer pontossága összehasonlítható a FEA pontosságával, amelyet a nemlineáris hatások és a mágneses fluxus eloszlásának dinamikus változásainak figyelembevételével érnek el egy új, szórt-ellipszis alakú függvény segítségével. Továbbá az ND-MEC alkalmazhatóságát kiterjesztik az időtartományra az időkülönbség-módszerrel (TDM) kombinálva. A teljes módszer, amelyet nemlineáris tranziens útenergia módszernek (NT-PEM) neveznek, az ND-MEC, a TDM és egy útenergia módszert ötvöz az elektromágneses erők kiszámításához. Az NT-PEM érvényességét a 3D végelem-analízissel (FEA) és egy PM-típusú MC prototípusból kapott kísérleti eredményekkel való összehasonlítással igazolják. Az NT-PEM egy gyors és olcsó alternatívája a végelem-analízisnek.

Az ezt követő irodalmak szintén koncentrált paraméterű elektromechanikai modellezéssel foglalkoznak, amelyek eredményeit erőmérésekkel is összehasonlítják [38] – [43]. A [44] cikkben kísérletileg vizsgálják az elővezérelt mágnesszelepek dinamikáját. A mozgatható elemekre csak a mozgásegyenleteket közelítik. Az elektromos rendszerre vonatkozó differenciálegyenletet nem tárgyalják. A rendszer nem tartalmaz permanens mágneseket. A [45] szakcikkben egy szelep két alrendszerből áll; egy arányos mágnesszelep és egy tolattyú szerkezetből. Ezt a két alrendszert egymástól külön modellezi. Az elektromágneses erőt közvetlenül a tekercs fluxusával és a vasmag pozíciójával fejezi ki. A fluxust hatodfokú, az elmozdulást harmadfokú függvénnyel közelíti. A modell eltekint az esetleges örvényáramok hatásától. A [46] cikk egy új, egytekercses, szorosan tekercselt mágneses szelepszerkezetet javasol, amelyben egyenletes mágneses tér jön létre. Egy permanens segédmágnes különböző paramétereinek beállításával csökkent a mágneses tekercs élhatása, és javult a mágneses tér egyenletessége. Az optimalizált paraméterekkel végzett végelelemes szimulációs eredmények azt mutatják, hogy az egyenletes területek aránya több mint ötszörösére javítható. A kutatási eredmények referenciát jelentenek a mágneses tekercseken alapuló nagy pontosságú elektromágneses érzékelési alkalmazásokhoz. A [47] tanulmány egy elektromágneses szelepmozgató modellezését és vezérlését mutatja be. A modell nemlineáris, és figyelembe veszi a másodlagos nemlinearitásokat, mint például a hiszterézist, a telítettséget, a pattogást és a kölcsönös induktivitást. Kísérleti módszereket mutatnak be a modell paramétereinek azonosítására, továbbá szimulációs és kísérleti összehasonlítást végeznek. A [48] cikkben egy félig-analitikus (semi-analytical) módszert fejlesztettek ki, amely két integráción alapul a téglalap keresztmetszetű huzallal tekercselt szolenoidok mágneses erejének (és ezzel összefüggésben az induktanciájának és tárolt mágneses energiájának) kiszámítására. A módszer

javítja a hagyományos egyszerűsítéseket, különösen rövidebb, vastagabb huzalkeresztmetszet esetén, és összehasonlítja eredményeit numerikus szimulációkkal.

A [49] tanulmányban részletes mező- és integrált (field-circuit) modellel vizsgálják egy hibrid (permanens mágnes + tekercs) elektromos szelepet. A cikk az integrált paraméterek (fluxus, mágneses erő, dinamikus induktivitás) számítására FEM-eredményeket használ, majd az tranziensek leírásához Euler-Lagrange (energiaalapú) módszert alkalmaz: az általánosított koordináták alapján írják fel a differenciálegyenlet-rendszert. A modellt kísérletekkel igazolták.

Az elektrodinamikai feladatok felállításakor számos együttható az egyenletrendszerekben közvetlenül nem mérhető. Ilyenkor ezeket az ismeretleneket valamilyen paraméter-identifikációs módszerrel célszerű meghatározni [50]. Az [51] publikáció proporcionális mágnesszelepek pozícióbecsléséhez „jelbefecskendezés” (signal injection) módszert vizsgál. Egy egyszerű megfigyelő segítségével becsüli meg a pozíciófüggő paramétert, azaz az örvényáram-ellenállást, amelyből analitikusan kiszámíthatja a pozíciót. A megfigyelői megközelítést összehasonlítja egy standard identifikációs módszerrel (legkisebb hibanégyzetek), és gyakorlati kísérletekkel értékeli egy kereskedelmi forgalomban kapható proporcionális mágnesszelepen. Az [52] cikk a paraméteridentifikációs technikákat kulcsfontosságú, ismeretlen bemeneti tényezők megfelelő értékeinek megtalálására alkalmaz egy matematikai modellben. Ebben a munkában érzékenységi elemzést végeznek a közös nyomócsöves mágnesszelepes befecskendező szimulációjára használt numerikus modellben szereplő fő paraméterek hatásának értékelésére. A fent említett identifikációs folyamatot mérésekkel igazolták.

A szakirodalmi áttekintést követően az alábbi legfontosabb megállapítások tehetők:

- szolenoidokkal kapcsolatos kutatások az elmúlt években is adtak új eredményeket;
- az elektromechanikai rendszer villamos egyenleteit a Faraday-Lenz törvények alapján analitikusan, mezőegyenletekkel, koncentrált paraméterű leírásnál Kirchhoff törvényekkel, illetve energiaalapú megközelítéssel állítják elő;
- az elektromechanikai rendszer mechanikai egyenleteit impulzustételből és Lagrange-egyenletből származtatják;
- az anyagtörvények vonatkozásában lineáris és nemlineáris összefüggések egyaránt előfordulnak;
- állandó mágnesset tartalmazó rendszerek vizsgálatát többnyire végeselemes szoftver segítségével kezelik;

- a disszertációban vizsgálandó permanens mágneset tartalmazó szolenoid modellezésével csak egyetlen szerző foglalkozott elméleti megközelítésű végesselemes statikus szimulációval.

2.2. Célkitűzés

A doktori kutatómunka során a következő pontok tartalmazzák a tudományos eredményekkel szolgáló főbb célokat:

- olyan energiaalapú modellezés történjen, amely egységes szemléletben állítja elő a villamos és a mechanikai egyenleteket, amelyet a [3], [4], [16] irodalmak egyaránt alkalmaznak;
- a kiegészítő mágneses energia és az állandó mágnes fluxusa erőmérésekre alapozva valósuljon meg a vasmag pozíciójának és a tekercs áramerősségének függvényében;
- a modellezés nemlineáris anyagtörvénnyel történjen;
- meghatározni az összetett rendszer kiegészítő mágneses energia komponenseit;
- a permanens mágnes fluxusának meghatározása a vasmag pozíciójának függvényében;
- az állandó mágnes hatásának vizsgálata az elektromechanikai egyenletek együtthatóira;
- moduláris rendszer kifejlesztése, amely alkalmas statikus erőmérések végzésére a vasmag pozíciójának és a tekercs áramerősségének függvényében, illetve dinamikai viselkedés során az elmozdulás és az áramerősség egyidejű mérésére;
- az elektromechanikai egyenletrendszer megoldására szimulációs program kifejlesztése, amelynek eredményei összehasonlíthatók a mérési eredményekkel;
- a modellezés során felmerülő ismeretlen csillapítási és fluxus paraméterekre identifikációs eljárást kidolgozni.

3. ELMÉLETI MODELL FELÉPÍTÉSE ENERGIAALAPÚ MÓDSZERREL

A 2.2. alfejezetben található célkitűzéseknek megfelelően az állandó mágnessel rendelkező behúzótekeres modellezése energiaalapú leírással történik. A Hamilton-elv variációs megfontolásokon alapszik, amely a „legkisebb hatás elve” néven is ismert és elsősorban mechanikai rendszerek vizsgálatára alkalmazták. Szükséges, hogy a vizsgált rendszer eleget tegyen a kinematikai kényszerfeltételeknek, továbbá feltételezni szükséges, hogy a kinematikailag lehetséges virtuális elmozdulás a megfigyelés kezdeti t_1 és a végső t_2 időpontjában zérus. Konzervatív rendszerek esetén elegendő a rendszer Lagrange-függvényét előállítani, amelyből a másodfajú Lagrange-egyenlet származtatható. Ha a rendszer nem konzervatív elemeket is tartalmaz, akkor a bővített (extended) Hamilton-elvben szerepeltetni kell a nem konzervatív tagok virtuális munkanövekményét is.

A behúzótekeres modellalkotásában figyelembe kell venni, hogy nem tisztán dinamikai, hanem elektromechanikai rendszer vizsgálatára van szükség. Emiatt villamos és mechanikai rendszerek közötti analógia kerül alkalmazásra, amely által azonos alakú differenciálegyenletek fognak adódni. Tehát végeredményképpen az elektromechanikai rendszer energiaalapú megfontolások alapján egyetlen formalizmusban kezelhető lesz.

Elektromechanikai rendszer leírása bővített Hamilton-elv segítségével történhet elmozdulás, elektromos töltés, impulzus és mágneses fluxus változókkal is [17]. A kutatásban választott leírásmód elektromos töltés és elmozdulás változókat fog használni, mert mérésekkel összevethető szimulációs eredményekre lesz szükség. A behúzótekeres esetében az elektromos áramerősséget és a vasmag elmozdulását célszerű mérni.

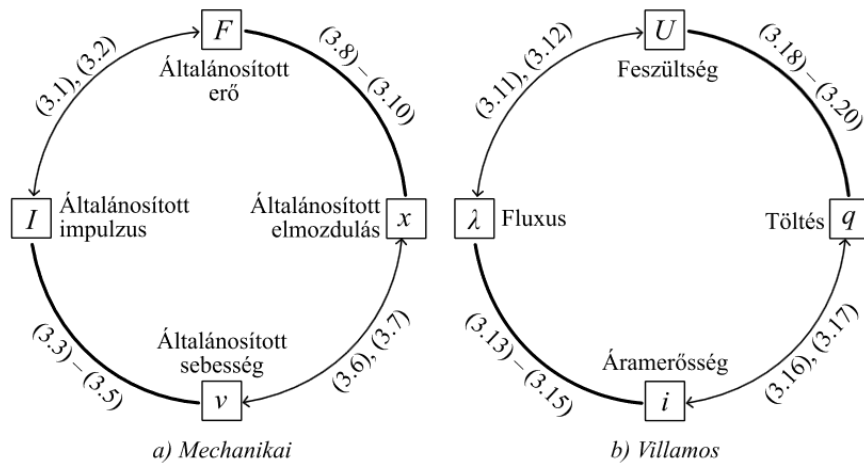
Ebben a fejezetben kerül bemutatásra a behúzótekeres modellezésének elvi felépítése és a szükséges összefüggések meghatározása. A 3.1. alfejezet a bővített Hamilton-elv alkalmazásával foglalkozik. A 3.1.1. pontban található egy elektromechanikai rendszer Lagrange-egyenletének felírása töltés és elmozdulás változókkal. A 3.1.2. pontban történik a nem konzervatív tagok virtuális munkanövekményeinek felírása, amelyek segítségével a 3.1.3. pontban előáll az elektromechanikai rendszer másodfajú Lagrange-egyenletei töltés és elmozdulás változókra vonatkozóan. A 3.1.4. alfejezetben bemutatásra kerül egy egyszerű elektromágnes modellezése, amely lineáris anyagtörvényt alkalmaz.

A fokozatosság elvét követve a behúzótekeres működését leíró differenciálegyenlet-rendszer előállításának részletezése a 3.2. alfejezetben kap helyet. Először csak elektromágnesként vizsgálva a rendszert, az így felírható összefüggések megtalálhatók a 3.2.1. pontban. Az állandó mágnes hatásának figyelembevételét a 3.2.2. pont mutatja be. A továbbiakban a vasmag

felütközésének dinamikájával foglalkozik a 3.2.3. pont. A 3. fejezet végén található az a csatolt differenciálegyenlet-rendszer, amely a vizsgált behúzótekerics modellezésére alkalmas.

3.1. Bővített Hamilton-elv (töltésre és elmozdulásra)

Egy elektromechanikai rendszer leírása négy mennyiség kombinációjaként kezelhető [17]. Általánosított elmozdulásnak választható a mechanikai elmozdulás, a szögelfordulás vagy az elektromos töltés is; míg általánosított impulzus lehet mechanikai impulzus, perdület vagy mágneses fluxus is. A mechanikai és elektromos rendszer közötti analógia jobb megértését szolgálja a 3.1. ábra [3].



3.1. ábra: Elektromechanikai rendszer általánosított koordinátái

A bemutatott elektromechanikai rendszer általánosított koordinátáit, és az azokból képzett mennyiségeket a 3.1. táblázat tartalmazza [3]. A (3.1) – (3.10) összefüggések a mechanikai rendszerhez, míg a (3.11) – (3.20) az elektromos részhez tartoznak. Az analógia nyomon követhető például ahogyan az erő és impulzus között idő szerinti deriválás és integrálás teremt kapcsolatot, éppúgy igaz ez a feszültség és a fluxus vonatkozásában. Energia és kiegészítő energia meghatározására éppúgy lehetőség van mozgási és potenciális energia tekintetében, mint mágneses és elektromos energia kapcsán (3.5), (3.10), (3.15) és (3.20).

Egy összetett elektromechanikai rendszerre a bővített Hamilton-elv [4] az alábbi tömör formában írható fel

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta\mathcal{L} + \overline{\delta W}_{nc}) dt = 0, \quad (3.21)$$

ahol t_1, t_2 rendre a megfigyelés kezdeti és végső időpontja, $\delta\mathcal{L}$ a konzervatív elemekből képzett Lagrange-függvény variációja, $\overline{\delta W}_{nc}$ a nem konzervatív elemeken lévő virtuális munkanövekmény. A $\overline{\delta W}_{nc}$ jelölésben a felülvonás hangsúlyozza a virtuális megváltozást ellentétben a $\delta\mathcal{L}$ jelöléssel, amely pedig a variációt.

Mennyiség	Mechanikai	Villamos
Általánosított impulzus	$I = \int F(t) dt$ (3.1)	$\lambda = \int U(t) dt$ (3.11)
Általánosított erő	$F = \dot{I}$ (3.2)	$U = \dot{\lambda}$ (3.12)
Általánosított kinetikai energia	$T(I) = \int v(I) dI$ (3.3)	$W_m(\lambda) = \int i(\lambda) d\lambda$ (3.13)
Általánosított kiegészítő kinetikai energia	$T^*(v) = \int I(v) dv$ (3.4)	$W_m^*(i) = \int \lambda(i) di$ (3.14)
Legendre transzformáció	$T^*(v) = v I - T(I)$ (3.5)	$W_m^*(i) = i \lambda - W_m(\lambda)$ (3.15)
Általánosított elmozdulás	$x = \int v(t) dt$ (3.6)	$q = \int i(t) dt$ (3.16)
Általánosított sebesség	$v = \dot{x}$ (3.7)	$i = \dot{q}$ (3.17)
Általánosított potenciális energia	$V(x) = \int F(x) dx$ (3.8)	$W_e(q) = \int U(q) dq$ (3.18)
Általánosított kiegészítő potenciális energia	$V^*(F) = \int x(F) dF$ (3.9)	$W_e^*(U) = \int q(U) dU$ (3.19)
Legendre transzformáció	$V^*(F) = F x - V(x)$ (3.10)	$W_e^*(U) = U q - W_e(q)$ (3.20)

3.1. táblázat: Analógia a mechanikai és villamos mennyiségek meghatározásában [3]

A Lagrange-függvény elmozdulás és töltés változókkal írható fel, amely koordinátákra az alkalmazott elv variációs és virtuális növekményeket is feltételez. A lehetséges elmozdulásnak és a virtuális növekményének a kinematikai kényszeregyenleteket, míg a töltésnek és a virtuális növekményének a Kirchhoff-féle csomóponti törvényt kell apriori kielégíteni. Ebből adódóan az elmozdulások általános elmozdulások lesznek, és a töltések is. Élve a feltételezéssel, hogy mind a kétféle virtuális növekmény a megfigyelés elején és végén zérus. A módszer megfelel annak az elvárásnak is, hogy a vizsgált elektromos rendszerben a hullámhossz nagyságrendekkel nagyobb legyen, mint a jellemző geometriai méretek [4].

3.1.1. Elektromechanikai rendszer Lagrange-függvénye (töltésre és elmozdulásra)

Egy elektromechanikai rendszerben számos konzervatív elem szerepelhet, amelyek energiátároló képességgel rendelkeznek. Ilyen például a tekercs, a kondenzátor, a tömeg, a tehetetlenségi nyomaték, egy rugalmas elem és a potenciállal rendelkező gravitációs tér is. A vizsgált rendszer Lagrange-függvénye általános alakban [4] így írható fel

$$\mathcal{L}(q_k, \dot{q}_k, x_l, \dot{x}_l, t) = T^*(\dot{x}_l) + W_m^*(\dot{q}_k) - V_p(x_l) - W_e(q_k), \quad (3.22)$$

ahol q_k, \dot{q}_k lehetséges töltések és áramerősségek, x_l, \dot{x}_l lehetséges elmozdulások és sebességek, t az időt jelöli, $T^*(\dot{x}_l)$ a rendszer kiegészítő kinetikai energiája, $W_m^*(\dot{q}_k)$ a rendszer kiegészítő mágneses energiája, $V_p(x_l)$ a rendszer rugalmas, illetve potenciális energiája és $W_e(q_k)$ a rendszer villamos energiája. Az alsó indexben szereplő számok $k = 1, 2, \dots, n$ és $l = 1, 2, \dots, m$ értendők, úgy, hogy a jelölések egyszerűsége kedvéért feltételezve, hogy minden elektromos elemből n db- és minden mechanikai elemből m db van.

A Lagrange-függvény felírásában szereplő energiategyek előjelét Lagrange határozta meg a *Mécanique analytique* című munkájában. Itt és a továbbiakban a felső * index a kiegészítő- vagy más néven a társenergiát jelöli. Az adott energia és a hozzá tartozó társenergia között a Legendre-transzformáció teremt kapcsolatot. Lineáris anyagegyenletek esetén az energia és a hozzá tartozó társenergia nagysága megegyezik. A modellalkotás során, például a behúzó tekercs vasmagja telítődésre hajlamos, ezért nemlineáris anyagegyenlet érvényes rá, azaz a mágneses energia és a kiegészítő mágneses energia nagysága nem azonos.

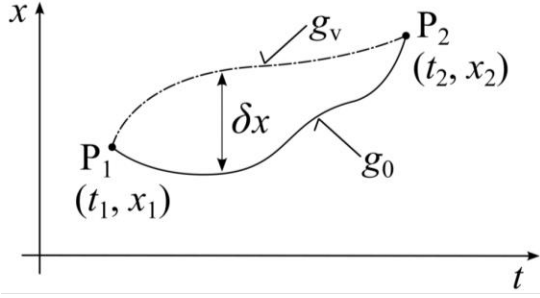
3.1.2. Nem konzervatív elemek virtuális munkanövekményei

Az olyan rendszerelemek, amelyek az energiát nem képesek tárolni, hanem disszipálják vagy az időtől közvetlenül függenek nem konzervatívak, például: az R_k ohmos ellenállás, az U_k feszültségforrás, az r_l csillapítás és az időben változó adott F_l erőforrás. Ezek virtuális munkanövekményei [4] a következőképpen írhatók fel

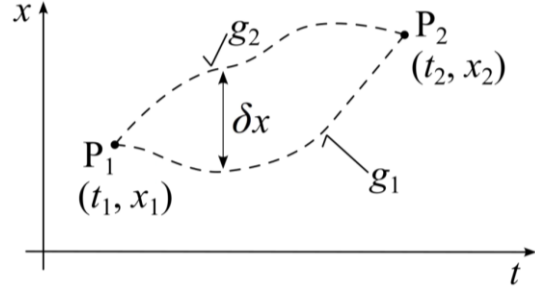
$$\overline{\delta W}_{nc} = - \sum_{k=1}^n R_k \dot{q}_k \delta q_k - \sum_{l=1}^m r_l \dot{x}_l \delta x_l + \sum_{k=1}^n U_k \delta q_k + \sum_{l=1}^m F_l \delta x_l, \quad (3.23)$$

ahol δq_k és δx_l rendre a töltés virtuális megváltozása és a virtuális elmozdulás. A korábban említett feltétel szerint a megfigyelés kezdetén és végén δq_k és δx_l egyaránt zérus, egyéb esetben mindkettő mennyiség nullától különböző és tetszőlegesen infinitezimálisan kicsiny, amelyhez nem tartozik időnövekmény. Matematikai értelemben a két változó virtuális változása egyenértékű ugyanezen változók variációjával.

A 3.2. ábra szemlélteti az elmozdulás variációját (δx) [4], amely a folytonos vonallal mutatott g_0 ténylegesen megvalósuló pálya és a pontvonallal szemléltetett g_v variált pálya között értelmezett. A 3.3. ábra a δx virtuális elmozdulást értelmezi, amely két g_1 és g_2 kinematikailag lehetséges pálya között látható.



3.2. ábra: Elmozdulás variációja [4]



3.3. ábra: Virtuális elmozdulás

3.1.3. A másodfajú Lagrange-egyenlet (töltésre és elmozdulásra)

A [4] alapján a (3.21) egyenletbe behelyettesítve (3.22) és (3.23) kifejezéseket, majd képezve a kijelölt variációt az alábbi összefüggéseket kapjuk

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \mathcal{L}(q_k, \dot{q}_k, x_l, \dot{x}_l, t) + \sum_{k=1}^n (U_k - R_k \dot{q}_k) \delta q_k + \sum_{l=1}^m (F_l - r_l \dot{x}_l) \delta x_l \right] dt = 0 \quad (3.24)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} \delta q_k + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_k \right) + \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_l} \delta x_l + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \delta \dot{x}_l \right) + \sum_{k=1}^n (U_k - R_k \dot{q}_k) \delta q_k + \sum_{l=1}^m (F_l - r_l \dot{x}_l) \delta x_l \right] dt = 0, \quad (3.25)$$

ahol a Lagrange-függvény elektromos változókkal felírt variációja

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_k = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \delta q_k \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) \delta q_k, \quad (3.26)$$

illetve az elmozdulás változókkal

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \delta \dot{x}_l = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \delta x_l \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \right) \delta x_l. \quad (3.27)$$

A (3.26) és (3.27) kifejezéseket behelyettesítve a (3.25) egyenletbe, továbbá figyelembe véve, hogy a (3.26) és (3.27) jobb oldalán szereplő első tagok teljes deriváltak, így képezhető a határozott integráljuk t_1 és t_2 között, az alábbi egyenlet írható fel

$$\sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \delta q_k \right]_{t_1}^{t_2} + \sum_{l=1}^m \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \delta x_l \right]_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} \delta q_k - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) \delta q_k \right) + \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_l} \delta x_l - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \right) \delta x_l \right) + \sum_{k=1}^n (U_k - R_k \dot{q}_k) \delta q_k + \sum_{l=1}^m (F_l - r_l \dot{x}_l) \delta x_l \right] dt = 0. \quad (3.28)$$

A 3.1. alfejezetben szereplő előírás szerint mind a δq_k , mind a δx_l a t_1 és t_2 időpillanatban egyaránt zérus, emiatt a (3.28) egyenlet első két tagja eltűnik. Így csak az integrál marad meg, amely két független összegzésben csoportosítható

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} - U_k + R_k \dot{q}_k \right) \delta q_k + \sum_{l=1}^m \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_l} - F_l + r_l \dot{x}_l \right) \delta x_l \right] dt = 0. \quad (3.29)$$

A 3.1.2. alfejezetben megfogalmazott feltételeknek megfelelően a δq_k , a δx_l egymástól független, nullától különböző, tetszőleges értéket vehet fel, ezért az azokhoz tartozó zárójelben lévő együtthatók kell, hogy külön-külön is nullák legyenek. Így az alábbi másodfajú Lagrange-egyenleteket kapjuk

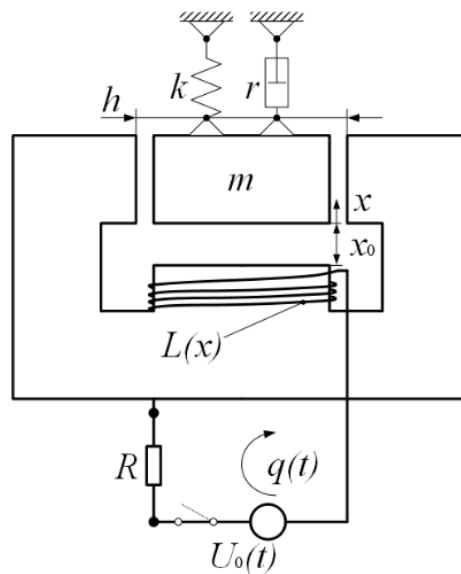
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = U_k - R_k \dot{q}_k \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (3.30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_l} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_l} = F_l - r \dot{x}_l \quad l = 1, 2, \dots, m. \quad (3.31)$$

A disszertáció későbbi alfejezetei ezekre az általános alakban felírt egyenletekre fognak hivatkozni a vizsgált behúzótekeres modellezésekor.

3.1.4. Egy egyszerű szolenoid modellje

A 3.4. ábra egy olyan elektromágnes modellje, amely tartalmaz egy lineáris karakterisztikájú k merevségű rugót, sebességgel arányos r csillapítást, és az m lengő tömeg x helyzetétől függő $L(x)$ induktivitású tekercset, annak R ohmos ellenállását és az U_0 feszültségforrást.



3.4. ábra: Egy elektromágnes egyszerű modellje [17]

A rendszer Lagrange-függvénye tartalmazza a tömeg kiegészítő kinetikai energiáját, a tekercs kiegészítő mágneses energiáját, illetve a rugó potenciális energiáját

$$\mathcal{L}(x, \dot{x}, \dot{q}) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}L(x)\dot{q}^2 - \frac{1}{2}kx^2. \quad (3.32)$$

A nem konzervatív tagok virtuális munkanövekménye a rugó belső csillapításából, a feszültségforrásból és az ohmos ellenálláson eső feszültségből származik

$$\overline{\delta W}_{nc} = -r\dot{x}\delta x + U_0(t)\delta q - R\dot{q}\delta q. \quad (3.33)$$

A (3.30) és (3.31) egyenletekbe értelemszerűen csak egy töltés és egy elmozdulás változóra behelyettesítve (3.32) és (3.33) kifejezéseket előáll a rendszer matematikai modellje

$$L(x)\ddot{q} + R\dot{q} + L'(x)\dot{x}\dot{q} = U_0(t), \quad (3.34)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = L'(x)\frac{\dot{q}^2}{2}, \quad (3.35)$$

ahol az induktivitásfüggvény [4] alapján

$$L(x) = \frac{L_0}{1 + (x_0 + x)/h}. \quad (3.36)$$

3.2. Állandó mágneset tartalmazó behúzótekercs modellje

Az állandó mágnes is tartalmazó behúzótekercs alapvető tulajdonsága, hogy a permanens mágnes ún. kezdeti szórt fluxust biztosít a rendszer számára. A vasmag a helyzetétől függően eltérő mértékben összpontosítja ezt a szórt fluxust, amely megfigyelhető a vasmagra ható húzóerő nagyságában is. A permanens mágnes által biztosított mágneses térben a mozgó vasmag a Faraday-féle indukciós törvény értelmében feszültséget indukál. Ejtési vizsgálattal kimutatható, hogy ez abban az esetben is érvényesül, ha a tekercsre nem érkezik külső energiaforrásból gerjesztő feszültség. A tekercs működtetése közben ugyanerre a törvényre tekintve, szintén megjelenik a tekercs által létrehozott mágneses tér és az abban mozgó vasmag kölcsönhatásában is.

A fokozatosság elvét követve a modellalkotás során először a permanens mágnes hatása nélkül a szolenoidra jellemző elektromechanikai csatolt differenciálegyenlet-rendszer áll elő, ennek menete a 3.2.1. alfejezetben követhető.

A második modellalkotási lépésben, a 3.2.2. alfejezetben az állandó mágnes jelenlétéből származó kiegészítő mágneses energia előáll, majd az abból származó erőhatás és a vasmag mozgásából indukálódó feszültség is.

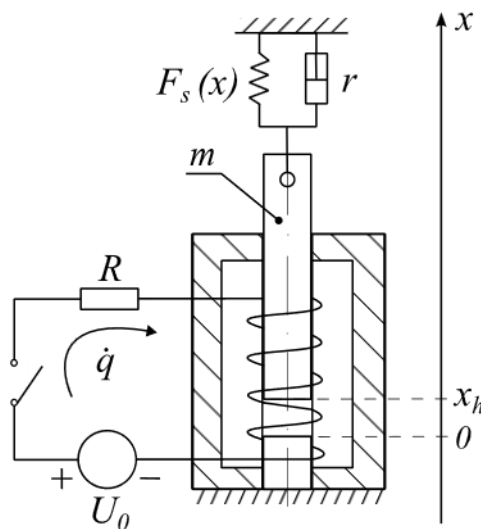
A behúzótekercs működésekor a vasmag először tengelyirányú szabad mozgást végez, majd felülközik a talppontján, ahol a legnagyobb húzóerő ébred. A harmadik modellalkotási lépésben

a 3.2.3. alfejezetben az elektromechanikai modell kiegészül a vasmag felütközésének dinamikájával.

A fejezet végén előáll a szimulációs célokra alkalmas egyenletrendszer, amely jó közelítéssel leírja a vizsgált behúzótekeres működését. Az elektromechanikai paraméterek meghatározásának újszerűsége abban áll, hogy az energiaalapú megközelítéssel, erőméréseket követően meghatározható a kiegészítő mágneses energia, amelynek deriváltjai szolgáltatják többek között az induktivitást és az elektromotoros erő együtthatóját is.

3.2.1. Az elektromechanikai jellemzők meghatározása a permanens mágnes nélkül

A 3.5. ábrán látható egy elektromágnes elektromechanikai modellje. Az elektromágnezt egy U_0 egyenáramú feszültségforrással gerjesztve, az R ohmos ellenállású tekercsben \dot{q} áramerősség indul meg, melynek hatására a vasmagra behúzó erő hat. A doktori értekezésben az áramirány jelölésére a technikai áram konvenciója kerül alkalmazásra. A vasmag felfüggesztése $F_s(x)$ egy nemlineáris merevségű- és r belső csillapítású rugóval történik. Az x jelöli a vasmag talppontjának pozícióját, illetve x_h pedig a vasmag kezdeti pozícióját, míg m a tömegét. A tekercset patkó-alakú hajlított lemez határolja, amely csökkenti a fluxusvonalak szóródását és lehetővé teszi a behúzótekeres rögzítését az alkalmazás helyén.



3.5. ábra: Elektromechanikai modell állandó mágnes hatása nélkül

A 3.5. ábra alapján felírható a rendszer Lagrange-függvénye az állandó mágnes hatása nélkül

$$\mathcal{L} = T^*(\dot{x}) + W_m^*(x, \dot{q}) - V_p(x), \quad (3.37)$$

ahol képlettel kifejezhető a kiegészítő kinetikai energia

$$T^*(\dot{x}) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad (3.38)$$

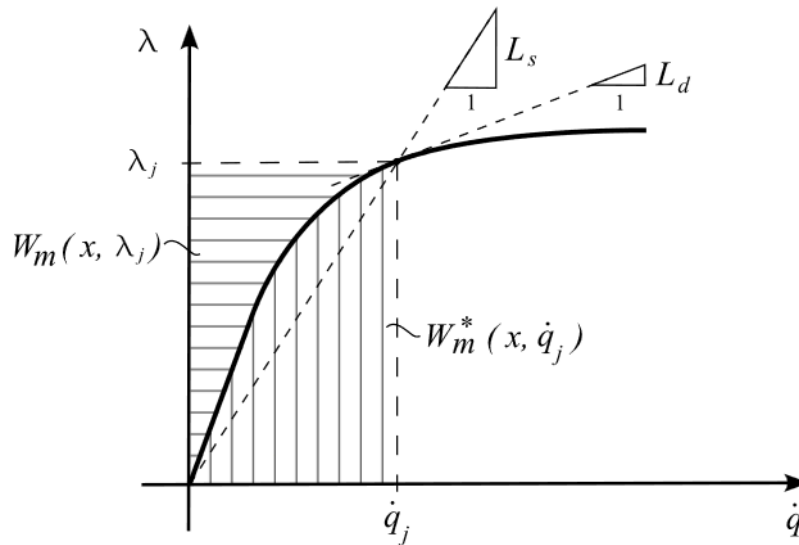
és a potenciális energia a nemlineáris merevségű rugóerő munkájából és a gravitációs erő potenciáljából

$$V_p(x) = \int_{x_h}^{x_h-x} F_s(\xi) d\xi + mgx, \quad (3.39)$$

ahol g a gravitációs gyorsulás.

Továbbá kísérleti úton meghatározható a $W_m^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia. A vasmag telítődése miatt a \dot{q} áramerősség és λ a tekercs fluxusa közötti kapcsolat nemlineáris jellegű, ahogy az a 3.6. ábrán is látható. Ezen nemlineáris görbe érintője szolgáltatja a tekercs $L_d(x, \dot{q})$ dinamikus induktivitását, valamint az origóból induló és a munkaponton átmenő szelő meredeksége az L_s statikus induktivitást adja [28], [32], [42], [45]. Ez utóbbi mennyiséget bizonyos numerikus módszerek alkalmazzák.

A disszertáció további részében az L_d dinamikus induktivitás kerül alkalmazásra. A görbe alatti terület a $W_m^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia, míg a görbe feletti terület a $W_m(x, \lambda)$ mágneses energia.



3.6. ábra: Fluxus-áramerősség diagram permanens mágnes nélküli behúzótekercs esetén

A rendszer nem konzervatív virtuális munkanövekménye

$$\overline{\delta W}_{nc} = U_0 \delta q - R \dot{q} \delta q - r \dot{x} \delta x. \quad (3.40)$$

A (3.37) kifejezést behelyettesítve a (3.30) és (3.31) Lagrange-egyenletekbe és figyelembe véve a (3.40) összefüggést, az alábbi matematikai modell adódik

$$\frac{\partial^2 W_m^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_m^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} + R \dot{q} = U_0, \quad (3.41)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + F_s(x) = \frac{\partial W_m^*(x, \dot{q})}{\partial x} - mg, \quad (3.42)$$

ahol a (3.41) egyenlet bal oldalán szereplő kiegészítő mágneses energia áramerősség szerinti második parciális deriváltja a dinamikus induktivitás

$$L_d = \frac{\partial^2 W_m^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2}. \quad (3.43)$$

A $W_m^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia meghatározásakor a vasmag rögzítése megtörténik, így az elmozdulása, sebessége és gyorsulása egyaránt zérus lesz, ezért a vasmagon mért pozitív x irányú F_{ex} erő a hatás ellenhatás és a [4] irodalom alapján a (3.42) egyenlet jobb oldalán szereplő mennyiség mínusz egyszerese

$$F_{ex}(x, \dot{q}) = - \left(\frac{\partial W_m^*(x, \dot{q})}{\partial x} - mg \right). \quad (3.44)$$

A (3.44) egyenletből a parciális deriváltat kifejezve

$$\frac{\partial W_m^*(x, \dot{q})}{\partial x} = -(F_{ex}(x, \dot{q}) - mg), \quad (3.45)$$

majd integrálva a hely szerint a $W_m^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia határozható meg.

Feltételezve, hogy a vasmag x_h pozíciójában a légrés már olyan mértékű, hogy a tekercs L_h induktivitása jó közelítéssel konstansnak tekinthető, azaz a $\lambda(\dot{q})$ anyagtörvény lineáris szakasza érvényesül. A kiegészítő mágneses energia a vasmag x_h pozíciójában számítható az alábbi összefüggéssel

$$W_m^*(x_h, I_s) = \frac{1}{2} L_h I_s^2. \quad (3.46)$$

Az x_h -nál ismertnek tekintett $W_m^*(x_h, I_s)$ kiegészítő mágneses energiától kellene a kisebb x irányába integrálást végezni, de a határok felcserélésével bekövetkezik egy előjelváltás

$$W_m^*(x, I_s) = W_m^*(x_h, I_s) + \int_x^{x_h} (F_{ex}(\xi, I_s) - mg) d\xi. \quad (3.47)$$

A rögzített áramerősség értékek mentén kell elvégezni a méréseket $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, M$), ahol M az adott árammérési pontok száma. Az elektromágnes megengedett üzemi feltételek mellett ($\dot{q} < I_M$) az I_s áramerősség értékeit ekvidisztáns pontokban szükséges felvenni, így meghatározható a kiegészítő mágneses energia a teljes tartományon.

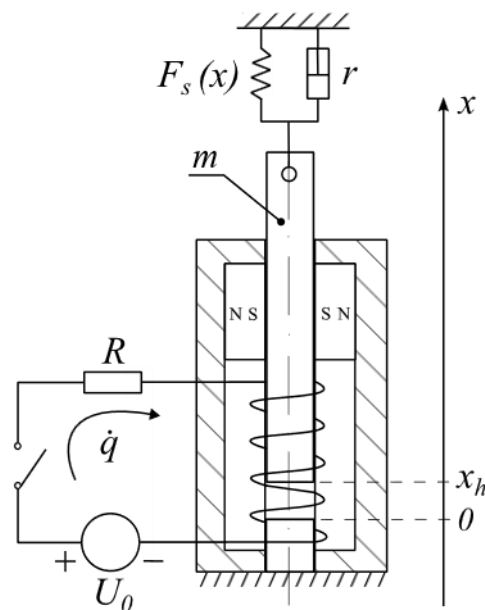
Az F_{ex} erő mérése diszkrét pozíciókban ($x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$) történik, ezért a (3.47) egyenletben szereplő integrálás numerikusan végrehajtható. Az így előálló ($x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$) és $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, M$) ponthalmazon a $W_m^*(x_r, I_s)$ kiegészítő mágneses energia köbös szplájn (spline) interpolációval approximálható, ebből a $W_m^*(x, \dot{q})$ ismertté válik egy tetszőleges

pozícióban és áramerősség értékénél az adott tartományon belül. A $W_m^*(x, \dot{q})$ ismeretében (3.41) és (3.42) egyenletben szereplő parciális deriváltak is meghatározhatók.

3.2.2. Az elektromechanikai jellemzők meghatározása permanens mágnessel

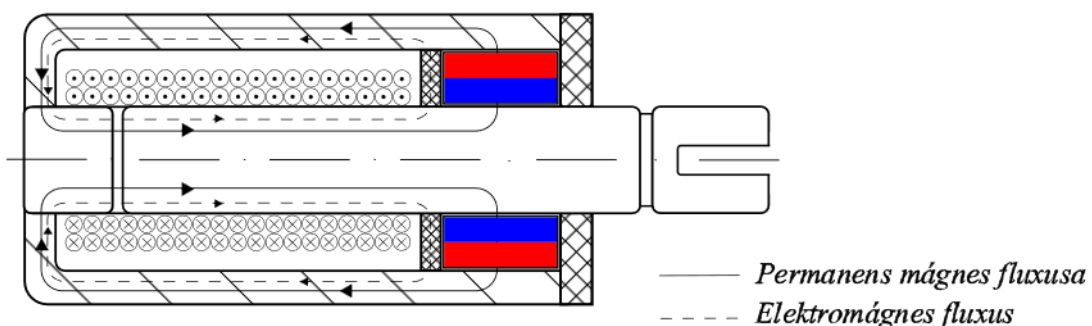
A kereskedelmi forgalomban elérhetők olyan behúzótekercesek, melyek állandó mágneseket is tartalmaznak. Ezeket azért előnyös alkalmazni, mert a vasmag helyzetét képes behúzott állapotában megtartani, illetve kiesés ellen védeni a tekercs gerjesztésének hiányában.

Egy ilyen behúzótekercs modelljét vázolja a 3.7. ábra, amelyen az alkalmazott jelölések megegyeznek a 3.5. ábrával az N, S mágneses pólusokkal jelölt állandó mágnesek kivételével.



3.7. ábra: Elektromechanikai modell állandó mágnessel

A 3.8. ábrán láthatók az elektromágnes működtetése során létrejövő fluxusvonalak, amelyek a fém keretben sűrűbbek, mint a szórt mágneses fluxusok. Az elektromágnes fluxusvonalainak iránya megegyezik a permanens mágnes fluxusáéval.

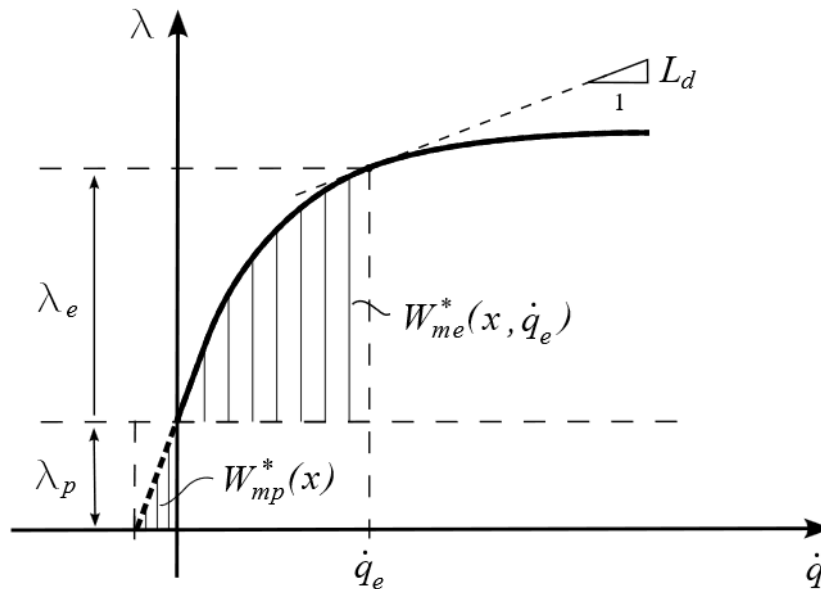


3.8. ábra: A behúzótekercs fluxusvonalai

Az állandó mágnes által létrehozott fluxusvonalak úgy is értelmezhetők, mintha egy független állandó egyenáramú feszültségforrásról működtetett szolenoid volna. Fontos

megjegyezni, hogy ennél a típusnál előírt áramirány alkalmazandó, hogy az állandó mágnes és a tekercs által létrehozott fluxusok egy irányba mutassanak.

A 3.9. ábrán látható, állandó mágneset tartalmazó behúzótekercs jelleggörbéje a 3.6. ábrához képest balra tolódik el, úgy, hogy $\dot{q} = 0$ áramerősségnél az állandó mágnes által létrehozott λ_p fluxus értéknél metszi a függőleges tengelyt. A hozzá tartozó $W_{mp}^*(x)$ kiegészítő mágneses energiarész csak a vasmag pozíójától függ, és független a tekercsben folyó \dot{q}_e áramerősségtől.



3.9. ábra: Fluxus-áramerősség diagram permanens mágnessel behúzótekercs esetén

Továbbá az elektromos áram által gerjesztett tekercs fluxusát λ_e jelöli. Az elektromágnes tekercsén folyó tisztán az elektromos áramból származó kiegészítő mágneses energiát $W_{me}^*(x, \dot{q}_e)$ jelöli.

Megjegyzés: A kiegészítő mágneses energia komponensek értelmezése a 3.9. ábra szerint új tudományos eredménynek számít, ezért az 1. tézis részét képezi.

Ez az áramerősség részben az U_0 külső feszültségforrásból, illetve a permanens mágnes terében mozgó vasmag által indukált feszültségből származik. Ez utóbbi feszültség a Faraday–Lenz-törvény értelmében a mozgási indukcióból származik, amely szerint az indukált áram iránya mindig olyan, hogy a tekercsben folyó áram és az általa létrehozott mágneses terével akadályozni igyekszik az őt létrehozó indukáló folyamatot. Ez azt jelenti, hogy a tekercs ellenállásától eltekintve a mechanikai teljesítmény és a villamos teljesítmény összege zérus [4], így

$$P = F_{ind}\dot{x} - U_{ind}\dot{q}_{ind} = 0, \quad (3.48)$$

ahol U_{ind} a vasmag mozgásából származó indukált feszültség, \dot{q}_{ind} pedig a tekercsen ekkor érvényes áramerősség

$$U_{ind} = \frac{\lambda_p(x)}{dt} = \frac{\lambda_p(x)}{dx} \frac{dx}{dt} = \lambda'_p(x)\dot{x}. \quad (3.49)$$

A (3.49)-et behelyettesítve (3.48)-ba és \dot{x} -tal egyszerűsítve az indukcióból származó erőhatás

$$F_{ind} = \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind}. \quad (3.50)$$

Az állandó mágnessel bővített behúzótekerics $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiája az alábbi összegzéssel áll elő

$$W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) = W_{mp}^*(x) + W_{me}^*(x, \dot{q}). \quad (3.51)$$

Így az összetett rendszer Lagrange-függvénye

$$\mathcal{L} = T^*(\dot{x}) + W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) - V_p(x), \quad (3.52)$$

ahol a $T^*(\dot{x})$ kiegészítő kinetikai energia és a $V_p(x)$ potenciális energia rendre megegyezik a (3.38) és (3.39) kifejezésekkel. Hasonlóan a (3.40) képletben adott $\overline{\delta W}_{nc}$ nem konzervatív rendszerelemek virtuális munkája kiegészül a mozgási indukcióból származó feszültséggel és erőhatással, továbbá a vasmag mozgását fékező csillapítással

$$\overline{\delta W}_{nc} = (U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x} - R\dot{q})\delta q + (\lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - r\dot{x})\delta x. \quad (3.53)$$

A (3.52) és (3.53) felhasználásával a (3.30) és (3.31) Lagrange-egyenletek az alábbi villamos- és mechanikai differenciálegyenleteket eredményezi

$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \dot{x} + R\dot{q} = U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (3.54)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + F_s(x) = \frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} + \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - mg. \quad (3.55)$$

Az állandó mágneshez kapcsolódó mozgási indukcióból származó \dot{q}_{ind} áramerősség a (3.54) egyenlet megoldásából állítható elő külső feszültségforrás nélkül

$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}_{ind}}{dt} + R\dot{q}_{ind} = -\lambda'_p(x)\dot{x}. \quad (3.56)$$

A (3.54) egyenletben szereplő első összetevő együtthatója a dinamikus induktivitás, amely csak a $W_{me}^*(x, \dot{q})$ függvénye

$$L_d(x, \dot{q}) = \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} = \frac{\partial^2 W_{me}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2}. \quad (3.57)$$

A második tag az áramjárta tekerics mágneses terében mozgó vasmag által indukált feszültséget szolgáltatja, amelyben szintén nem szerepel az állandó mágnes kiegészítő mágneses energiája

$$U_e(x, \dot{q}) = \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial^2 W_{me}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt}. \quad (3.58)$$

A (3.55) mozgási egyenlet jobb oldalán szereplő parciális derivált a (3.51) szerint két tag összegéből áll

$$\frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} = \frac{\partial W_{mp}^*(x)}{\partial x} + \frac{\partial W_{me}^*(x, \dot{q})}{\partial x}, \quad (3.59)$$

amelyek rendre, az állandó mágnes $F_p(x)$ és a gerjesztett tekercs elektromágneses $F_e(x, \dot{q})$ erejének feleltethetők meg.

Megjegyzés: A (3.48) – (3.59) egyenletekkel bemutatott levezetés alapján az indukált feszültségre és a vasmagra ható erőre tett új tudományos megállapításokat a 2. tézis a) és b) pontjai tartalmazzák. A 2. tézis c) pontja kitér a dinamikus induktivitás numerikus meghatározásának módjára és a függvény csúcserőértékére is az 5.1. alfejezettel összhangban.

Az állandó mágnes és a tekercs kiegészítő mágneses energiájának meghatározása a 3.2.1. alfejezetben bemutatott módszerhez hasonló. Előírt állandó áramerősség mellett rögzített vasmag pozíciókban mérhető a vasmagra ható erő. Ezen F_{ex} erőfüggvény hely szerinti integrálja szolgáltatja a kiegészítő mágneses energiákat a hely és az áramerősség függvényében. A $W_{mp}^*(x)$ állandó mágnes kiegészítő energiáját a tekercs gerjesztetlen állapota mellett az alábbiak szerint lehet meghatározni a mért $F_{ex}(x, 0)$ erőből, amely ebben az esetben is negatív x irányú

$$W_{mp}^*(x) = \int_x^{x_h} (F_{ex}(\xi, 0) - mg) d\xi. \quad (3.60)$$

Az integrandusz az állandó mágnes $F_p(x)$ behúzóereje

$$F_p(x) = F_{ex}(x, 0) - mg. \quad (3.61)$$

A $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia meghatározásához elő kell állítani a tekercs $F_e(x, \dot{q})$ elektromágneses erejét, azaz a mért $F_{ex}(x, \dot{q})$ erőértékekből le kell vonni az állandó mágnes $F_p(x)$ erejét és a vasmag súlyát

$$F_e(x, \dot{q}) = F_{ex}(x, \dot{q}) - F_p(x) - mg, \quad (3.62)$$

$$W_{me}^*(x, I_s) = W_{me}^*(x_h, I_s) + \int_x^{x_h} F_e(\xi, I_s) d\xi, \quad (3.63)$$

ahol $W_{me}^*(x_h, I_s)$ a (3.46) képlettel számítható.

Megjegyezzük, hogy $(x_r = x_1, x_2, \dots, x_h)$ és $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, M$) ponthalmazon állnak elő a kiegészítő mágneses energia értékek, amelyeket ebben az esetben is köbös szplájnnal approximálunk, hogy folytonos függvényként álljon elő a $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$. Ezen függvény ismeretében a (3.54) – (3.56) differenciálegyenletekben meghatározhatók a parciális deriváltak.

A permanens mágnes fluxusa és a vasmagra gyakorolt behúzó ereje közötti kvadratikus függvénykapcsolat írható fel a [3] alapján

$$F_p(x) = \beta \lambda_p^2(x) \quad (3.64)$$

amelyből a β ismeretében a fluxus, mint a vasmag pozíciójának függvénye előállítható

$$\lambda_p(x) = \sqrt{\frac{F_p(x)}{\beta}}. \quad (3.65)$$

A β meghatározása egy olyan kísérletből és szimuláció segítségével történik, amely során az áramkörben megfelelően nagy értékű ellenállás van, hogy az indukált elektromos áram és idő szerinti deriváltjának értéke elhanyagolhatóan kicsi. Ekkor az indukált feszültség csúcsertékét és az esési időt mérve és összevetve a megfelelő szimulációs eredményekkel a β és az r paraméterek meghatározhatók (lásd 5.2. alfejezet).

3.2.3. A vasmag felütközési dinamikájának figyelembevétele

Az érintkezési feladatokat statikus esetben gyakran büntető paraméteres technikával szokás megoldani. Ekkor a hézagfüggvényt, amely a testek egymásba hatolását írja le egy nagy büntető paraméterrel szükséges szorozni, hogy a negatív hézagot csökkenteni lehessen. A módszer hátránya, hogy nagy büntetőparamétereknél a numerikus módszer instabillá válhat. Ezt a problémát lehet kiküszöbölni az augmented Lagrange módszerrel [53], ahol a Lagrange multiplikátor fizikai jelentése az érintkezési erő, amelyet iterációval határoznak meg a büntető paraméteres függvénnyel. Az előnye, hogy relatíve kis büntető paraméter választás mellett is jól működik, azaz a testek egymásba hatolása közel nullává válhat.

Dinamikai folyamatokban a testek sebesség különbséggel találkoznak, amikor impulzus megmaradástól és az ütközés jellegétől függően a fellépő ütközési erő a meghatározó. Az ütközés lehet rugalmas, tökéletesen rugalmatlan vagy valamilyen köztes átmenet. A mozgásegyenletek numerikus megoldásánál az időlépés választás meghatározza, hogy az ütközésben részvevő tömegpontok ütközési ideje milyen hosszú.

Tehát az ütközésben részt vető test impulzusának megváltozása ezen időlépés növekmény alatt meghatározza a ráható ütközési erő nagyságát

$$F_{cont}^d = m \frac{\dot{x}(t_{n+1}) - \dot{x}(t_n)}{\Delta t}, \quad (3.66)$$

ahol $\dot{x}(t_n)$, $\dot{x}(t_{n+1})$ rendre a vasmag az ütközés előtti és utáni sebessége. A vizsgált mozgó vasmag egy álló, mereven rögzített felületnek ütközik. Tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén $\dot{x}(t_{n+1}) = 0$. Az ütközés megfigyelések alapján gyakorlatilag rugalmatlannak vehető, így a vasmag berántása végén a felütközés visszapattanás nélkül történik meg.

Az m tömegű vasmag $\dot{x}(t_{n+1})$ becsapódási sebessége nullára változik, és az egy Δt időlépés alatt feltételezett F_{cont}^d ütközési erő meghatározható

$$F_{cont}^d = -m \frac{\dot{x}(t_n)}{\Delta t}. \quad (3.67)$$

Annak érdekében, hogy a folyamat matematikailag jól kezelhető legyen, célszerű az érintkezési feladathoz a $\bar{g}(x)$ büntető függvény alkalmazása relatíve kis α büntető paraméter mellett. A vasmag felütközés $x = 0$ pozícióban történik, ekkor a büntető függvény $\bar{g}(x) = x$, amely egy potenciális energiát szolgáltat

$$V_p^\alpha = \frac{1}{2} \alpha \bar{g}^2(x), \quad (3.68)$$

így az érintkezési erő kiegészül a büntető paraméteres taggal

$$F_{cont} = -\frac{m\dot{x}(t_n)}{\Delta t} - \alpha \bar{g}(x), \quad \text{ahol } x < 0 \text{ és } \dot{x}(t_n) < 0. \quad (3.69)$$

Az ütközési erő gyakorlatilag megállítja a vasmag mozgását, míg a büntető paraméteres függvényből származó erő a vasmag nyugalmi helyben tartását biztosítja. Így a feladat numerikusan jól kezelhető marad.

A felütközéskor a rendszer Lagrange-függvénye a (3.52) felíráshoz képest a potenciális energiában módosul

$$\mathcal{L} = T^*(\dot{x}) + W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) - V_p^c(x), \quad (3.70)$$

ahol $V_p^c(x)$ felütközéskori potenciális energia, amely (3.39) és (3.68) alapján

$$V_p^c(x) = V_p(x) + V_p^\alpha. \quad (3.71)$$

Ugyanakkor a rendszer nem konzervatív virtuális munkanövekménye az F_{cont}^d dinamikus kontakterő hatásával bővül

$$\overline{\delta W}_{nc}^c = (U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x} - R\dot{q})\delta q + (\lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - r\dot{x} + F_{cont}^d)\delta x. \quad (3.72)$$

A (3.30) és (3.31) egyenletekbe (3.40) virtuális munka helyett (3.72)-t használva, és tekintettel (3.69) kifejezésre az alábbi nemlineáris differenciálegyenlet-rendszer áll elő

$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} + R\dot{q} = U_0 - \lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}_{ind}}{dt} + R\dot{q}_{ind} = -\lambda'_p(x)\dot{x}, \quad (3.74)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + F_s(x) = \frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} + \lambda'_p(x)\dot{q}_{ind} - mg + F_{cont}. \quad (3.75)$$

Az elektromechanikai differenciálegyenletekben szereplő kiegészítő mágneses energia mérésekre alapozva határozható meg.

Megjegyzés: Az energiaalapú leírással előállított (3.73) – (3.75) differenciálegyenlet-rendszer leírja az állandó mágnessel bővített behúzótekeres működését, ez új tudományos eredménynek számít és a 3. tézis tartalmazza.

4. EGYEDI TERVEZÉSŰ MÉRŐBERENDEZÉS

Ebben a fejezetben az egyedi tervezésű mérőberendezés általános bemutatása történik meg, majd a további alfejezetekben olvasható az egyes mérési konstrukciók gépészeti felépítése, elektronikai céláramkör, szenzorok kalibrációja mérősúlyokkal, a mérőrendszer által biztosított pontosságok, ejtési tesztek és üzemi működés mérésének részletezése.

4.1. A mérőrendszer általános bemutatása

Az elektrodinamikai rendszer modellezéséhez szükséges méréseket végezni. Egyrészt a vasmag rögzített pozícióiban kell automata feszültségvezérlés mellett erő, áramerősség és elmozdulás értékeket mérni. Másrészt a későbbi paraméteridentifikációhoz lesz szükség olyan ejtéstesztek elvégzésére, amely során a vasmag szabadesése biztosított, a helyzetét távolságmérővel- és egyidőben a gerjesztetlen tekercs végpontjain indukált feszültséget lehet mérni. A harmadik mérési eljárás a vizsgált behúzótekercs üzemi működését teszi lehetővé, és közben méri a tekercsen folyó elektromos áram nagyságát és a vasmag elmozdulását az idő függvényében. Ezek a mérési eredmények összevethetők lesznek egy saját fejlesztésű szimulációs program eredményével.

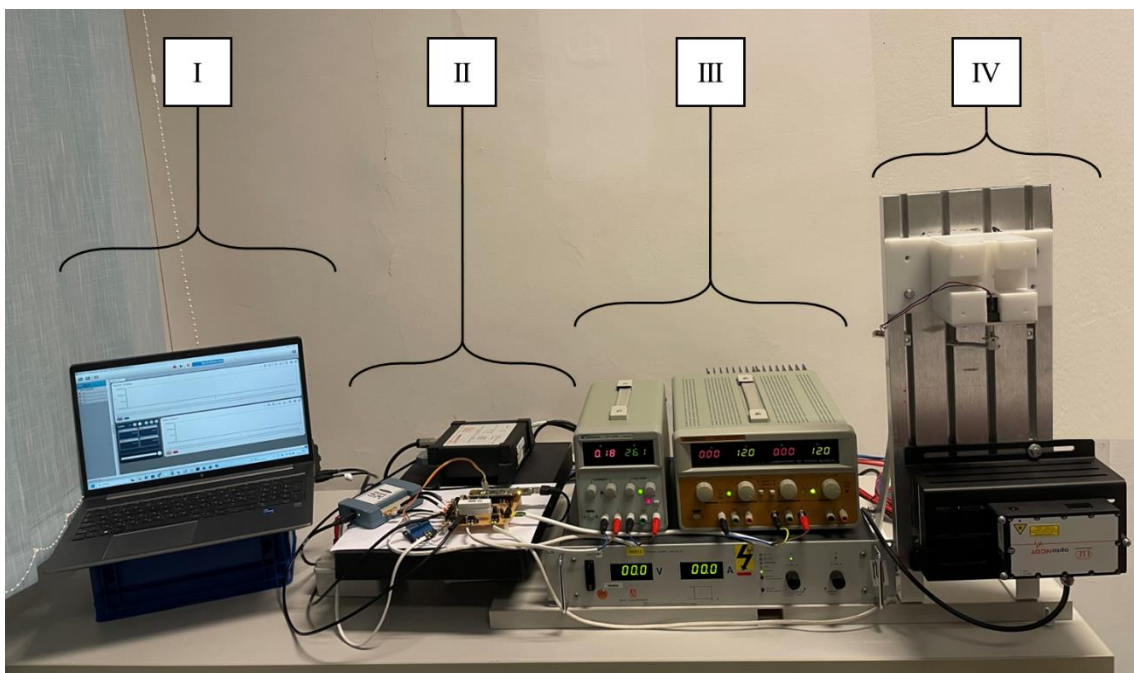
Ezek ismeretében a mérőrendszerrel szemben támasztott követelmények a következők:

- különböző típusú behúzótekercset is lehessen vizsgálni;
- moduláris felépítés segítse, hogy a három típusú mérést egyetlen berendezés átszerelésével el lehessen végezni;
- mérhető legyen a vasmagra ható erő, a tekercsen folyó elektromos áram, a vasmag elmozdulása és a tekercs kapocsfeszültsége;
- az elvárt minimális pontosság erő tekintetében 1 N, az áramerősségnél 1 mA, az elmozdulásnál 0,1 mm és feszültség esetén 0,1 V;
- a statikus mérések esetén, hogy a vasmag és a szolenoid házának egymáshoz viszonyított helyzete fokozatmentesen állítható és adott pozícióban rögzíthető is legyen;
- üzemi teszt és statikus mérések esetén egyaránt lehessen előre programozott feszültségvezérlést alkalmazni;
- tartalmazzon mérési adatgyűjtőt, mely minimum 1 kHz mintavételi frekvenciával képes rögzíteni a négy fizikai mennyiséggel arányos analóg mérőjelet;
- a mért adatokat exportálni lehessen .csv fájlformátumba.

A mérőberendezés általános felépítése a 4.1. ábrán látható, amely négy fő részt tartalmaz. Az I. egy olyan személyi számítógép, amelyen programozható a feszültségvezérlés, a mérési adatgyűjtő kártya is konfigurálható és a mért adatsor .csv fájlformátumban menthető. A II. egység az egyedi céláramkör, amely a 4.2. alfejezetben kerül bemutatásra részletesen.

A III. rész azokat a laboratóriumi tápegységeket tartalmazza, melyek a szenzorok, a műveleti erősítők tápellátását végzi: a ± 12 V-ot egy Matrix MPS 3005L típusú, míg a közös nulla potenciához képesti +5 és +26 V-ot egy Twintex TP1305 típusú laboratóriumi tápegység biztosítja. Ebben a részben található továbbá az a programozható SM35-45 típusú tápegység is, amely programozható egy analóg bemeneti jel segítségével.

A vasmagra ható erő mérése egy DYLY-106 típusú, S-alakú erőmérő cellával történik, melyben Wheatstone-hidas kapcsolásban nyúlásmérő bélyegek találhatók. A vasmag pozíciójának figyelését egy Micro Epsilon optoNCDT-2220 típusú háromszögélő lézeres távolságmérő végzi. A tekercsen folyó elektromos áram nagyságát egy INA181A4IDBVR típusú műveleti erősítő érzékeli ún. „magas oldalon” (*high-side current sensing circuit, high-side shunt measurement*) elhelyezett mérő ellenálláson eső feszültség segítségével. A tekercs kapocsfeszültségének mérése feszültségosztó kapcsolással valósul meg, illetve ejtési teszt esetén LeCroy 44XI típusú digitális oszcilloszkóp áll rendelkezésre. A IV. egység a berendezés moduláris gépészeti része, ennek alapját egy T-hornyos alumínium szerelőlap képezi, mely függőleges elrendezésű. A távolságmérő szenzor, a behúzótekercset tartó rész és a pozicionáló egység erre a lapra szerelhető, az elrendezésük a mérés típusától függően változik.



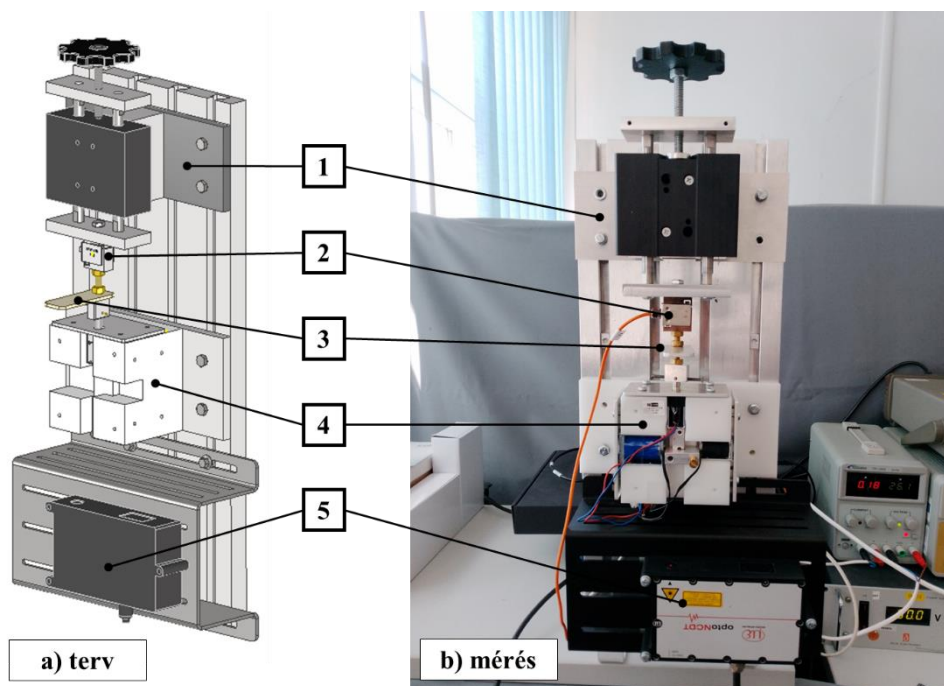
4.1. ábra: Az egyedi mérőberendezés fő egységei

4.2. Statikus erőmérések gépészeti konstrukciója

A kiegészítő mágneses energia meghatározásához méréseket szükséges végezni úgy, hogy a szolenoid vasmagját adott pozíciókban rögzíteni kell és a tekercs kapocsfeszültségét lépésenként növelni. Ehhez a 4.1. ábrán látható berendezés IV. számú gépészeti egységét a 4.2. ábrán látható tervek szerint kellett módosítani. A szükséges rögzítő- és kötőelemek tervezése Autodesk Inventor szoftver alatt történt, a gyártásban pedig a Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézet kollégái és megmunkáló gépei álltak rendelkezésre.

A vasmag pozícionálását a 4.2. ábra jelöléseivel összhangban az 1 jelű egység végzi. Ez egy ikerdugattyús pneumatikus munkahengert tartalmaz a megvezetés érdekében, az egyik végén egy menetesszárral fokozatmentesen állítható az emelés mértéke, míg az alsó kapcsolódási pontján a 2 jelű, S-típusú erőmérő szenzor csatlakoztatható. A pozícionáló egység végső elemcsoportja a 3 jelzést kapta, feladatai között szerepel, hogy nem ferromágneses (alumínium és sárgaréz) fémes anyag segítségével kapcsolódjon a vasmag az erőmérő cellához, továbbá, hogy a vasmaghoz legközelebb egy lemez segítségével felületet biztosítson a távolságmérő számára.

A mérés során az elektromágnes háza rögzítve van a 4 jelű, polioximetilén (POM) műanyagból készült tartóban, amely egyedi gyártásának köszönhetően több különböző behúzótekercs rögzítésére alkalmas, csupán 90°-kal elfordítva kell beszerelni az egységet a felfogatólapon. A lézeres távolságmérő az ábrán 5 jellel szerepel, és egy lézervágott-, élhajlított lemezalkatrész segítségével rögzíthető a szerelőlapon.



4.2. ábra: Gépészeti egység felépítése statikus mérésekhez

A statikus mérések során először ütközésig kellett engedni a vasmagot a ház belsejébe. Majd a pozícionáló egység segítségével be kellett állítani a vasmag előírt helyzetét. Ezt követően egy gombnyomás hatására az automata kapcsolófeszültség vezérlés mentén mérhető volt a tekercs áramfelvétele, a vasmagra ható erő és pozíciójának esetleges változása is. A pozícióváltás és automata adatgyűjtés ismétlésével az elektromágnes teljes lökethosszán a mérések megtörténtek. Az automata mérés folyamata a 4.3. alfejezetben olvasható.

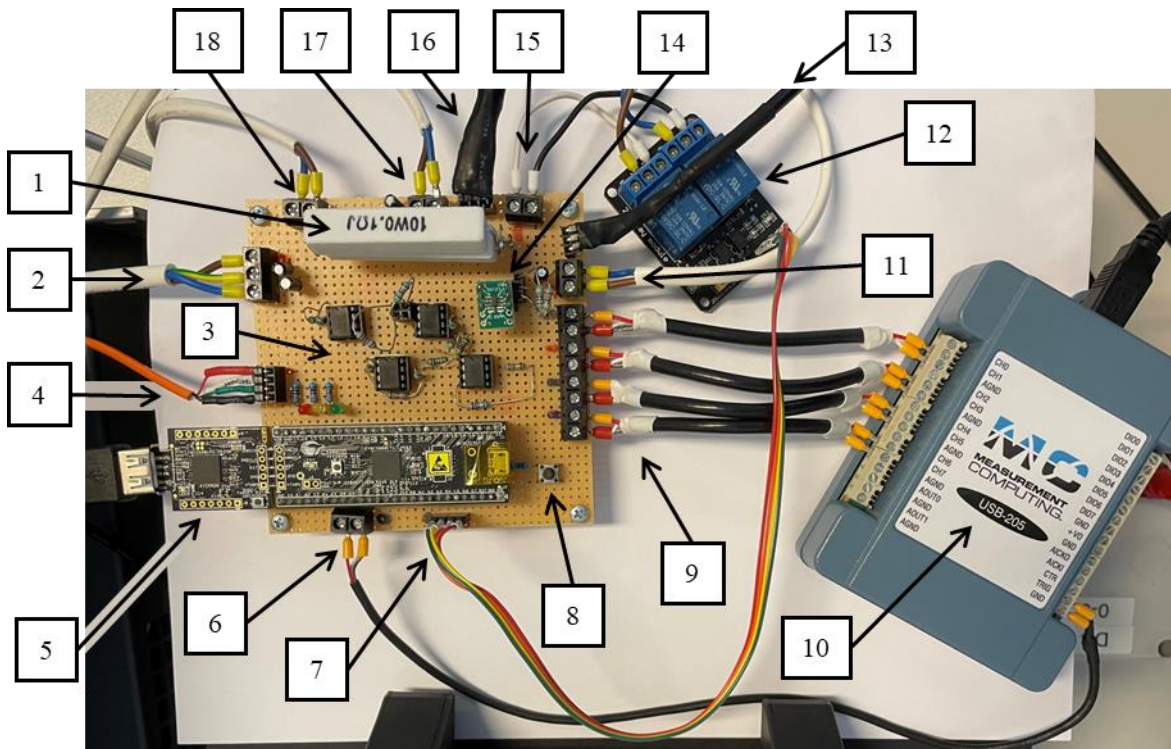
4.3. Mérőrendszer elektronikai felépítése, kalibrációja, pontossága

A 4.1. ábra II. jelű egységének részét képezi a 4.3. ábrán látható egyedi tervezésű céláramkör is, amely a következőket teszi lehetővé:

- csatlakozási lehetőséget biztosít a stabilizált tápfeszültségek fogadására és eljuttatja a szenzorok és a műveleti erősítők számára,
- fogadja a szenzorok mérőjeleit és továbbítja a mérőkártya számára,
- műveleti erősítők segítségével erősíti a szenzorjeleket,
- tartalmazza a programozott fejlesztői platformot, az automata mérést indító nyomógombot és állapotjelző LED-eket,
- közbeiktat egy mérőellenállást az ún. „magas oldalon” a vezérelhető laboratóriumi tápegység kimenete és a vizsgált behúzótekerccs között,
- vezérlőjelek csatlakozását biztosítja a vezérelhető tápegység, a mérőkártya és egy áramkört nyitó és záró relémodul számára.

Az elektromágnesek modellezéshez készített mérőberendezés négy fizikai mennyiséget mér, továbbá a tesztek kapcsán mért adatokat rögzíti az idő függvényében: a vasmagra ható erőt, annak pozícióját, a tekercsen folyó áram erősségét és a kapcsolófeszültséget. A négy mennyiséggel arányos analóg feszültségértéket megfelelő módon erősítve vagy osztva egy MC-USB-205 típusú mérési adatgyűjtő kártyára csatlakoztatja. Ez a mérőkártya a DAQami nevű, saját gyártó által biztosított szoftveren keresztül konfigurálható. Beállítható többek között az analóg bemenetek feszültségtartománya, az aktív csatornák száma, a mintavételezési frekvencia, az adatrögzítés kezdetét indító trigger jel funkció vagy a kézi vezérlés, vagy a mérés végét jelentő mintaszám (sample) értéke. A szoftver vizuális megjelenítést is lehetővé tesz a mért adatfolyamról, mérőpontok egyedi adatlekérdezése is lehetséges, valós idejű skalár értékmutatás és a rögzített értékek exportálását is, akár .csv fájlformátumba is.

A 4.3. ábrán látható a tervezett és megépített céláramkör és az alkalmazott elektronikai eszközök.



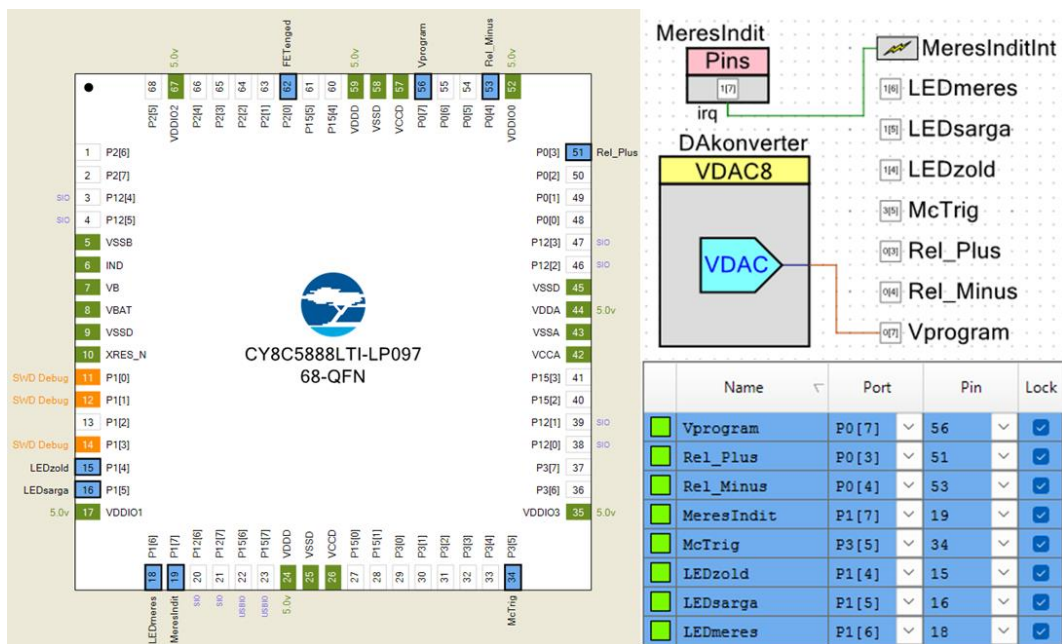
4.3. ábra: Egyedi céláramkör, a relémodul és a mérőkártya

A 4.3. ábrával összhangban a 4.1. táblázat ismerteti az egyes egységeket, elemeket.

Sorszám	Megnevezés
1	2db párhuzamosan kötött 0,1 Ω értékű teljesítmény ellenállás (10 W)
2	± 12 V stabilizált feszültség laboratóriumi tápegységről
3	4 db LM358D általános célú műveleti erősítő
4	Az erőmérő cella csatlakozása: GND, +12V, S1, S2
5	Cypress PSoC 5LP CY8CKIT-059 típusú fejlesztői platform
6	Kimeneti trigger jel a mikrovezérlőtől a mérőkártyához
7	Digitális vezérlőjelek a relémodul működtetéséhez
8	Automata mérést indító nyomógomb
9	4 db árnyékolt jelkábel kivezetése a mérőkártya felé
10	MC-USB-205 mérésadatgyűjtő modul
11	+5 V stabilizált egyenfeszültség laboratóriumi tápegységről
12	2 db relét tartalmazó modul a tekercs áramkörének teljes bontásához
13	Analóg vezérlőjel az SM35-45 szabályozható tápegység felé
14	INA181A4IDBVR típusú árammérő IC
15	Csatlakozási pont a tekercsre kapcsolt feszültséghez (INPUT)
16	Csatlakozási pont távolságmérő szenzor felé: GND, VCC, S0
17	+26 V stabilizált egyenfeszültség laboratóriumi tápegységről
18	Csatlakozási pont a tekercsre kapcsolt feszültségéhez (OUTPUT)

4.1. táblázat: A céláramkör részei és alkalmazott elektronikai eszközök megnevezése

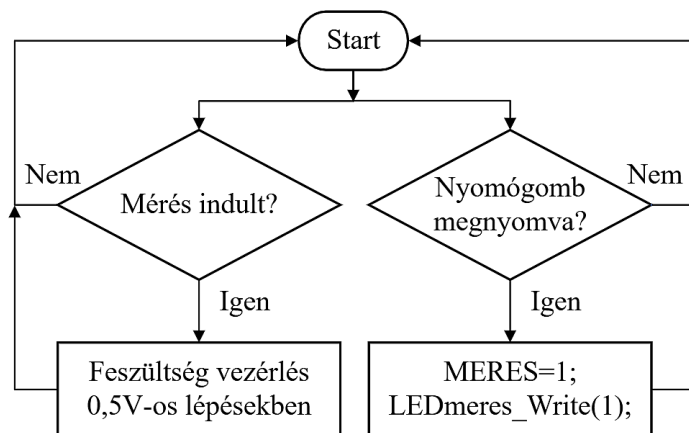
Egy automata mérés alkalmával a vasmagot rögzíteni szükséges az adott pozícióban, majd a 4.3. ábrán látható nyomógomb segítségével indítható el az automata mérés. Ekkor a fejlesztői platform az adott csatlakozási pontokon keresztül vezérlő jelet küld egyrészt a szabályozható tápegység részére, másrészt a mérőkártya trigger bemenetére, harmadrészt vezérli a relémodult, hogy a megadott időre zárt legyen, majd újra kinyisson. Két bekapcsolás között növeli a programozott feszültség értékét egészen az üzemi maximális feszültségig 0,5 V-os lépésekben. Az automata léptetés közben minden szenzor működik és a mérési adatgyűjtő is aktív. A 4.4. ábrán látható a fejlesztői platform konfigurációja.



4.4. ábra: Cypress PSoC 5LP CY8CKIT-059 típusú fejlesztői platform konfigurációja

A platformon integrált mikrovezérlőn futó programkód folyamatábrája segíti a megértést, amely a 4.5. ábrán látható. A nyomógomb működtetése egy megszakításkezelő rutint hív meg, amelynek hatására egy „MERES” nevű segédváltozónak 1-es értéket ad, illetve egy visszajelző LED-et működtet. A főprogram tartalmazza a funkcióblokkok indítását, illetve a további segédváltozók kezdeti értékadását. Az újra és újra ismétlődő for-ciklus azt a feltételt vizsgálja, hogy a mérés el lett-e indítva. Abban az esetben, ha igen, akkor trigger jelet küld a mérőkártyának, és a megadott maximális üzemi feszültséget felosztja 0,5 V-os lépésekre, és inkrementális analóg feszültségvezérlést hajt végre az egyik analóg kimeneti lábán keresztül, amely a szabályozható tápegységet vezérli. Digitális kimeneti lábakon keresztül a relémodult is zárja 80 ms időre, majd visszanyitja, 300 ms idő alatt újabb feszültségszintet állít be és megint zárja az áramkört, így a tekercs működésbe lép. Az áramkör teljes bontása érdekében a negatív pólus is meg van szakítva. Azt, hogy mennyi időre zárja az áramkört és meddig szakítja meg, azt előzetes kísérletek alapján került meghatározásra. A folyamatot minden esetben visszajelző

LED-ek szemléltetik a felhasználó számára. Miután az automata ciklus elérte a maximális üzemi feszültség kapcsolását, a mikrovezérlő nullázza a segédváltozókat és újabb gombnyomásra vár.



4.5. ábra: Mikrovezérlőn futó program vázlat

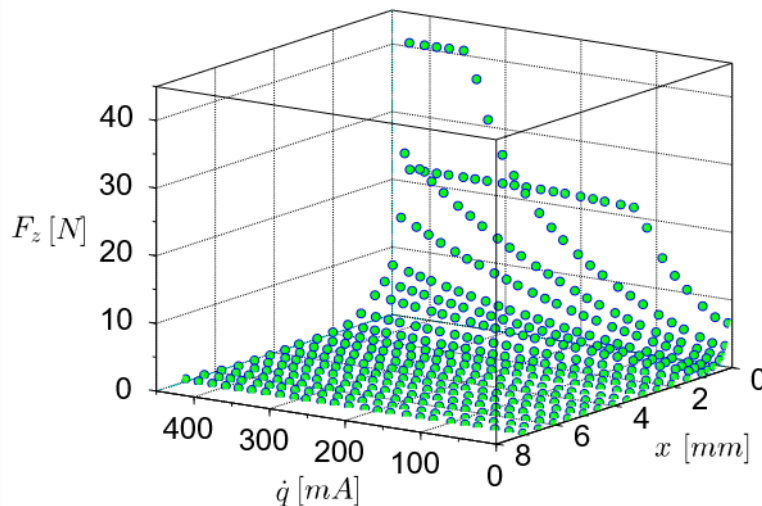
Egy feszültségvezérlés két utolsó lépését mutatja a 4.6. ábra. A bal alsó sarokban lett elhelyezve az aktuális értékek megjelenítéséért felelős ablak, amely a statikus célpozíció beállításánál bizonyult hasznosnak, míg a felső és jobb oldali jelfolyamok az értékleolvasó funkciót segítette az előzetes vizsgálatok során, a későbbiekben inkább a vizuális ellenőrzést szolgálta. A gyári szoftver segítségével .csv típusú fájlformátumba lehetett exportálni a mért és rögzített adatsorokat, amely fájlt a későbbiek során egy Scilab szoftverben írt program dolgozta fel. Látható, hogy a feszültségmérési tartomány 24 V-os maximumra lett tervezve, ennek az az oka, hogy a permanens mágneset is tartalmazó elektromágnesek jellemzően 6 V, 12 V és 24 V-os kapocsfeszültségen üzemelnek, például az RS177-0138 típusú elektromágnes 12 V-os.

A mérési jelfolyamon látható, hogy a feszültség rákapcsolását követően az áramerősség és erő görbék bizonyos idő elteltével válnak konstanssá. Mivel a statikus helyzetben végzett mérések eredményeként az erőt szükséges felhasználni áramerősség és vasmag pozíció függvényében, ezért az állandósult szakaszon, 10 mérési ponton átlagszámítás történt. Továbbá a jelfolyamon látható a relével megszakított áramköri kapcsolat tranziense, ez az egyedi mérőkör sajátosságából adódott. Minden beállított vasmagpozícióban biztonsági okokból összesen három automata mérés valósult meg. Az egyes mérési sorok könnyebb feldolgozása érdekében időbélyeg alapú exportálási módszerrel segéd táblázat készült. A segéd táblázat azt az időbélyeget alkalmazta, amit az exportált .csv fájl neve is tartalmazott. A tekercs két automata mérésindítás között minimum fél perc nyugalmi helyzetben maradt, így elkerülve a hőveszteség okozta hibákat.



4.6. ábra: DAQami szoftver alkalmazása a statikus mérésekhez

Miután minden beállított pozícióban megtörténtek az automata mérések, az exportált .csv fájlok feldolgozására segédprogram készült. Az így előállt „nyers” mérési eredményeket mutatja a 4.7. ábra, ahol a félreértések elkerülése végett F_z jelöli az erőértékeket; a későbbiek során térbeli közelítést alkalmazva annak eredményeként előáll az elméletben ismertetett és használt F_{ex} erőfüggvény.

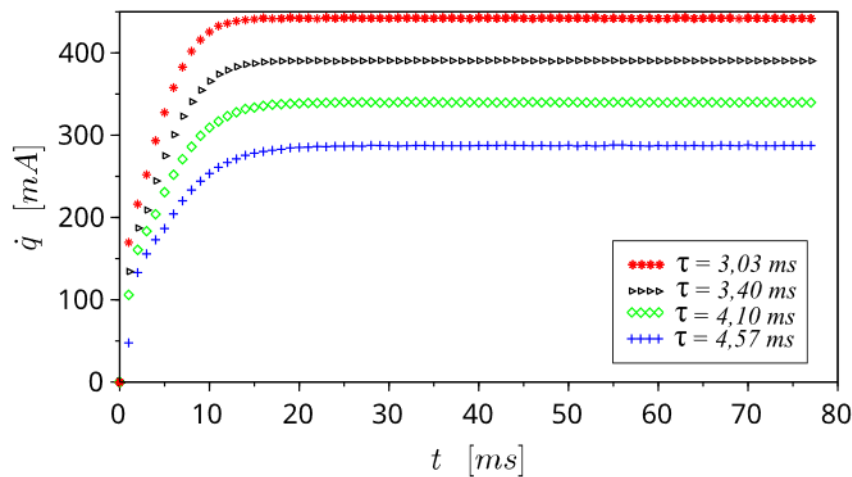


4.7. ábra: Az erőmérés exportált és átlagolt „nyers” eredményei

Az erőmérés kezdeti pozíciója a vasmag teljesen betölt helyzetében kezdődött, onnan lett kimozdítva az első adott pozícióhoz. A 4.7. ábrán is látható, hogy mikor a vasmag még közel van a felütközés helyéhez, az egyre nagyobb tekercsáram hatására a vasmag felütközött, így az erőmérés azután csak konstans értékeket mutatott. Az RS177-0138 típusú elektromágnes esetén

az első két 0,1 mm-en történt ilyen felütközés, ezért az F_{ex} erőfüggvény meghatározásakor azok nem kerültek felhasználásra (lásd 5.2. ábra).

A legfelső pozícióban a felütközéssel terhelt mérési sor alkalmas arra, hogy az áramerősség görbék felfutási karakterisztikájából becsült időállandót lehessen meghatározni, amely segítségével a dinamikus induktivitás tendenciájára is lehet következtetni. A 4.8. ábra megmutat a legfelső pozícióban mért áramerősség görbék közül négyet.



4.8. ábra: Legfelső pozícióban mért áramerősség görbék időállandói

Megfigyelhető, hogy az egyre nagyobb áramerősségek időállandója egyre kisebb. A vizsgált rendszerben az anyagtörvény nemlineáris, így az induktivitás meghatározása nem triviális. A klasszikus RL áramkörre jellemző összefüggést felírva

$$L_g = R_g \tau_g, \quad (4.1)$$

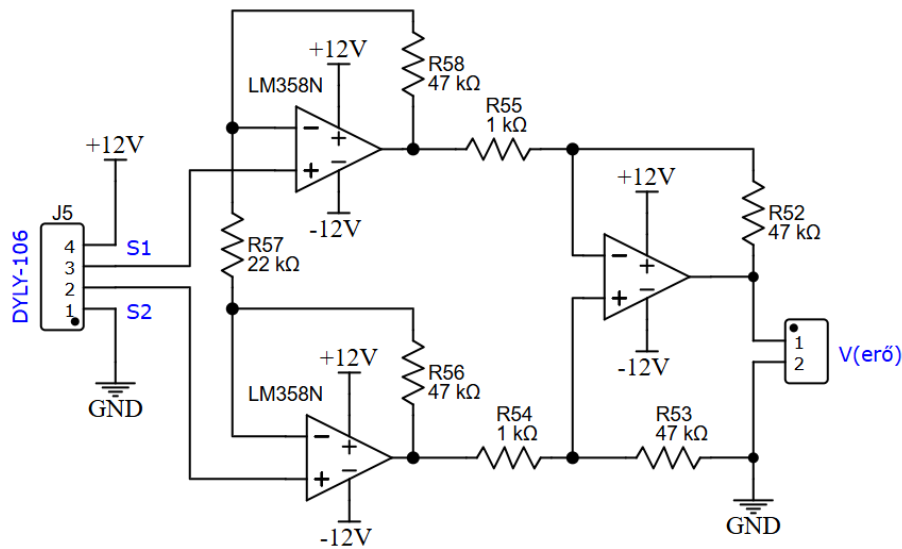
ahol R_g a tekercs ellenállása, τ_g a nemlineáris áramkarakterisztika becsült időállandója, kiszámolható az L_g becsült dinamikus induktivitás értéke. A 4.2. táblázat tartalmazza a különböző áramerősség görbékhez tartozó adatokat, ahol $R_g = 30,9 \Omega$. A τ_g megállapítása a 3-tau módszerrel történt [54] – [59], miszerint az elektromos áram felfutása $3 \tau_g$ idő alatt éri el a csúcserőérték 95%-át.

Áramerősség csúcserőértéke [mA]	Eltelt idő a 95%-os áramerősségig [ms]	Becsült τ_g értéke [ms]	Becsült L_g értéke [mH]
287,4	13,7	4,57	141,1
340,1	12,3	4,10	126,7
391,2	10,2	3,40	105,1
442,1	9,1	3,03	93,7

4.2. táblázat: Legfelső pozícióban becsült időállandók és induktivitások

Az erőmérő cella egy beépített Wheatstone-híd kapcsolással rendelkezik, megfelelően elhelyezett nyúlásmérő bélyegek segítségével képes a csavarodásból származó erőket kioltani, így csak a tengelyirányú húzó- vagy nyomóerővel arányos analóg feszültségértéket szolgáltatni.

Négy vezetéke közül kettő a gerjesztőfeszültség, míg a másik kettő a jelvezeték „S1” a pozitív és „S2” a negatív oldalon. Az alkalmazott ún. három műveleti erősítés kapcsolás a 4.9. ábrán látható, ahol az első kettő LM358-as műveleti erősítő puffere erősítőként funkcionál, így kiküszöbölik a bemeneti impedancia illesztésének szükségességét, míg a harmadik erősítő a különbségképzést valósítja meg. Az erősítés nagysága pedig egyetlen egy ellenállás, az R_{57} értékének megválasztásával állítható be.



4.9. ábra: Erőmérő cella műveleti erősítés kapcsolása

Mivel az általános célú műveleti erősítők a stabilizált ± 12 V-ról üzemelnek, ezért mind nyomó-, mind húzóerő mérését lehetővé teszik. A 4.3. táblázatban látható az előbbi kapcsolásban szereplő ellenállások pontos értéke, illetve a kalibráció során alkalmazott pontos feszültségértékek. A 4.4. táblázat mutatja a hitelesített mérő súlyok adatait. A 4.10. ábrán láthatók a hitelesített mérő súlyok és a mérés kivitelezése.

Jel	Terv	Valós	Mért. egy.
R52	47	46,73	k Ω
R53	47	46,72	k Ω
R54	1	0,995	k Ω
R55	1	0,996	k Ω
R56	47	46,78	k Ω
R57	22	21,92	k Ω
R58	47	46,77	k Ω
U _p (+)	± 12	$\pm 12,26$	V

4.3. táblázat: Erőmérő kapcsolás adatai

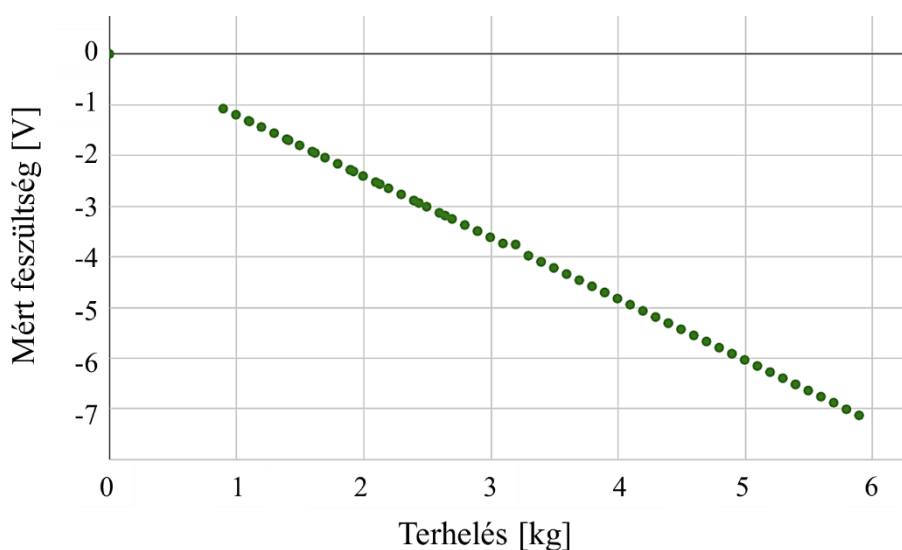
Jel	Valós	Mért. egy.
m1-m5	0,1	kg
m6	0,5	kg
m7-m10	1	kg
m11	0,2	kg
m12	0,5	kg
m13	1	kg

4.4. táblázat: Hitelesített mérő súlyok



4.10. ábra: Erőmérés kalibrációja hitelesített mérő súlyokkal

A tesztmérés során a függőlegesen elhelyezett erőmérő cellához csavarkötéssel és fonott zsinór segítségével rögzíthető a tartólap, amelyre az etalon súlyokat egyenletesen növelve rá lehet helyezni. Lépésenként szükséges az erőmérő cellát tehermentesíteni és feljegyezni a referencia feszültségértéket. Majd a tartólapon elhelyezett súlyokat együttesen kell elengedni, hogy azok „mehúzzák” az erőmérő szárát. A 4.11. ábrán látható a kalibrációs mérési adatsor.



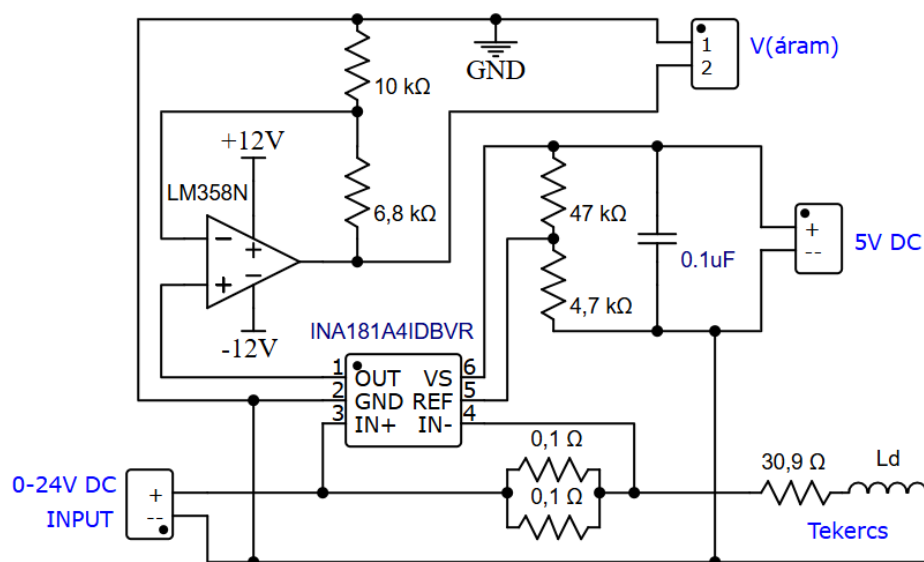
4.11. ábra: Erőmérés kalibrációjának mért értékei

Ahogy azt a mérési adatsor is bizonyítja, a három műveleti erősítő kapcsolás linearitása megfelelő. Az erőmérő cella mérési tartományát (50 N), érzékenységét (2 mV/V), energiaforrását (12 V), az erősítő kapcsolás eredő erősítését (247,08), a mérési adatgyűjtő kártya analóg bemeneti feszültségtartományát (± 10 V) és felbontását (12bit; LSB = 4,88 mV) is figyelembe véve az alábbi pontosság adódik

$$F_{sen}^{min} = \frac{50[\text{N}]}{247,08 \cdot 12 [\text{V}] \cdot 2 [\text{mV/V}]} \cdot 4,88 [\text{mV}] = 0,041 \text{ N.} \quad (4.2)$$

Így az egyedi mérőberendezés erőmérés tekintetében teljesíti a követelményrendszer erre vonatkozó pontját. A mérési adatgyűjtő 500 kS/s maximális mintavételi sebességgel rendelkezik. Mivel négy különböző csatornát használtak egyidőben, így ez maximum 125 kS/s értékre korlátozódik csatornánként, mindezzel együtt is megfelel az előírt 1 kHz-es mintavételi frekvencia követelménynek.

A tervezett egyedi céláramkör az árammérő kapcsolási részletét mutatja a 4.12. ábra, amely két párhuzamosan kapcsolt 0,1 Ω -os mérőellenállást tartalmaz az áramkör ún. „magas oldalán”. Azért vált szükségessé ezen oldal választása, mert viszonylag kis áramerősség értékeket kell pontosan mérni (0 – 400 mA) és a karakterisztika mérését egészen a nulla elektromos áramtól kellett indítani. Tehát az „alacsony oldalon” lévő zaj és esetleges nyitott áramköri lebegés miatt került elvetésre az „alacsony oldali” mérőellenállás használata.



4.12. ábra: Árammérés műveleti erősítő kapcsolása

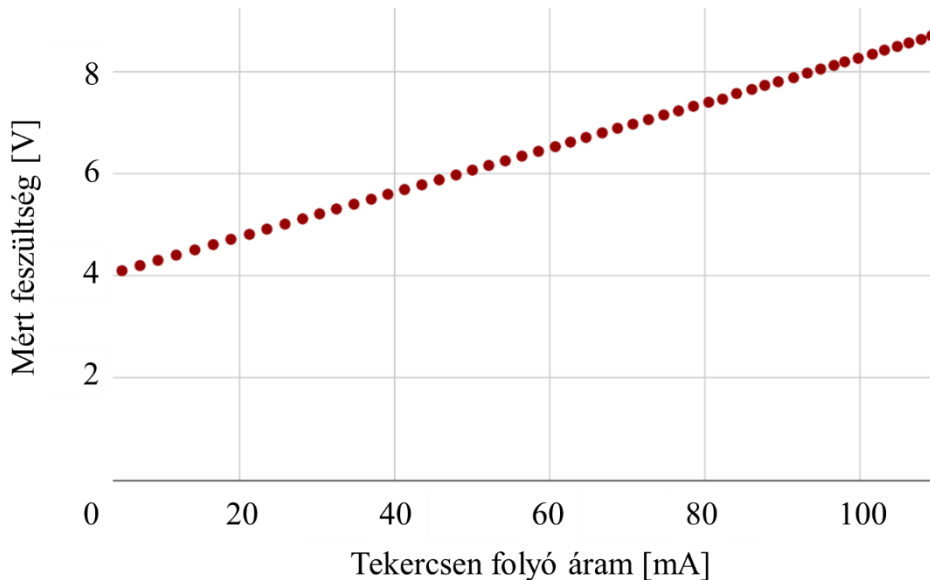
Az INA181A4IDBVR típusú árammérő belső erősítése 200, energiaigénye stabilizált 5 V, a maximális közös módusú feszültsége 26 V lehet. Utóbbi paramétere miatt esett a választás erre a típusra, mivel a mérőberendezésben vizsgálni kívánt szolenoidok 6 V – 24 V üzemi feszültséggel működnek, így a magas oldali mérés nem terheli túl az árammérőt.

Az árammérés kalibrációjára a 4.12. ábrán látható kapcsolás szolgált. A mérőellenálláson eső feszültség alapján meghatározható az áramkörben folyó elektromos áram mA-ben, ehhez szükséges volt a műveleti erősítő kapcsolás eredő kimeneti feszültségét mérni. A kalibrációs görbe a 4.13. ábrán látható, amelynek linearitása szintén kedvező.

A mérőkörben először 200-as majd 1,68-as erősítés érvényes, illetve az árammérő referencifeszültsége tervezetten 0,5 V volt, amely a valóságban 0,44 V lett. Az áramerősség értékek kiszámítására a következő összefüggés alkalmazható

$$I[\text{mA}] = \left(\frac{R_m I_m[\text{mV}]}{1000 G_{LM358}} - V_{ref} \right) \cdot \frac{1000}{G_{INA}} \cdot \frac{1}{R_m}, \quad (4.3)$$

ahol $R_m I_m[\text{mV}]$ a szenzor bemenetére érkező, $R_m = 0,05 \Omega$ mérőellenálláson eső feszültség, $V_{ref} = 1,44 \text{ V}$ az árammérő referencia feszültsége, $G_{LM358} = 1,68$, míg $G_{INA} = 200$. Az árammérés legkisebb megkülönböztethető változását úgy lehet meghatározni, hogy a (4.3) kifejezésbe egyszer $I_m = 0$ majd $R_m I_m = 4,88 \text{ mV}$ behelyettesítést szükséges végezni. Az így kalkulált két áramerősség különbsége szolgáltatja az árammérés pontosságát, amely $0,291 \text{ mA}$ -re adódott, ez az érték is megfelel a mérőberendezéssel szemben támasztott követelménynek.



4.13. ábra: Árammérés mért kalibrációjának mért értékei

A vasmag pozíciója egy lézeres távolságmérő szenzor segítségével mérhető, amely $\pm 5 \text{ V}$ -os jelszinten szolgáltatja a $\pm 100 \text{ mm}$ -es mérési tartományán mért értéket. Az energiaellátást 26 V DC feszültségforrás biztosította. A távolságmérő analóg jelkimenetét szükséges erősíteni, amelyet egy LM358 műveleti erősítő old meg kétszeres értékre. Így a távolsággal arányosan mért x_m jelből a következő összefüggés szerint származtatható a távolság értéke mm-ben

$$x[\text{mm}] = \frac{200[\text{mm}]}{10[\text{V}] \cdot 2 \cdot 1000} \cdot x_m[\text{mV}]. \quad (4.4)$$

Ha $x_m = 4,88 \text{ mV}$, akkor a távolságmérés pontossága az elvárásokat kielégítő $0,049 \text{ mm}$ -re adódik.

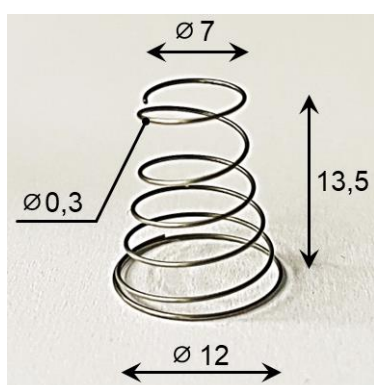
A vizsgálni kívánt elektromágnes tekercsére adott kapocsfeszültség mérése egy feszültségkövető LM358 műveleti erősítővel és egy feszültségosztó kapcsolással történt. A műveleti erősítő bemenetére maximum 24 V -os feszültség érkezhethet, a mérési adatgyűjtő kártya analóg bemenetére pedig maximum $\pm 10 \text{ V}$, így $120 \text{ k}\Omega$ -os és $68 \text{ k}\Omega$ -os ellenállásokkal a következő összefüggés szerint származtatható a tekercsen lévő feszültség értéke V-ban

$$U[\text{mV}] = 0,3617 \cdot U_m[\text{mV}], \quad (4.5)$$

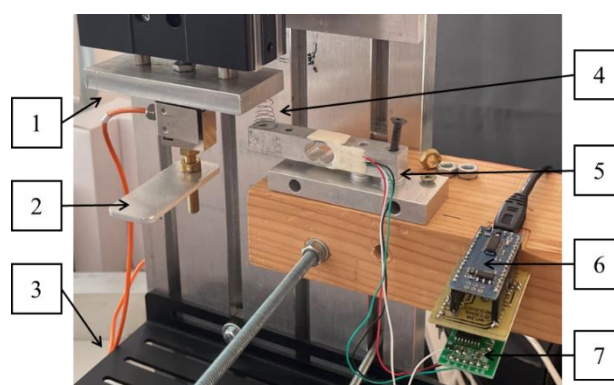
ahol $U_m = 4,88 \text{ V}$ esetén számítható a feszültségmérés legkisebb mérhető egysége: $1,768 \text{ mV}$, amely szintén eleget tesz a kívánt pontosságnak.

4.4. Nemlineáris rugó karakterisztikájának mérése

A behúzótekerics gerjesztetlen állapotában a vasmag kezdeti helyzetét rugó biztosítja, amely a 4.14. ábrán látható. Az RS177-0138 típusú, kereskedelmi forgalomban kapható elektromágnes eredetileg ezzel a rugóval szerelt. A kúpos geometria miatt a karakterisztikája nemlineáris. A pontos szimulációs bemeneti adatok érdekében mérések elvégzése vált szükségessé a 4.15. ábrán látható mérési összeállítással.

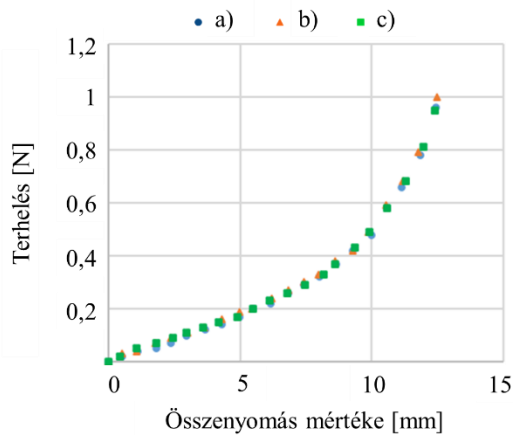


4.14. ábra: A kúpos geometriájú rugó

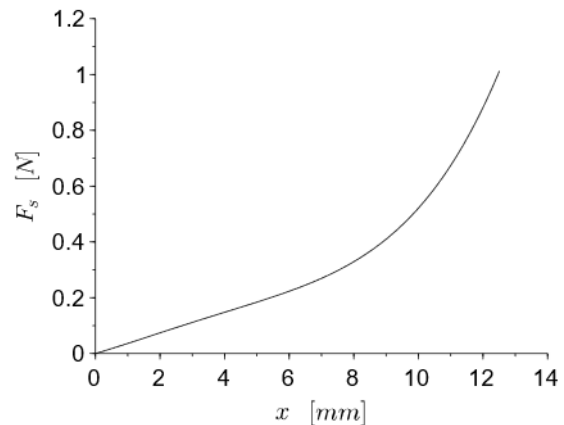


4.15. ábra: Nemlineáris rugó karakterisztika mérése

A 4.15. ábra tartalmazza a korábban ismertetett pozicionáló egységet (1 tételszám), amely ebben az esetben a pneumatikus munkahenger előlapján keresztül fejtett ki erőt a vizsgálni kívánt rugóra (4 tételszám). A statikus méréseknél alkalmazott, segédlemez (2 tételszám) és távolságmérő szenzor (3 tételszám) felhasználása valósult meg. Az 5 jelű, YZC-133-SCL típusú hasáb alakú erőmérő cella (5 tételszám) kalibrációs paramétere előzetes kísérletből adódóan $104,7$ lett. Ez a szenzor egy HX711 típusú AD átalakító modulhoz csatlakozik (7 tételszám), amely az erővel arányos feszültségváltozást erősíti fel és alakítja át digitális jellé. Ezt az értéket egy Arduino Nano fejlesztői platformról (6 tételszám) egy személyi számítógépre elküldve vizuális megjelenítés mellett érték kiíratás is megtörténik. A rugó terhelés nélküli értékét tekintve referenciának, majd a pozicionáló egység segítségével egyre nagyobb nyomóerőt kifejtve a rugóra, ezáltal az erőmérő cellára a rugóerő meghatározható a pozíciók függvényében. Az adott pozíciókban történő mérések háromszor kerültek végrehajtásra. A 4.16. ábrán láthatók a három mérés pontjai, a nemlinearitás a rugó összenyomott állapota felé haladva erősebb, a 4.17. ábra mutatja a szimulációs szoftver bemeneti rugóerő függvényét.



4.16. ábra: Mért rugókarakterisztika



4.17. ábra: Szimuláció bemeneti rugófüggvénye

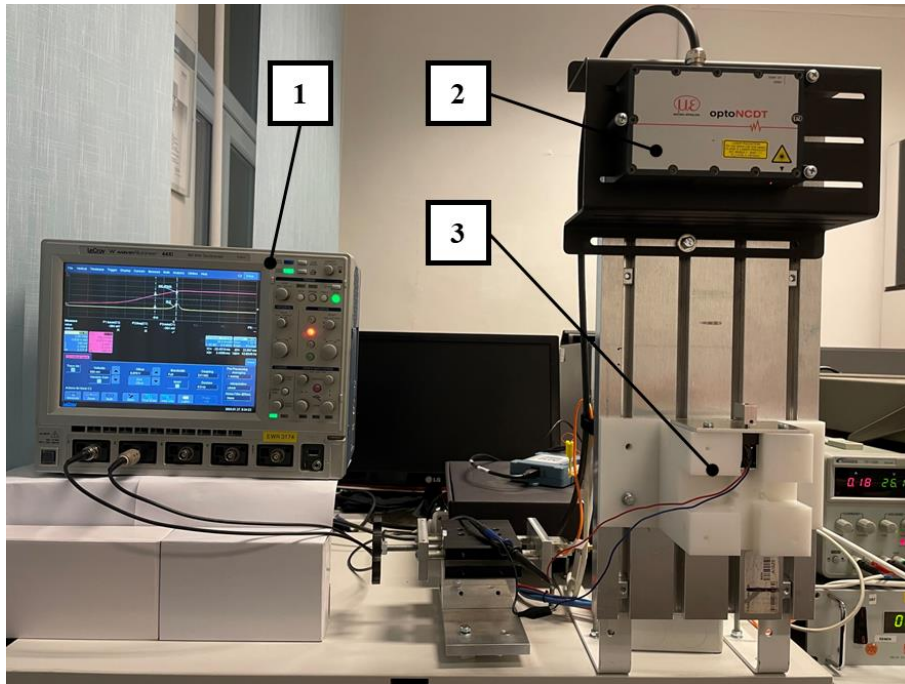
4.5. Ejtési teszthez tartozó mérési konstrukció

A 3. fejezetben ismertetett elektromechanikai modell csatolt differenciálegyenlet-rendszere tartalmaz olyan tagokat, amelyek a vasmag mozgásának csillapításával és az indukált feszültség értékével kapcsolatosak, az együtthatók meghatározására ejtési teszteket érdemes végezni.

Egy ilyen teszt esetében az egyedi mérőberendezés moduláris gépészeti egysége átalakítás után a 4.18. ábrán látható. A vasmag szabadon eshet egy adott magasságból a gravitáció és az állandó mágnesek vonzóereje miatt. A 4.18. ábrán látható LeCroy 44XI digitális oszcilloszkóp (1 tételszám) felelős az indukált feszültség és a távolságmérés adatainak rögzítéséért, ennek bemeneti ellenállása $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$. A lézeres távolságmérő egység (2 tételszám) méri a vasmag helyzetét, a behúzótekerics pedig a befogóegységben (3 tételszám) rögzített. Az oszcilloszkóp képernyőjén látható a mért feszültség sárga színnel és a vasmag elmozdulása lilával. A mérés 1 kHz-es mintavételi frekvenciával történt, az adatok pedig .csv fájlformátumba lettek elmentve. A tesztek is bizonyították, hogy az indukált feszültség közel a felütközés előtt növekszik meg, mikor a vasmag sebesség maximális. Az ejtési kísérletek különböző x_h kezdeti magasságokból történnek. A t_f ejtési időt és az indukált feszültség U_{ind} maximális értékeit a 4.5. táblázat tartalmazza.

Ejtés teszt	x_h [mm]	t_f [ms]	max (U_{ind}) [V]
I	6,808	31,6	9,712
II	5,593	26,32	9,953
III	4,672	23,86	9,539

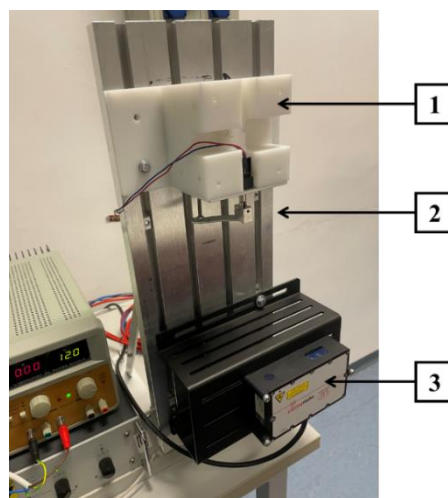
4.5. táblázat: Ejtési kísérletek adatai (magasság, idő, feszültségcsúcs)



4.18. ábra: Ejtési kísérlet felépítése

4.6. Üzemi működés vizsgálatához tartozó mérési konstrukció

A 3. fejezetben bemutatott differenciálegyenlet-rendszer szimulációs eredményeinek mérésekkel történő igazolásához a 4.19. ábrán látható konstrukciós felépítés szükséges. A tartóba rögzített behúzótekeres nyílással lefelé fordított (1 tételszám), és a vasmag kezdeti helyzetét egy menetes szár segítségével be lehet állítani egy tartólemezen való felütközéssel (2 tételszám). Amikor az üzemi feszültség működésbe hozza a tekercset, a vasmag függőlegesen felfelé mozdul el a behúzóerő miatt, ezt az elmozdulást az alumíniumból készült indító tartólemez nem gátolja. A vasmag elmozdulását és a tekercs áramfelvételét az idő függvényében a korábban bemutatott céláramkör segítségével lehet mérni.



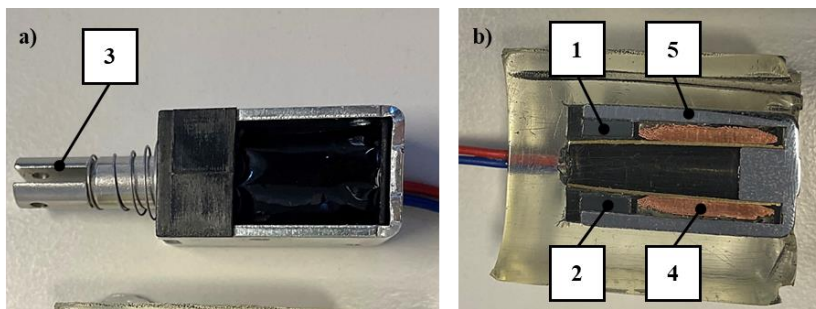
4.19. ábra: Mérőberendezés felépítése behúzási kísérletekhez

5. RENDSZER PARAMÉTEREK MEGHATÁROZÁSA

A permanens mágneset tartalmazó behúzótekerics modellezéséhez szükséges matematikai modell előállítását a 3. fejezetben történt meg, a 4. fejezet a szükséges mérőberendezés tervezését és felépítését mutatta be. Ebben a fejezetben a mérésen alapuló módszer igazolása található. A fejezet bemutatja a RS177-0138 típusú szolenoid kiegészítő mágneses energiájának meghatározását, annak deriváltjainak előállítását és a szükséges paraméteridentifikációt követő üzemi működés szimulációját a mérési adatokkal való összehasonlítást.

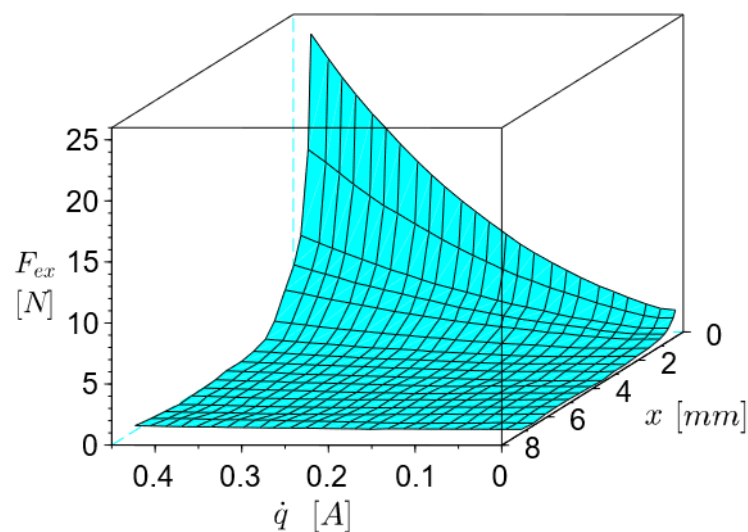
5.1. A kiegészítő mágneses energiafüggvény és deriváltjai

Az 5.1. ábra a vizsgált szolenoid fényképét és metszetét mutatja, amelyen az 1 és 2 tételszám jelzi a permanens mágneseket, míg a 3 a vasmagot, a 4 a tekercset, végül az 5 a patkó alakú keretet. Az adott szolenoid a korábban bemutatott tartójában volt rögzítve. A 4.3. alfejezetben bemutatott elektromos mérőkörbe csatlakoztatva megtörténtek a statikus erőmérések.



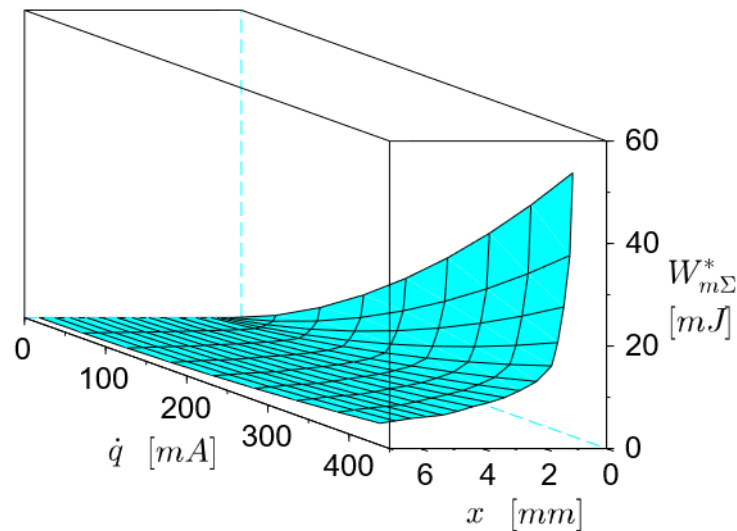
5.1. ábra: A vizsgált RS177-0138 típusú szolenoid

A mért erőket a vasmag helyzetének és az áramerősség függvényében az 5.2. ábra mutatja. Az F_{ex} erőértékeket 28 diszkrét pozícióban ($x_r = x_1, x_2, \dots, x_h$), $x_h = 7$ mm került mérésre.



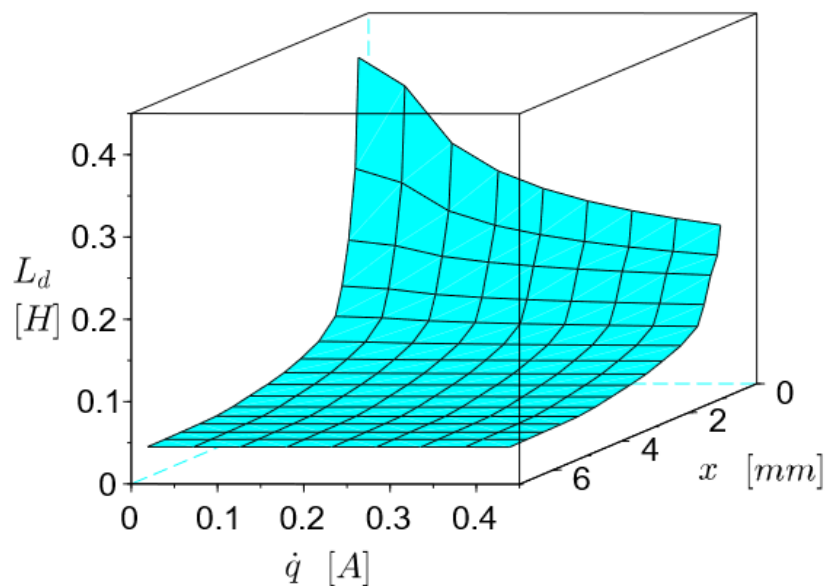
5.2. ábra: Statikus erőértékek áramerősség és vasmag-pozíció függvényében

Minden pozícióban a $\dot{q} = I_s$ ($s = 1, \dots, 9$) áramerősség értékek legfeljebb 0,4 A-ig változnak. A (3.60) és (3.63) egyenletek szerint a $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiát az x szerinti integrálással kapjuk meg. A $W_{me}^*(x_h, I_s)$ energia meghatározásához szükséges a (3.46) képletben szereplő induktivitás $L_h = 0,0367$ H. A 4.8. ábrán bemutatottakhoz hasonlóan az adott x_h pozícióban mért áramfelfutási görbék időállandójából meg lehetett becsülni az induktivitást. Mivel ebben a vasmag pozícióban a tekercs induktivitása konstansnak tekinthető. A kiegészítő mágneses energia függvényt az 5.3. ábra mutatja.



5.3. ábra: Kiegészítő mágneses energia

Megjegyzés: Az állandó mágnessel rendelkező reteszelő szolenoid kiegészítő mágneses energiájának előállítására a (3.60) és (3.63) összefüggések felhasználásával erőmérésre alapozva történt, amely új tudományos eredménynek számít és a 4. tézis tartalmazza.



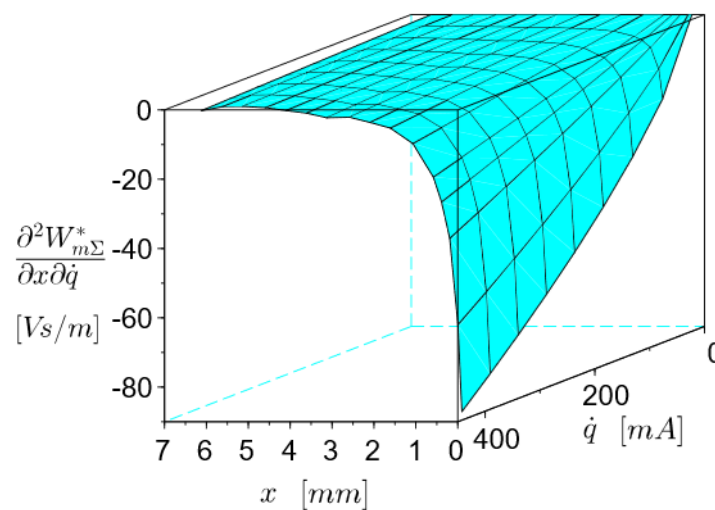
5.4. ábra: Dinamikus induktivitás

Az $L_d(x, \dot{q})$ dinamikus induktivitás előállítható a (3.57) összefüggés alapján a kiegészítő mágneses energia áramerősség szerinti második parciális derivált segítségével, amely az 5.4. ábrán látható.

Az állandó mágneset tartalmazó szolenoid tekercsének induktivitás csúcsértéke a vasmag behúzott helyzetéhez közeli pozícióban található, ahogy a tekercsáram nullához közeledik. Ezt a tendenciát igazolja a 4.2. táblázat is.

Megjegyzés: A csúcsértékre vonatkozó megállapítás új tudományos eredménynek számít, amelyet a 2. tézis c) pontja tartalmaz.

A kiegészítő mágneses energia az áramerősség és a pozíció szerinti vegyes parciális deriváltja szolgáltatja az 5.5. ábrán látható elektromotoros erő együtthatóját.



5.5. ábra: Elektromotoros erő együtthatója

5.2. Permanens mágnes fluxusának meghatározása

Ebben a fejezetben a permanens mágnesek mágneses fluxusának és a vasmag mozgását lassító csillapításának meghatározása történik. Az elektromechanikus rendszer differenciálegyenleteit a 3. fejezetben ismertetett módszer alapján fogalmaztuk meg. Az azonosítandó paraméterek ejtési tesztekkel és szimulációkkal iterálva határozhatók meg.

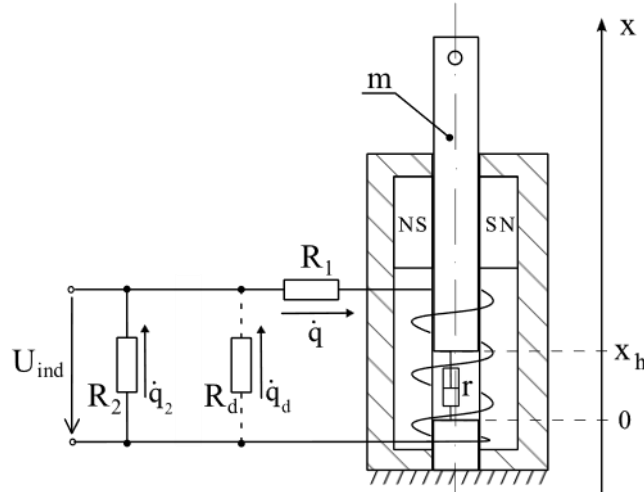
5.2.1. Mérés és a szimuláció felépítése ejtési kísérletekhez

Az 5.6. ábrán vázolt elektromechanikai rendszerben a vasmag a gravitáció hatására szabadon esik, mozgását légellenállás, illetve súrlódás lassíthatja, amit az ábrán r jelöl. A Faraday–Lenz törvénye értelmében az N, S pólusú permanens mágnesek erőterében a mozgó vasmag U_{ind} feszültséget indukál, amely például oszcilloszkóppal mérhető. A tekercs ellenállását R_1 jelöli, míg az oszcilloszkóp $1\text{ M}\Omega$ bemeneti ellenállását R_2 . Az ábrán szaggatott vonallal bekötött R_d ellenállás az 5.3.2. alfejezetben kap szerepet.

A félreértések elkerülése végett ismét szükséges részletezni az 5.6. ábrán látható elektrodinamikai modell egyenleteit. A konzervatív tagok szerint a Lagrange-függvény a következőképpen írható fel a korábban ismertetett jelölésekkel

$$\mathcal{L}(x, \dot{x}, \dot{q}) = T^*(\dot{x}) + W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q}) - V_p(x), \quad (5.1)$$

ahol a kiegészítő kinetikai energia megegyezik a (3.38) kifejezéssel, a $V_p(x)$ potenciális energia csak a helyzeti energiát tartalmazza, míg korábban a rugó alakváltozási energiáját is.



5.6. ábra: Ejtési kísérlet elektrodinamikai modellje

A rendszerben folyó elektromos áram két komponensből áll (lásd: 5.6. ábra) Kirchhoff első törvényének megfelelően

$$\dot{q}_d = \dot{q} - \dot{q}_2. \quad (5.2)$$

A nem konzervatív tagok virtuális munkájának növekménye az alábbi alakban írható

$$\begin{aligned} \overline{\delta W}_{nc} = & -(R_1 \dot{q} + R_d (\dot{q} - \dot{q}_2) + \lambda'_p(x) \dot{x}) \delta q - (R_2 \dot{q}_2 - R_d (\dot{q} - \dot{q}_2)) \delta q_2 \\ & + (\lambda'_p(x) \dot{q} - r \dot{x}) \delta x. \end{aligned} \quad (5.3)$$

A Lagrange-függvény és a virtuális munkanövekmény ismeretében a következő másodfajú Lagrange-egyenletek adódnak

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = -(R_1 \dot{q} + R_d (\dot{q} - \dot{q}_2) + \lambda'_p(x) \dot{x}), \quad (5.4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \lambda'_p(x) \dot{q} - r \dot{x}, \quad (5.5)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = -R_2 \dot{q}_2 + R_d (\dot{q} - \dot{q}_2). \quad (5.6)$$

Az (5.1) kifejezést behelyettesítve az (5.4) – (5.6) egyenletekbe a vasmag szabadesésére vonatkozó alábbi differenciálegyenlet-rendszert kapjuk

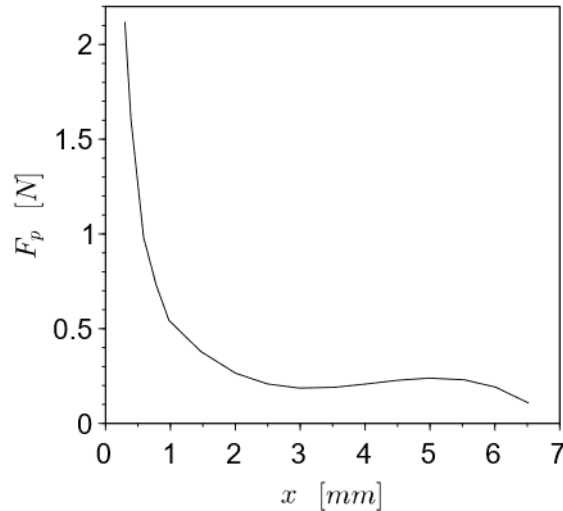
$$\frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial \dot{q}^2} \frac{d\dot{q}}{dt} + \frac{\partial^2 W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x \partial \dot{q}} \frac{dx}{dt} + (R_1 + R_d) \dot{q} = R_d \dot{q}_2 - \lambda'_p(x) \dot{x}, \quad (5.7)$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} = \frac{\partial W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})}{\partial x} + \lambda'_p(x)\dot{q} - mg, \quad (5.8)$$

$$0 = -R_2\dot{q}_2 + R_d(\dot{q} - \dot{q}_2). \quad (5.9)$$

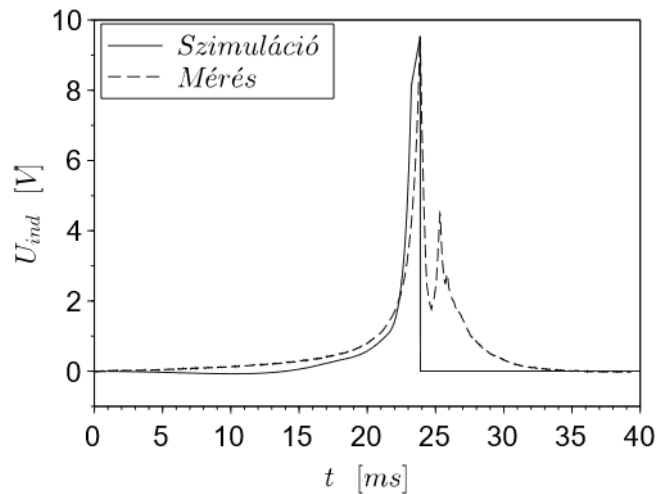
Amikor a vasmag felütközik az elektromágnes talppontján az (5.8) egyenlet az F_{cont} kontakterővel egészül ki (lásd (3.69) kifejezés).

A (3.61) összefüggésben szereplő permanens mágnesek vasmagra ható F_p vonzóerejét mérésel meg kellett határozni a vasmag helyzetének függvényében, amelyet az 5.7. ábra mutat.



5.7. ábra: Permanens mágnes vasmagra ható behúzóereje

A vasmag becsapódása után annak sebessége elméletileg nullává válik, amely a mozgás által indukált feszültség megszűnését okozza, ahogy az az 5.8. ábrán folytonos görbével látható.



5.8. ábra: Ejtési kísérlet mért és szimulációs feszültségek R_d ellenállás nélkül

A kísérlet szerint az 5.8. ábrán látható szaggatott görbéje a feszültségcsúcs pillanatában tárolt kiegészítő mágneses energia továbbra is csökkenő feszültséget eredményez. Ennek a csökkenésnek az időállandója, τ_d , amely vélhetően a vasmag hiszteréziséhez kapcsolódik. Ezt a paramétert a vasmag becsapódása utáni feszültségcsökkenésből lehet meghatározni.

Az 5.6. ábrán feltüntetett R_d látszólagos ellenállásra azért van szükség, hogy a vasmag becsapódása után a tranziens jelenség lecsengését szimulálni lehessen. Az ellenállás értéke úgy választható meg, hogy az áramkör időállandója τ_d megfeleljen a mért feszültségcsökkenési görbének

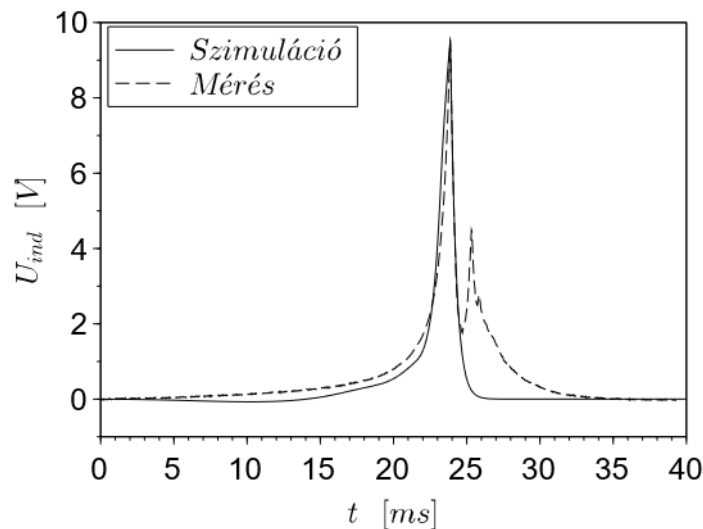
$$\tau_d = \frac{L_d^{max}}{R_1 + R_d}, \quad (5.10)$$

ahol az 5.4. ábráról az $L_d^{max} = 0,401$ H leolvasható, a mért áramerősség görbe alapján az időállandó $\tau_d = 0,388$ ms, amelynek ismeretében az R_d látszólagos ellenállás

$$R_d = \frac{L_d^{max} - \tau_d R_1}{\tau_d} \cong 1003 \Omega. \quad (5.11)$$

A feszültség lecsengése a kísérlettel összhangban módosul abban az esetben, ha az R_d látszólagos ellenállás az (5.11) értékű.

Az 5.9. ábrán a szaggatottal jelölt mért feszültség görbe második lokális csúcsa a vasmag kismértékű visszapatтанásából adódik. A szimuláció azt a jelenséget azért nem mutatja, mert ott az ütközés tökéletesen rugalmatlannak volt véve.



5.9. ábra: Ejtési kísérlet mért és szimulációs feszültségek R_d ellenállással

5.2.2. Fluxusra és csillapításra vonatkozó paraméteridentifikáció

A kísérletek során az ejtési időt és az indukált feszültséget az r csillapítási tényező, illetve a β paraméter befolyásolja. A paraméterek tetszőleges kezdeti megválasztása után a kapott értékek vagy alá-, vagy túlbecsülik a mért feszültséget és felütközési időt.

Az eljárás azt a stratégiát követi, hogy az r csillapításra és a β paraméterre külön-külön iterációs ciklusokat alkalmaz, amelyekben a másik paramétert konstansnak tartja. Az egyes iterációk végén ellenőrzés történik a felütközési időre és az indukált feszültségcsúcsra előírt

toleranciákkal ($tol_r = 0,0005, tol_U = 0,00005$). Ezután a két különálló iterációt addig kell ismételni, amíg mindkét paraméter egyszerre megfelel az előírt feltételeknek. A paraméteridentifikáció folyamatábrája az 5.10. ábrán látható.

Az iterációs ciklus előtt az (r_0, b_0) és (r_1, b_1) értékpárokra vonatkozóan meg kell határozni a (t_0, t_1) felütközési időt és az (U_0, U_1) indukált feszültséget, ahol $r_0 = 0, b_0 = 0,005$ és $r_1 = 0,25, b_1 = b_0$.

A 5.10. ábrán a Δr csillapítás és a Δb paraméter növekményei

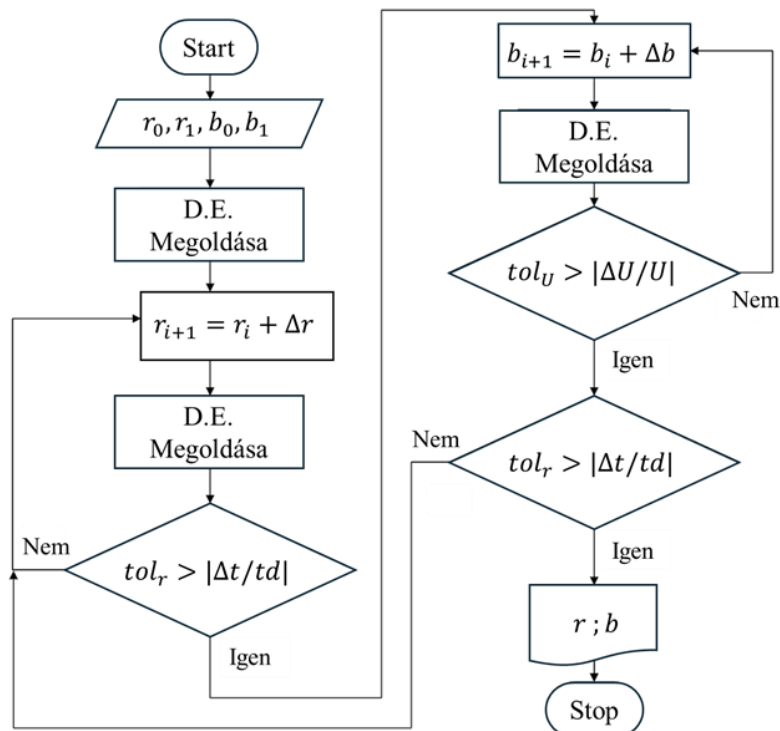
$$\Delta r = r_i \frac{t_m - t_i}{t_i - t_0}, \quad (5.12)$$

$$\Delta b = b_i \frac{U_m - U_i}{U_i}, \quad (5.13)$$

ahol t_m és t_i rendre a mért és a szimulációs felütközési idő a b_i és a β_i paraméterek közötti kapcsolat

$$\beta_i = \frac{1}{b_i^2}. \quad (5.14)$$

Az 5.10. ábrán vázolt folyamatábra alapján egy speciális célú számítógépes kód kifejlesztése történt meg Scilab szoftverkörnyezetben.



5.10. ábra: Paraméteridentifikáció folyamatábrája

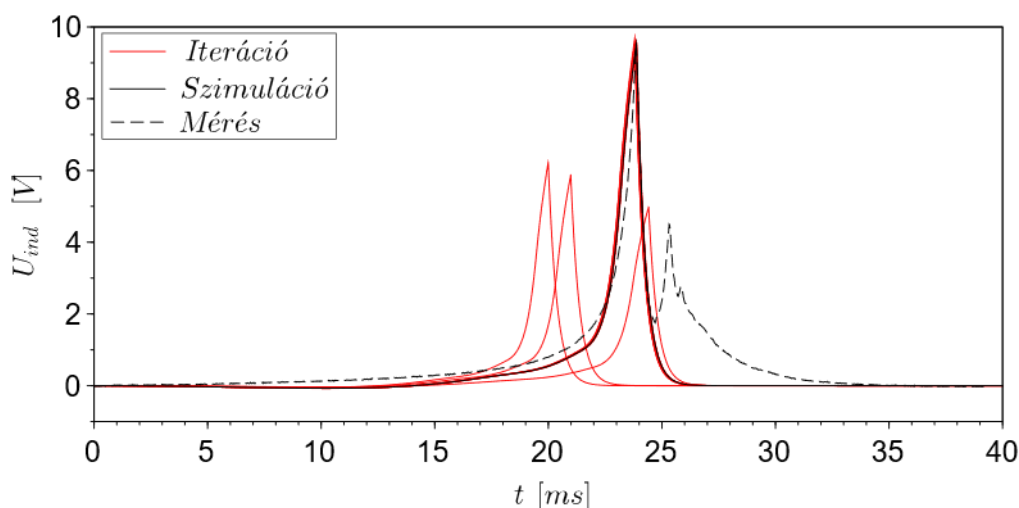
A 4.5. táblázatban szereplő ejtési tesztekkel összhangban az 5.1. táblázatban található a paraméteridentifikáció eredményei, amelyeket adott tolerancián belül 9 iterációs lépéssel

sikerült megtalálni A táblázatban τ_d a lecsengő feszültség időállandója, r a csillapítási tényező, β a fluxus-erő kapcsolat paramétere és N_{iter} az iterációs lépések száma. A három különböző esetben számított eredmények átlaga alkalmazható a behúzási szimulációkban.

Ejtés teszt	τ_d [ms]	$r \left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}} \right]$	$\beta \left[\frac{\text{N}}{\text{V}^2 \text{s}^2} \right]$	N_{iter}
I	0,382	0,7298	13 053,9	9
II	0,415	0,8478	10 813,9	9
III	0,388	0,8746	11 201,4	9
Átlag	0,395	0,8174	11 689,7	9

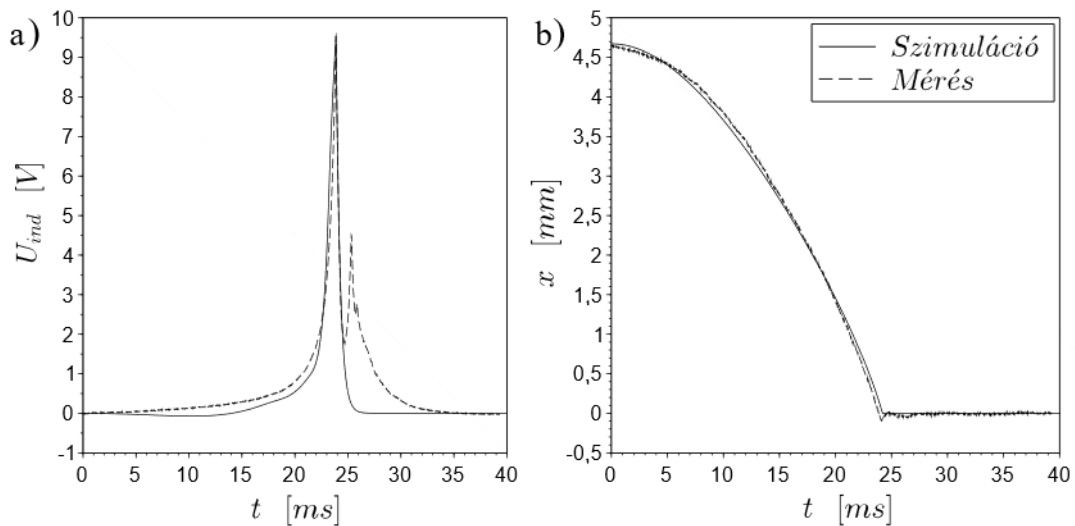
5.1. táblázat: Paraméteridentifikáció eredményei

A III. esetben az iteráció során kapott indukált feszültséget piros színű görbék szemléltetik az 5.11. ábrán, a végeredmény pedig fekete folytonos vonallal látható. A konvergenciának köszönhetően a 9 iteráció utolsó lépései közel egybe esnek, ezért az ábrán szemre nem különíthetők el.



5.11. ábra: Iterációs lépésekben kapott indukált feszültségek

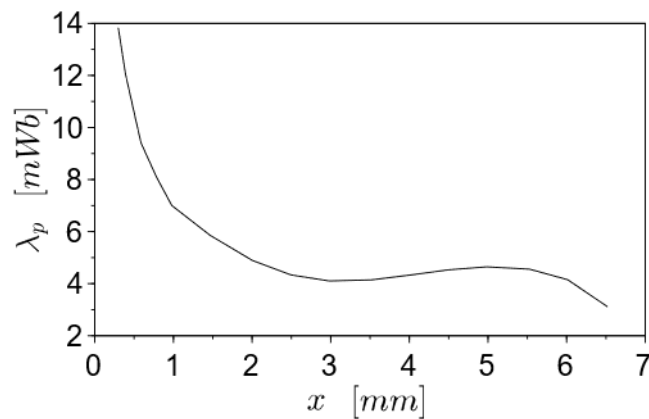
A szimulált és mért indukált feszültséget, valamint a vasmag elmozdulásának függvényét az 5.12. ábra a) és b) pontja szemlélteti, ahol a vasmag kezdeti helyzete 4,672 mm volt. Mind a feszültség-, mind az elmozdulás függvények megközelítőleg azonosak. A kísérletben a vasmag felütkezése után az 5.12. ábra b) pontjában látható elmozdulás függvényben kis amplitúdójú lokális csúcs figyelhető meg, amely az 5.12. ábra a) pontjában látható csökkenő indukált feszültséget is befolyásolja. A szimulációban az ütközés tökéletesen rugalmatlan volt, ezért ütközés után az indukált feszültség monoton csökken az 5.12. ábra a) pontjában.



5.12. ábra: Ejtési teszt a) Indukált feszültség- és b) Vasmag pozíciója az idő függvényében

A fent bemutatott új módszer permanens mágnessel rendelkező szolenoidok paraméter identifikációjára alkalmas. A származtatott differenciálegyenleteket kiegészítve egy látszólagos ellenállással figyelembe vehető a kísérletben tapasztalt tranziens jelenség. A permanens mágnes fluxusa és a vasmag mozgásának csillapítási tényezője ejtési tesztek és szimulációk segítségével került meghatározásra, amely eljárás gyors konvergenciát mutat.

Az 5.1. táblázatban meghatározott $\beta = 11\,689,7 \frac{\text{N}}{\text{V}^2\text{s}^2}$ értékkel származtatható a permanens mágnes fluxusa a vasmag pozíciójának függvényében, amelyet az 5.13. ábra mutat.

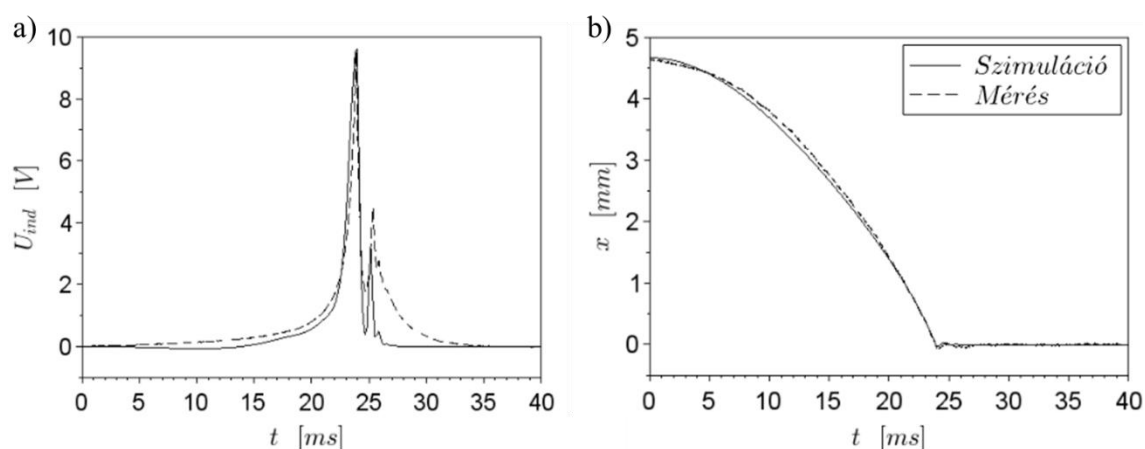


5.13. ábra: Behúzótekercsben a permanens mágnesek fluxusa

Megjegyzés: A fenti kifejlesztett, ejtési kísérletre alapozott, paraméteridentifikáción alapuló módszer, amely az állandó mágnes $\lambda_p(x)$ fluxusának meghatározását szolgálja, új tudományos eredménynek tekinthető, amely az 1. tézisben megjelenik.

Az 5.12. ábrán látható ejtési teszt során alkalmazott érintkezési erő (3.69) kifejezésében szereplő első tagot elhagyva, a büntetőparaméteres tagot megtartva és kiegészítve egy $r_{cont}\dot{x}$ csillapítási taggal az 5.14. ábrán látható eredmények adódnak. A büntető paraméter, amely

fizikailag rugómerevségként is értelmezhető és az ütközési tényezőt befolyásoló r_{cont} csillapítás értékei némi hangolással kerültek beállításra: $\alpha = 1,5 \cdot 10^6$ N/m, és az $r_{cont} = 95$ Ns/m.



5.14. ábra: Ejtési teszt a) Indukált feszültség- és b) Vasmag pozíciója az idő függvényében rugalmas ütközést szimulálva

Az 5.14. ábrán látható szimulációs eredmények azt mutatják, hogy az érintkezési feladat megoldásában próbaszerűen lehet olyan ütközési tényezőt és büntetőparamétert választani, amelynél a második feszültségi csúcs is megjelenik a méréssel összhangban. A paraméterek megállapítására független kísérletet nem sikerült felállítani, ezért ez az eredmény nem tekinthető szakmailag megalapozottnak.

A rugalmas ütközés modell paraméterének meghatározása két problémát is felvet. Az első, hogy független mérési kísérletből az ütközési tényezőt azért nem sikerül megmérni, mert az állandó mágnes ereje olyan nagy, hogy a visszapatannást lényegesen csökkenti. A második probléma, hogy az állandó mágnes erejének megmérése a felütközés közelében $x < 0,5$ mm nagy nehézségekbe ütközik (lásd 4.7. ábra), és a katalógus sem tartalmaz erre vonatkozó adatokat. Ezért a kiegészítő mágneses energia függvénye is némi pontatlansággal rendelkezik.

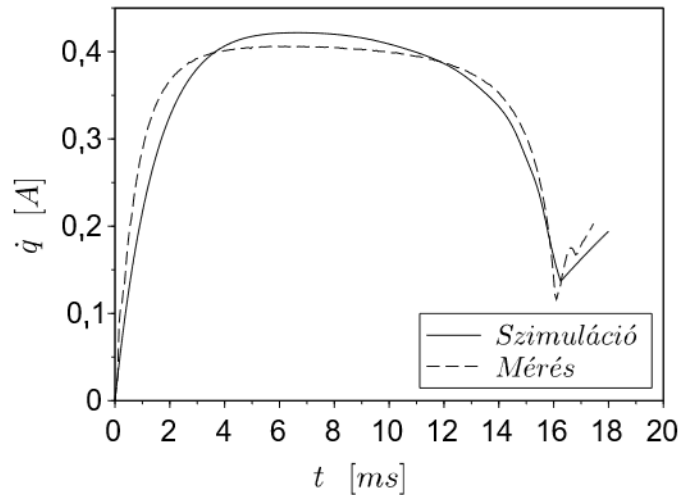
Azért lehet az ütközést tökéletesen rugalmatlannak tekinteni, mert az 5.12. ábra b) részén szemléltetett elmozdulás görbén a visszapatannás mértéke a teljes elmozduláshoz képest elhanyagolhatóan kicsi, a behúzótekeres üzemi működését lényegesen nem befolyásolja.

5.3. Üzemi működés mérési és szimulációs eredményei

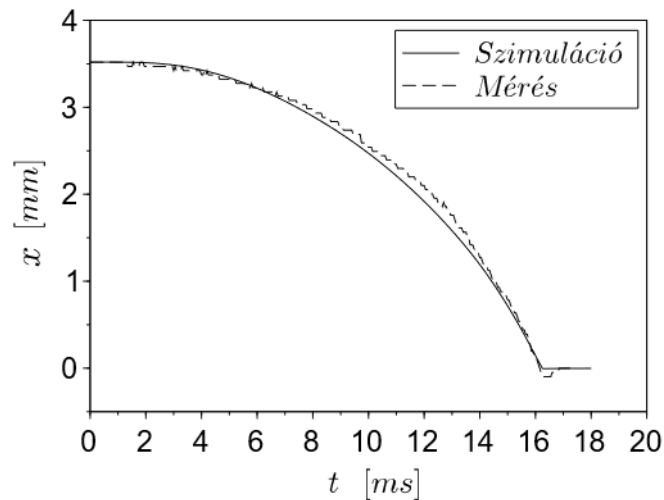
Egy szimulációs program kifejlesztésre került a 3. fejezetben bemutatott elmélet és meghatározott egyenletek alapján. A szimuláció egy HP ZBook Power G9 hordozható munkaállomáson, Intel Core i7 processzorral történt. A Scilab 6.1.1-ben implementált számítógépes kód Adams-módszerrel numerikusan integrálja a (3.54) – (3.56) és (3.73) – (3.75) differenciálegyenleteket 10^{-5} s időlépéssel. Az ezekben az egyenletekben használt paraméterek

a következők: a vasmag tömege $m = 0,017 \text{ kg}$, a gravitációs gyorsulás $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a tekercs ohmos ellenállása $R = 30,9 \Omega$, az RS177-0138 szolenoidra kapcsolt feszültségforrás $U_0 = 12 \text{ V}$, a vasmag kezdeti helyzete $x_h = 3,52 \text{ mm}$, a csillapítási tényező $r = 0,8174 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$, és a büntető paraméter $\alpha = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, a nemlineáris rugó előfeszítettsége $\Delta x = 4,8 \text{ mm}$.

A szimulációban a csatolt differenciálegyenlet-rendszer megoldása a $0 - 0,18 \text{ s}$ időintervallumon történik.



5.15. ábra: Behúzási folyamat szimulációjának és mérésének áramerősség görbéje



5.16. ábra: Behúzási folyamat szimulációjának és mérésének elmozdulásgörbéje

Az 5.15. és 5.16. ábrákon folytonos vonallal jelölt görbék a szimulációs eredmények, míg a szaggatott görbék a mérést reprezentálják. Az erőmérésen alapuló módszert kísérlet is igazolja. Az üzemi működés áramfelfutása az 5.15. ábrán valamelyest nagyobb különbséget mutat a mérés és a szimuláció között. A szimuláció a kiegészítő mágneses energiából képzett L_d induktivitást ezen a tartományon túlbecsüli a feltételezhető tényleges értékhez képest.

Az áramerősség szimulált csúcserősségének \dot{q}_{sim} a mért csúcserősséghez \dot{q}_{meas} viszonyított relatív hibája a következő

$$e_{\dot{q}} = \frac{|\max(\dot{q}_{sim}) - \max(\dot{q}_{meas})|}{\max(\dot{q}_{meas})} = \frac{|0,422 - 0,406|}{0,406} 100\% = 3,9\%. \quad (5.15)$$

A szimulált T_{sim} működési idő relatív hibája a mért T_{meas} időhöz képest

$$e_T = \frac{|T_{sim} - T_{meas}|}{T_{meas}} = \frac{|16,232 - 16,1|}{16,1} 100\% = 0,82\%. \quad (5.16)$$

Az átlagos hibákat, rendre az áramerősség és a pozíció négyzetes középértékét az alábbi képlettel lehet meghatározni

$$e_{RMS\dot{q}} = \sqrt{\frac{1}{T_{sim}} \int_0^{T_{sim}} (\dot{q}_{sim}(t) - \dot{q}_{meas}(t))^2 dt} = 0,024 \text{ A}, \quad (5.17)$$

$$e_{RMSx} = \sqrt{\frac{1}{T_{sim}} \int_0^{T_{sim}} (x_{sim}(t) - x_{meas}(t))^2 dt} = 0,084 \text{ mm}, \quad (5.18)$$

ahol $x_{sim}(t)$ és $x_{meas}(t)$ rendre a vasmag szimulált és mért elmozdulása.

Az átlagos hibáknak és a mért mennyiség maximális értékének ismeretében, rendre az áramerősség és az elmozdulás relatív hibái a következők

$$error_{\dot{q}} = \frac{e_{RMS\dot{q}}}{\max(\dot{q}_{meas})} 100\% = \frac{0,024}{0,406} 100\% = 5,9\%. \quad (5.19)$$

$$error_x = \frac{e_{RMSx}}{\max(x_{meas})} 100\% = \frac{0,084}{3,52} 100\% = 2,4\%. \quad (5.20)$$

Az eredmények jó egyezést mutatnak mind az áramerősség, mind az elmozdulás tekintetében, így megerősítve a módszer hatékony alkalmazhatóságát. Mérésekkel való validáció igazolta a javasolt módszer hatékonyságát az elektromechanikai paraméterek előállításában.

TÉZISEK – ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

1. TÉZIS: A permanens mágnessel tartalmazó szolenoid nemlineáris anyagtörvény diagramján két kiegészítő mágneses energia komponens értelmezett: a $W_{mp}^*(x)$ állandó mágnesé, amely eleve jelen van, továbbá a tekercs gerjesztéséből a $W_{me}^*(x, \dot{q})$ tag adódik. Kifejlesztésre került egy módszer, amely során ejtési kísérletre alapozott paraméteridentifikáció meghatározza az $F_p(x)$ mágneses erő és a fluxus között függvénykapcsolat β paraméterét, és ezáltal az állandó mágnes $\lambda_p(x)$ fluxusát a vasmag pozíciójának függvényében.

Kapcsolódó publikáció: [S3], [S4]

2. TÉZIS: A permanens mágnessel bővített behúzótekeres működését leíró matematikai modell egyenleteiben szereplő együtthatókra vonatkozóan az alábbi megállapítások érvényesek:

- a) A vasmag mozgásából származó indukált feszültség egyrészt a tekercs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiájából, másrészt az állandó mágnes $\lambda_p(x)$ fluxusából származik. Az utóbbiból akkor is adódik indukált feszültség, ha nincs külső feszültségforrás a tekercsre kapcsolva.
- b) A tekercs behúzó ereje három forrásból származik: az állandó mágnes erejéből, a gerjesztett tekercs erejéből, valamint Lenz-törvénye értelmében az állandó mágnes terében mozgó vasmag által gerjesztett indukált feszültségből származó ellentétes irányú erőből.
- c) A tekercs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiájának áramerősség szerinti második parciális deriváltjából számított $L_d(x, \dot{q})$ dinamikus induktivitást elsődlegesen a tekercs műszaki paraméterei (menetszám, átmérő, hossz, vasmag anyaga) határozzák meg, az állandó mágnes a nemlineáris viselkedést fokozza. Az induktitásnak csúcserőssége van a vasmag behúzott pozíciójában, amint a tekercs áramerőssége tart a nullához. Ezt az állítást igazolják a vasmag felütközött helyzetében mért áramerősség görbékből meghatározott időállandók és induktivitások tendenciái.

3. TÉZIS: Energiaalapú leírással előállításra került egy permanens mágnessel bővített, behúzótekerccset tartalmazó elektromechanikai rendszer modellje. A nemlineáris rendszer matematikai modelljét három kapcsolt parciális differenciálegyenlet írja le: két hurok- és egy dinamikai egyenlet, amelyek közül a mozgásegyenlet a vasmag felütközését tökéletesen rugalmatlannak tekinti.

Kapcsolódó publikáció: [S3]

4. TÉZIS: Kifejlesztésre került egy állandó mágnessel bővített behúzótekerccs statikus erőmérésen alapuló módszer a rendszer $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energia függvényének numerikus meghatározására. A tekerccs gerjesztetlen állapotában megmérve a vasmagra ható mágneses behúzóerőt diszkrét pozíciókban, és ezt numerikusan integrálva a hely függvényében először előáll az állandó mágnes $W_{mp}^*(x)$ kiegészítő mágneses energiája, mint a hely függvénye. Másodszor rögzített áramerősségek mellett megismételve az erőméréseket és a hely szerinti numerikus integrálásokat, meghatározásra került a tekerccs $W_{me}^*(x, \dot{q})$ kiegészítő mágneses energiája a vasmag pozíciója és az áramerősség függvényében diszkrét pontokban. Az adott ponthalmazra kétirányú köbös interpolációs spline függvényt illesztve a vizsgált tartomány tetszőleges pontjában előáll a függvényérték és a szükséges parciális deriváltjai.

Kapcsolódó publikáció: [S3], [S5]

THESES – NEW SCIENTIFIC RESULTS

THESIS 1: It has been clarified the magnetic co-energy components appearing on diagram of nonlinear constitutive law of a solenoid which contains permanent magnets: the $W_{mp}^*(x)$ of the permanent magnets is ab ovo present, while the $W_{me}^*(x, \dot{q})$ is due to the excitation of the coil. Furthermore, a parameter identification method has been developed based on drop tests to determine parameter β , which relates the permanent magnetic force $F_p(x)$ and the flux $\lambda_p(x)$.

Related publications: [S3], [S4]

THESIS 2: The following statements apply to the coefficients in the equations of the mathematical model describing the operation of the permanent magnet-enhanced latching solenoid:

- a) The induced voltage from the movement of the iron core comes from the magnetic co-energy of the coil $W_{me}^*(x, \dot{q})$ and from the flux of the permanent magnet $\lambda_p(x)$. The latter one also produces an induced voltage when there is no external voltage source connected to the coil.
- b) The pulling force of latching solenoid comes from three sources: the force of the permanent magnets, the force of the excited coil, and, according to Lenz's law, the induced voltage generated by the iron core moving in the magnetic fields.
- c) The dynamic inductance $L_d(x, \dot{q})$, calculated from the second partial derivative of the magnetic co-energy of the coil $W_{me}^*(x, \dot{q})$ with respect to the current. The L_d is primarily affected by the technical parameters of the coils (number of turns, diameter, length, material of iron core, etc.), the permanent magnet enhances the nonlinear behavior. The inductance has a peak value in the retracted position of the iron core, when the coil current approaches zero. This statement is confirmed by the trends of time constants and inductances determined from the current curves measured in the retracted position of the iron core.

Related publications: [S3], [S4]

THESIS 3: The mathematical model of an electromechanical system of the latching solenoid with permanent magnets has been derived using energy-based approach based on Lagrange's equation of second kind. The mathematical model of the nonlinear system is described by three coupled partial differential equations, assuming that the impact of the iron core is perfectly inelastic.

Related publication: [S3]

THESIS 4: A method has been developed based on static force measurements to determine the magnetic co-energy $W_{m\Sigma}^*(x, \dot{q})$ of latching solenoid with permanent magnet. Firstly, the magnetic co-energy of the permanent magnet $W_{mp}^*(x)$ is determined by measuring the magnetic force acting on the iron core in discrete positions in the unexcited state of the coil performing numerical integration with respect to position. Secondly, the magnetic co-energy of the coil $W_{me}^*(x, \dot{q})$ is determined as a function of the position of the iron core and current by repeating numerical integration with the force measurements in excited states of the coil with given current values in discrete points. By fitting a bidirectional cubic interpolation spline function to the given set of points, the function value and its necessary partial derivatives are obtained at any point in the examined domain.

Related publications: [S3], [S5]

ÖSSZEFOGLALÁS

A doktori értekezés állandó mágnessel tartalmazó elektromágnesek nemlineáris vizsgálatával foglalkozik. A disszertáció áttekintést ad a szakirodalomban található azon publikációról és szakkönyvekről, amelyek elektromágnessel tartalmazó elektromechanikai rendszerek kutatásával foglalkoznak. Csoportosítás található a módszereket illetően a modellalkotás típusa szerint, fontos hangsúlyt kapott az energiaalapú megközelítés. Az irodalmakat összegezve a disszertáció célkitűzésében arra a megállításra jutott, hogy állandó mágnessel tartalmazó szolenoid modellezését az alábbi módon még nem tárgyalták: erőméréseket végezni a vasmag pozíciója és az áramerősség függvényében, majd a hely szerinti integráltját véve meghatározni a rendszer kiegészítő mágneses energiáját, külön meghatározni a tekercs és a permanens mágnesek energiakomponenseit. Az elektrodinamikai rendszer differenciálegyenlet-rendszerét leírni töltés és elmozdulás változókkal a vasmag felütközésének dinamikáját is figyelembe véve.

A célkitűzésnek megfelelően a könnyebb követhetőség kedvéért a bővített Hamilton-elvből kiindulva először általánosan elektromechanikai rendszerek másodfajú Lagrange-egyenletekkel való leírása került bemutatásra. Ezután három lépésben állt elő a permanens mágnessel reteszelt szolenoid differenciálegyenlet-rendszere. Az első lépésben permanens mágnes nélküli-, második lépésben a permanens mágnesek hatását is figyelembe vevő-, harmadik lépésben pedig a vasmag felütközésének dinamikáját is leíró modell található. Eredményül három nemlineáris kapcsolt differenciálegyenlet szolgáltatja a matematikai modellt.

Az elméleti modell felépítését követően a szükséges mérőberendezés tervezése és kivitelezése lett bemutatva, amely négy fizikai mennyiség mérését teszi lehetővé egyidőben: tekercsen folyó elektromos áramot, a vasmag elmozdulását, a vasmagra ható erő nagyságát és a tekercs kapocsfeszültség értékét. A szenzorjelek feldolgozása érdekében egyedi tervezésű céláramkör lett kifejlesztve.

Az integrált mérési adatgyűjtő gyári szoftvere biztosította az adatok .csv fájlba való exportálását, majd Scilab szoftverben fejlesztett program végezte a posztprocesszálást. A moduláris berendezés háromféle teszt elvégzésére alkalmas: statikus vasmaghelyzetben erőmérésre, ejtési kísérlet mérésére és üzemi működés megfigyelésére. Az első esetben a kiegészítő mágneses energia került meghatározásra és annak parciális deriváltjai. A második esetben indukált feszültség- és pozíció mérése szolgálta a paraméteridentifikáció folyamatát.

Így a permanens mágnes fluxusa előállt. Az üzemszerű működés mérési adatait összevetve a szimulációs eredményekkel, a számított hiba indikátorok szerint jó egyezést mutattak.

Az elvégzett kutatás alapján az új tudományos eredmények tézisek formájában lettek megfogalmazva. Az első tézis a kiegészítő mágneses energia komponenseinek és a permanens mágnes fluxusának meghatározására vonatkozik. A második tézis elemzi az előállt parciális differenciálegyenlet-rendszer együtthatóinak fizikai jelentését, és a permanens mágnes által okozott hatásokat. A harmadik tézis a permanens mágneset tartalmazó behúzótekercs matematikai modelljének előállítására vonatkozik. A negyedik tézis az erőmérésre alapozott módszert ismerteti, amellyel a kiegészítő mágneses energia mind a permanens mágnesre, mind a szolenoid tekercsére meghatározható.

A disszertáció csak érintőlegesen foglalkozik a hiszterézis jelenségének figyelembevételével, ez a jövőben továbbfejlesztendő berendezéssel lenne vizsgálható. A tranziens jelenségeket erőmérésre alapozva és fluxus–áramerősség diagramok felvételével célszerű vizsgálni. További kutatási területet jelent különböző típusú elektromágnesek méréseken alapuló modellezése és összehasonlítása, illetve a mágneses lebegtetés irányítási feladata is ígéretes kutatási téma.

SUMMARY

The doctoral dissertation deals with the nonlinear investigation of electromagnets containing permanent magnets. At the beginning of the dissertation, an overview has been given of the publications and textbooks in the literature that deal with the research of electromechanical systems containing electromagnets. There is a grouping of methods according to the type of modeling, with an important emphasis on the energy-based approach. Summarizing the literature, the objectives of the dissertation came to the conclusion that the modeling of a solenoid containing a permanent magnet has not yet been discussed in the following way: to perform force measurements as a function of the position of the iron core and the current strength, then to determine the magnetic co-energy of the system by taking the positional integral, and to determine the energy components of the coil and permanent magnets separately. To describe system of differential equations of the electrodynamic system with charge and displacement variables, taking into account the dynamics of the impact of the iron core.

In accordance with the objective, for the sake of easier followability, starting from the extended Hamilton principle, the description of electromechanical systems in general with Lagrange equations of the second kind was first presented. Then, the system of differential equations of latching solenoid with a permanent magnet was developed in three steps. In the first step, a model without a permanent magnet is found, in the second step, a model that also takes into account the effect of the permanent magnets, and in the third step, a model that also describes the dynamics of the iron core collision. As a result, three nonlinear coupled differential equations provide the mathematical model.

Following the construction of the theoretical model, the design and implementation of the necessary measuring equipment was presented, which allows the measurement of four physical quantities simultaneously: electric current flowing through the coil, the displacement of the iron core, the magnitude of the force acting on the iron core, and the value of the coil terminal voltage. A custom-designed target circuit was developed to process the sensor signals.

The commercial software of the integrated data acquisition unit exported the data to .csv files, and then a post-processing program was created in Scilab software. Three types of tests can be performed with this modular device: force measurement in a static iron core position, drop experiment and observation of operation of latching solenoid. In the first case, the magnetic co-energy was determined and its partial derivatives. In the second case, parameter identification was performed by measuring the induced voltage and time of impact. Thus, the flux of the permanent magnet was determined. The measured data of the normal operation with

the simulation results was compared, which showed good agreement according to the error indicators.

Based on the research performed, the new scientific results were formulated in theses. The first thesis concerns the clarification of the components of magnetic co-energy and the determination of flux of permanent magnets. The second thesis analyses the physical meaning of the coefficients of the partial differential equation system and the effects caused by the permanent magnets. The third thesis concerns the construction of the mathematical model of latching solenoid with permanent magnets. The fourth thesis describes the method based on force measurement, with which the magnetic co-energy can be determined for both the permanent magnets and coil of solenoid.

The dissertation only deals with the consideration of the phenomenon of hysteresis in a tangential way, this could be investigated with improved equipment in the future. It is advisable to investigate transient phenomena based on force measurements and by recording flux-current diagrams. Another area of research is the modeling and comparison of different types of electromagnets based on measurements, and the control task of magnetic levitation is also a promising research topic.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton szeretném kifejezni köszönetemet azoknak, akik a szakmai pályámat támogatták és a disszertáció elkészítésében segítségemre voltak.

Köszönet illeti elsősorban Dr. Szabó Tamást, témavezetőmet, aki alapszakos korom óta figyelemmel kísérte, segítette és igazgatta az utamat a tudományos életpályán. Köszönöm a több mint 10 éve tartó töretlen támogatását.

Köszönet illeti társtémavezetőmet, Dr. Rónai Lászlót, aki szakmai tudásával mind elméleti mind elektrotechnikai kérdésekben készséggel segítette munkáimat. Az, hogy a doktori képzés második felében társtémavezető lett, nagymértékben meggyorsította a kutatás előre menetelét, és köszönöm, hogy mindvégig támogatott.

Köszönet illeti a Sályi István Gépészeti Tudományok Doktori Iskola munkatársait, a tudományági doktori tanács tagjait, akik bizalmat szavaztak számomra, mint hallgatói képviselő és a közös munkában partnerként kezelve számítottak rám a különböző feladatokban, a kérdéseim kapcsán pedig segítőkészek voltak.

Köszönet illeti a Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézet valamennyi volt és jelenlegi munkatársát, akik a gyártással, mérés technikával és további szakmai kérdéseimmel kapcsolatban mindig nagyon gyorsan és stabil válaszokkal, iránymutatással reagáltak.

Köszönet illeti az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-2-I. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programját, amely még a kutatási téma megkezdésében volt segítségemre.

Továbbá kiemelnék két személyt, akik szóbeli érvelésekkel ösztönöztek arra, hogy a doktori képzés mellett döntsek: Dr. Dudás László és Dr. Szilágyi Attila.

Végül, de nem utolsó sorban hálás vagyok Istennek, hogy olyan családdal és barátokkal ajándékozott meg, akik testben, lélekben és szellemben egy életen át támogatnak, így a doktori munkám pillanataiban is mindig számíhattam rájuk, köszönöm!

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Tian H., Zhao Y.: *Coil Inductance Model Based Solenoid on–off Valve Spool Displacement Sensing via Laser Calibration*, Sensors, 2018, Article 4492, doi: 10.3390/s18124492
- [2] Demarchi A., Farçoni L., Pinto A., Lang R., Romero R., Silva I.: *Modelling a Solenoid's Valve Movement*, RoboCup 2017: Robot World Cup XXI, pp. 290-301, doi: 10.1007/978-3-030-00308-1_24
- [3] Janschek, K.: *Mechatronic Systems Design - Methods, Models, Concepts*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012, ISBN 978-3-642-17530-5
- [4] Preumont, A.: *Mechatronics - Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer, 2006, ISBN-13 978-1-4020-4695-7 (HB)
- [5] Düzgün E., Şefkat G.: *The Design and Analysis of a Proportional Solenoid with Experimental Validation of Static and Dynamic Behavior*, Applied Sciences, 2024, Article 11990, doi: 10.3390/app142411990
- [6] Yunhong Z., Zongjie Z., And Rongsheng D.: *Simulation and optimisation design of the solenoid valve*, The Journal of Engineering, Vol. 2019, No. 23, doi: 10.1049/joe.2018.9087
- [7] Hucko S., Tao X., Schmitz K.: *Real-Time Models of Valve Solenoids: An Evaluation of Measurement and Simulation-Based Parameter Identification*, 14th International Fluid Power Conference, 2024, doi: 10.13052/rp-9788770042222C84
- [8] Xu, D., Fei, H.-Z., Liu, P., Zhou, W., Fan, L.-Y.: *Electromagnetic force of high-speed solenoid valve based on correlation analysis*, International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2015, Vol. 8., No. 4.
- [9] Baumgärtel, C., Smith, R. T., Maher, S.: *Accurately predicting electron beam deflections in fringing fields of a solenoid*, 2020, Scientific Reports, Vol. 10, doi:10.1038/s41598-020-67596-0
- [10] Cong, M., Zhang, S., Chen, X., Zhou, K.: *Finite element simulation and structure optimization of HTS solenoid*, Frontiers in Materials, 2022, doi: 10.3389/fmats.2022.1109896
- [11] Kiss, K. L., Orosz, T.: *Numerical modelling of a solenoid optimization problem with a superposition-based model order reduction method*, ScienceDirect, 2025, Computers & Structures, Vol. 316, doi: 10.1016/j.compstruc.2025.107906
- [12] Masoud Abedinifar, Seniz Ertugrul, Gökhan Tansel Tayyar: *Design optimization of a solenoid actuator using particle swarm optimization algorithm with multiple objectives*,

- Advances in Mechanical Engineering, Vol. 14. No. 11, 2022, doi: 10.1177/16878132221135737
- [13] Lee, H.S., Kim, Y.S.: *Design of Permanent Magnet Solenoid Valve for Electric Vehicle AVH*, Int. J Automot. Technol., 2023, Vol. 24, pp. 1643–1653, doi: 10.1007/s12239-023-0132-4
- [14] Hak-Sun Lee, Sang-Gyun Park, Myoung-Pyo Hong, Han-Jin Lee, Young-Suk Kim: *A Study on the Manufacture of Permanent Magnet Traction Control Valve for Electronic Stability Control in Electric Vehicles*, Applied Sciences, 2021, Vol. 11., No. 17, doi:10.3390/app11177794
- [15] Thomas Bödrich: *Electromagnetic Actuator Modelling with the Extended Modelica Magnetic Library*, Germany, The Modelica Association, 2008, 221-227 (7 pages)
- [16] Wellstead, P. E.: *Introduction to Physical System Modelling*, Academic Press Ltd., London, 1979, ISBN 0-12-744380-0
- [17] Szabó, T., Rónai, L.: *Generalized Displacements and Momenta Formulations of an Electromechanical Plunger*, Journal of Computational and Applied Mechanics, 2020, Vol. 15., No. 2., doi:10.32973/jcam.2020.010
- [18] Nagy, L.; Szabó, T.; Jakab, E.: *Electro-Dynamical Modeling of a Solenoid Switch of Starter Motors*, Procedia Engineering, 2012, Vol. 48, doi: 10.1016/j.proeng.2012.09.538
- [19] Nagy, L.; Szabó, T.; Jakab, E.: *Electromechanical modeling of a pinion-engaging mechanism for starter motors*, Pollack Periodica: An International Journal for Engineering and Information Sciences, 2013, Vol. 8, No. 1, doi: 10.1556/Pollack.8.2013.1.9
- [20] Hossain, M. S.: *An Optimum Design for a Fast-Response Solenoid Valve*, Dynamics, 2024, Vol. 4., No. 2, doi: 10.3390/dynamics4020024
- [21] Hadziselimovic M., Virtic P., Stumberger G., Marcic T., Stumberger B.: *Determining force characteristics of an electromagnetic brake using co-energy*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2008, Vol 320, No 20, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.04.013
- [22] N. Doinikov, V. Kukhtin, E. Lamzin, B. Mingalev, Yu. Severgin, S. Sytchevsky: *The Computation of the Dynamic Inductance of Magnet Systems and Force Distribution in Ferromagnetic Region on the Basis of 3–D Numerical Simulation of Magnetic Field*, IEEE 1996, pp. 2359-2360
- [23] Guo Y., Zhu J., Lu H., Jin J.: *Computation of Incremental Inductances for Nonlinear Dynamic Analysis of a Claw Pole SMC Motor*, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2007, Vol. 15., No 3., pp. 254-257.

- [24] Lu H., Zhu J., Guo Y.: *Calculation of Differential Inductances of a Tubular Linear PM Actuator*, Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2007, Vol 15, No. 3, pp 254-258.
- [25] Stumberger G., Plantic Z., Stumberger B., Marcic T.: *Impact of static and dynamic inductance on calculated time response*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 3., pp 190-193.
- [26] Qinghui Yuan, Perry Y. Li: *Modeling and control of a dual-solenoid actuator for unstable valve*, Minnesota, 2004
- [27] Q. Yu, Q. Wang, K. Zhang, W. Zheng: *Simulation research on dynamic performance of the new type high-pressure solenoid valve*, Mechanical Engineering Science, 2020, Vol. 2., No. 2, doi: 10.33142/mes.v2i2.3165
- [28] N. M. Noaman, A. S. Gatea, A. J. Humaidi, S. K. Kadhim, A. F. Hasan: *Optimal Tuning of PID-Controlled Magnetic Bearing System for Tracking Control of Pump Impeller in Artificial Heart*, Journal Européen des Systèmes Automatisés, 2023, Vol. 56, No. 1, pp. 21-27, doi: 10.18280/jesa.560103
- [29] Humaidi, A. J., Kadhim, S. K., & Gataa, A. S.: *Development of a Novel Optimal Backstepping Control Algorithm of Magnetic Impeller-Bearing System for Artificial Heart Ventricle Pump*, Cybernetics and Systems, 2020, Vol. 51, No. 4, pp. 521–541. doi: 10.1080/01969722.2020.1758467
- [30] Humaidi, A. J., Kadhim, S. K., & Gataa, A. S.: *Optimal Adaptive Magnetic Suspension Control of Rotary Impeller for Artificial Heart Pump*, Cybernetics and Systems, 2021, Vol. 53, No. 1, pp. 141–167. <https://doi.org/10.1080/01969722.2021.2008686>
- [31] Yudell, A. C., Van de Ven, J. D.: *Predicting solenoid valve spool displacement through current analysis*, International Journal of Fluid Power, 2015, Vol. 16, No. 3, pp. 133-140, doi: 10.1080/14399776.2015.1068549
- [32] Harrie A C Tilmans: *Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. Lumped-parameter systems*, Journal of Micromechanics and Microengineering, 19959, Vol. 6, No. 1, pp. 157-176, doi: 10.1088/0960-1317/6/1/036
- [33] J.M. Ramírez, F. Castañon, J. Espeche: *A computational method for modeling the multi-physical interactions of electromagnetic wind energy harvesters in tandem arrangement*, Extreme Mechanics Letters, 2023, Volume 61, ISSN 2352-4316, <https://doi.org/10.1016/j.eml.2023.102028>.
- [34] Demarchi, Arthur & Farconi, Leonardo & Pinto, Adam & Lang, Rafael & Romero, Roseli & Silva, Ivan: *Modelling a Solenoid's Valve Movement*, (In book: RoboCup 2017: Robot

- World Cup XXI, pp.290-301); Lecture Notes in Computer Science, 2018, doi: 10.1007/978-3-030-00308-1_24,
- [35] O. Gomis Bellmunt, Samuel Galceran-Arellano, Antoni Sudria-Andreu, Daniel Montesinos-Miracle: *Linear electromagnetic actuator modeling for optimization of mechatronic and adaptronic systems*, Mechatronics, 2006, Vol. 17, No. 2, pp. 153-163., doi: 10.1016/j.mechatronics.2006.07.002
- [36] J. Aslam, S. O. Gilani, W. H. Tanveer, E. Uddin, S. Ali and Y. Younis: *A comparison of lumped parameter models of modified hybrid electromechanical valve actuator*, IEEE Canadian Conference of Electrical and Computer Engineering (CCECE), Edmonton, AB, Canada, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/CCECE.2019.8861886.
- [37] N. Gabdullin and J. Ro: *Novel Non-Linear Transient Path Energy Method for the Analytical Analysis of the Non-Periodic and Non-Linear Dynamics of Electrical Machines in the Time Domain*, IEEE, 2019, Vol. 7, pp. 37833-37854, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2905856.
- [38] G. Tod, A. P. Ompusunggu, E. Hostens: *An improved first-principle model of AC powered solenoid operated valves for maintenance applications*, ISA Transactions, 2023, Vol. 135, pp. 551-566, ISSN 0019-0578, doi: 10.1016/j.isatra.2022.09.032.
- [39] Zahidi, Abdallah & Amrane, Said & Azami, Nawfel & Nasser, Naoual.: *Monitoring of solenoid parameters based on neural networks and optical fiber squeezer for solenoid valves diagnosis*, International Journal of Electrical and Computer Engineering, 2021, Vol. 11., pp. 1697-1708., doi:10.11591/ijece.v11i2.pp1697-1708.
- [40] Niklas König and Matthias Nienhaus Laboratory: *A Solution to Ambiguities in Position Estimation for Solenoid Actuators by Exploiting Eddy Current Variations*, Actuation Technology, Saarland University, Saarbrücken, Germany, Sensors 2020, Vol. 20, No. 12, doi: 10.3390/s20123441
- [41] Hadziselimovic M., Blaznik M., Stumberger B., Zagradisnik I.: *Magnetically Nonlinear Dynamic Model of a Series Wound DC Motor*, Przeglad Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 12b., pp 60-64.,
- [42] M. Taghizadeh, A. Ghaffari, F. Najafi: *Modeling and identification of a solenoid valve for PWM control applications*, Comptes Rendus Mécanique, 2009, Volume 337, No 3, pp. 131-140, doi: 10.1016/j.crme.2009.03.009
- [43] Jae-Man R., Sun-Ho C, Chang-Su H.: *The Influence of Permanent Magnet on the Bouncing of Latching Relay*, Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers, 2013, Vol. 27, No. 4, doi:10.5207/JIEIE.2013.27.4.041.

- [44] J. Choi, J. H. Ahn and H. Y. Kim: *Modeling the Dynamic Behavior of a Pilot-Operated Solenoid Valve for an Ultra-High Pressure Vessel*, Applied Sciences, 2021, Vol. 11, No. 5, 2329, doi: 10.3390/app11052329
- [45] N. D. Vaughan, J. B. Gamble: *The Modeling and Simulation of a Proportional Solenoid Valve*, J. Dyn. Sys., Meas., Control, 1996, Vol. 118, No. 1, pp. 120-125
- [46] Zhu, X., Meng X., Juntao Y., Xinyu L.: *Design and optimization of a novel solenoid with high field uniformity*, Scientific Reports, 2024, Vol. 14, No. 1, doi: 10.1038/s41598-024-76501-y
- [47] Eyabi P, Washington G: *Modeling and sensorless control of an electromagnetic valve actuator*, Mechatronics, 2006, Vol. 16, No. 3, pp. 159–175., doi: 10.1016/j.mechatronics.2005.11.008
- [48] Shuangpeng Hao, Baoming Li: *Calculating the magnetic force of solenoid inductor wound by rectangular cross-section conductor*, IET Electric Power Applications, 2021, Vol. 15., No. 9., pp. 1154-1160, doi: 10.1049/elp2.12085
- [49] Andrzej Waindok, Bronislaw Tomczuk, Dariusz Koterak: *Modeling of Magnetic Field and Transients in a Novel Permanent-Magnet Electromagnetic Valve Actuator*, Sensors, 2020, Vol. 20, No. 9, 2709, doi: 10.3390/s20092709
- [50] Sacadura J.F., Baillis D.: *Experimental Characterization of Thermal Radiation Properties of Dispersed*, Elsevier, *International Journal of Thermal Sciences*, 2002, Vol. 41, No. 7, pp. 699–707, doi: 10.1016/S1290-0729(02)01365-0
- [51] Tristan Braun, Johannes Reuter, Joachim Rudolph: *Position Observation for Proportional Solenoid Valves*, 2016, IFAC, Vol. 49, No. 21, pp. 74 – 79., doi: 10.1016/j.ifacol.2016.10.513
- [52] J. L. Perona-Navarro, A. Palomar-Torres, Eloisa Torres-Jimenez, Octavio Armas: *Parameters sensitivity analysis in a solenoid common-rail injector model*, Renewable Energy and Power Quality Journal, 2020, Vol. 18, No. 3, pp. 250-254, doi: 10.24084/repqj18.286
- [53] Páczelt I., Szabó T: *Application of the augmented Lagrangian technique for solution of contact optimization problems*, Transactions on Engineering Sciences, 1995 WIT Press, www.witpress.com, ISSN 1743-3533, Proceedings of Second International Conference Contact Mechanics: Computational Mechanics Publications, pp 249-256.
- [54] Giuseppe Fedele: *A new method to estimate a first-order plus time delay model from step response*, Journal of The Franklin Institute, 2009, Vol. 346, No. 1, pp. 1–9. doi: 10.1016/j.jfranklin.2008.05.004

- [55] George Acioli Junior: *On Simple Identification Techniques for First-Order plus Time-Delay Systems*, IFAC Proceedings Volumes, 2009, Vol. 42, No. 10, pp. 605–610., doi: 10.3182/20090706-3-FR-2004.00100
- [56] B.A. León de la Barra, Lihua Jin, Y.C. Kim, M. Mossberg: *Identification of First-Order Time-Delay Systems Using Two Different Pulse Inputs*, IFAC World Congress Proceedings, 17th IFAC World Congress (IFAC'08) Seoul, Korea, July 6-11, 2008, pp. 14366-14371, doi: 10.3182/20080706-5-KR-1001.1552
- [57] S. Ahmed, B. Huang, S.L. Shah: *Identification from step responses with transient initial conditions*, Journal of Process Control, 2008, Vol. 18., No. 2, pp. 121-130, doi: 10.1016/j.jprocont.2007.07.009
- [58] Nourdine Aliane: *Teaching experience for process identification using first-order-plus-time-delay models*, Computer applications in engineering Education, 2024, doi: 10.1002/cae.22794
- [59] Muhammad Hilmi R.A. Aziz, Rosmiwati Mohd-Mokhtar, Liuping Wang: *Identification of step response estimates utilizing continuous time subspace approach*, Journal of Process Control, 2013, Vol. 23, No. 3, pp. 254–270., doi: 10.1016/j.jprocont.2012.12.002

DISSZERTÁCIÓHOZ KAPCSOLÓDÓ SAJÁT PUBLIKÁCIÓK

- [S1] Kapitány P., Szabó T.: Erőmérő cella illesztése a PSoC platformhoz, Doktoranduszok fóruma, 2022, Miskolc, pp. 54-58., 5p.
- [S2] Kapitány P.: Mérőeszköz fejlesztése állandó mágneset tartalmazó elektromágnes vizsgálatához, XXVI. Tavaszi Szél Konferencia, 2023, Tanulmánykötet I., pp. 494-500., 7p.
- [S3] P. Kapitány, T. Szabó, L. Rónai: *Modelling of Latching Solenoid Including Permanent Magnets*, International Review of Applied Sciences and Engineering (IRASE), (elfogadva, megjelenés alatt), (Q2, SJR: 0.261)
- [S4] P. Kapitány, T. Szabó, L. Rónai: *Parameter Identification of Latching Solenoid Including Permanent Magnets*, 2025, Strojnický Casopis, Journal of Mechanical Engineering, Vol.75 No. 2, pp. 31-38., 8p., DOI: 10.2478/scjme-2025-0021, (Q3, SJR: 0.351)
- [S5] Kapitány P., Szabó T., Rónai L.: *Elektromágnesek modellezéséhez szükséges mérőberendezés fejlesztése*, 2025, GÉP Vol. 76, No. 3-4, pp. 63-66. 4p. DOI: 10.70750/GEP.2025.3-4.15

ÁBRAJEGYZÉK

3.1. ábra: Elektromechanikai rendszer általánosított koordinátái.....	22
3.2. ábra: Elmozdulás variációja [4].....	25
3.3. ábra: Virtuális elmozdulás	25
3.4. ábra: Egy elektromágnes egyszerű modellje [17].....	26
3.5. ábra: Elektromechanikai modell állandó mágnes hatása nélkül.....	28
3.6. ábra: Fluxus-áramerősség diagram permanens mágnes nélküli behúzótekercs esetén	29
3.7. ábra: Elektromechanikai modell állandó mágnessel	31
3.8. ábra: A behúzótekercs fluxusvonalai	31
3.9. ábra: Fluxus-áramerősség diagram permanens mágnessel behúzótekercs esetén	32
4.1. ábra: Az egyedi mérőberendezés fő egységei.....	38
4.2. ábra: Gépészeti egység felépítése statikus mérésekhez	39
4.3. ábra: Egyedi céláramkör, a relémodul és a mérőkártya.....	41
4.4. ábra: Cypress PSoc 5LP CY8CKIT-059 típusú fejlesztői platform konfigurációja	42
4.5. ábra: Mikrovezérlőn futó program vázlata	43
4.6. ábra: DAQami szoftver alkalmazása a statikus mérésekhez	44
4.7. ábra: Az erőmérés exportált és átlagolt „nyers” eredményei.....	44
4.8. ábra: Legbelső pozícióban mért áramerősség görbék időállandói.....	45
4.9. ábra: Erőmérő cella műveleti erősítő kapcsolása.....	46
4.10. ábra: Erőmérés kalibrációja hitelesített mérőszűlyokkal.....	47
4.11. ábra: Erőmérés kalibrációjának mért értékei	47
4.12. ábra: Árammérés műveleti erősítő kapcsolása.....	48
4.13. ábra: Árammérés mért kalibrációjának mért értékei	49
4.14. ábra: A kúpos geometriájú rugó.....	50
4.15. ábra: Nemlineáris rugó karakterisztika mérése	50
4.16. ábra: Mért rugókarakterisztika.....	51
4.17. ábra: Szimuláció bemeneti rugófüggvénye	51
4.18. ábra: Ejtési kísérlet felépítése	52
4.19. ábra: Mérőberendezés felépítése behúzási kísérletekhez	52
5.1. ábra: A vizsgált RS177-0138 típusú szolenoid.....	53
5.2. ábra: Statikus erőértékek áramerősség és vasmag-pozíció függvényében.....	53
5.3. ábra: Kiegészítő mágneses energia.....	54
5.4. ábra: Dinamikus induktivitás.....	54

5.5. ábra: Elektromotoros erő együtthatója	55
5.6. ábra: Ejtési kísérlet elektrodinamikai modellje	56
5.7. ábra: Permanens mágnes vasmagra ható behúzóereje	57
5.8. ábra: Ejtési kísérlet mért és szimulációs feszültségek R_d ellenállás nélkül	57
5.9. ábra: Ejtési kísérlet mért és szimulációs feszültségek R_d ellenállással	58
5.10. ábra: Paraméteridentifikáció folyamatábrája	59
5.11. ábra: Iterációs lépésekben kapott indukált feszültségek	60
5.12. ábra: Ejtési teszt a) Indukált feszültség- és b) Vasmag pozíciója az idő függvényében	61
5.13. ábra: Behúzótekercsben a permanens mágnesek fluxusa	61
5.14. ábra: Ejtési teszt a) Indukált feszültség- és b) Vasmag pozíciója az idő függvényében rugalmas ütközést szimulálva	62
5.15. ábra: Behúzási folyamat szimulációjának és mérésének áramerősség görbéje	63
5.16. ábra: Behúzási folyamat szimulációjának és mérésének elmozdulásgörbéje	63

TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

3.1. táblázat: Analógia a mechanikai és villamos mennyiségek meghatározásában [3].....	23
4.1. táblázat: A céláramkör részei és alkalmazott elektronikai eszközök megnevezése.....	41
4.2. táblázat: Legbelső pozícióban becsült időállandók és induktivitások	45
4.3. táblázat: Erőmérő kapcsolás adatai.....	46
4.4. táblázat: Hitelesített mérősúlyok	46
4.5. táblázat: Ejtési kísérletek adatai (magasság, idő, feszültségcsúcs)	51
5.1. táblázat: Paraméteridentifikáció eredményei.....	60